



T.C.

NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜZEYLERİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME İLE KAPLI
İZOTROPİK KİRİŞLERDE ÇATLAK VE POROSİTE DURUMUNUN SERBEST
TİTREŞİME ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ERSOY FATİH ERDURCAN

EKİM 2020

T.C.
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜZEYLERİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME İLE KAPLI
İZOTROPİK KİRİŞLERDE ÇATLAK VE POROSİTE DURUMUNUN SERBEST
TİTREŞİME ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ERSOY FATİH ERDURCAN

Doktora Tezi

Danışman

Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU

Ekim 2020

Ersoy Fatih ERDURCAN tarafından **Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU** danışmanlığında hazırlanan “**Yüzeyleri Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme İle Kaplı İzotropik Kirişlerde Çatlak ve Porosite Durumunun Serbest Titreşime Etkisinin İncelenmesi**” adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Makine Mühendisliği** Ana Bilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Ahmet YAPICI, İskenderun Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

Üye : Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

Üye : Prof. Dr. Hamza Kemal AKYILDIZ, Yozgat Bozok Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

Üye : Doç. Dr. Serkan TOROS, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

Üye : Dr. Öğretim Üyesi İlyas KACAR, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü

ONAY:

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/...../20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun/...../20.... tarih ve sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

...../...../20...

Prof. Dr. Murat BARUT
MÜDÜR

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Ersoy Fatih ERDURCAN



ÖZET

YÜZEYLERİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME İLE KAPLI İZOTROPİK KİRİŞLERDE ÇATLAK VE POROSİTE DURUMUNUN SERBEST TİTREŞİME ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ERDURCAN, Ersoy Fatih

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği AnaBilim Dalı

Danışman

: Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU

Ekim 2020, 145 sayfa

Bu tez çalışmasında, çekirdek tabakası izotropik homojen malzemeli yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeye (FDM) kaplı kirişlerin serbest titreşimi incelenmiştir. Kirişin kusurlu ve hasarlı durumlarını incelemek amacıyla, kaplamanın porositeli ve çatlaklı durumları incelenmiştir. Çalışmada çekirdek tabaka alüminyumdan, FDM kaplama seramik (Al_2O_3) ve alüminyum (Al) malzemelerin belirli oranlarda karışımlarından oluştuğu kabul edilmiştir. FDM'nin elastisite modülü ve yoğunluğu kaplama kalınlığı boyunca bir polinom ve bir eksponansiyel fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Çatlak, kütsüz ve boyutsuz bir yay elemanı ile temsil edilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır ve literatür ile uyumlu olduğu görülmüştür. Çalışmada çekirdek tabaka kalınlığının FD malzeme kalınlık oranının (h/H), narinlik oranının (L/H), çatlak konumunun (L_c), çatlak derinliğinin (c), porosite hacim oranının (V_p), polinom derecesinin (n), eksponansiyel fonksiyon dağılımının ve farklı sını şartlarının doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Anahtar Sözcükler: fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, çatlaklı kiriş, serbest titreşim, sonlu elemanlar yöntemi

SUMMARY

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF CRACKS AND POROSITIES ON THE FREE VIBRATION CHARACTERISTICS OF ISOTROPIC BEAMS COATED WITH FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL

ERDURCAN, Ersoy Fatih
Niğde Ömer Halisdemir University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor : Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU

October 2020, 145 pages

In this thesis, the free vibration of a symmetric beam consisting of an isotropic homogeneous core coated with functionally graded material (FGM) was investigated. To take into account the effects of imperfections and imposed damage, porosity of the coating material and cracks in the coating material are studied. The beam configuration in this study consisted of an aluminum (Al) core and a ceramic (Al_2O_3) coating on both sides. The variation of the density and Young's modulus through the coating material thickness are defined by exponential and polynomial functions. The crack is represented by a dimensionless and massless spring element. In this study the Timoshenko beam theory is used and the solution of the problem is found with finite element analysis. For this purpose a finite element code is written in MATLAB and the natural frequencies of the beam are calculated, which are found to be in good agreement with literature. A detailed parametric study is conducted to show the influences of core thickness to beam height ratio (h/H), slenderness ratio (L/H), crack location (L_c), crack depth (c), porosity (V_p), the power law index (n), the exponential function and multiple boundary conditions on the natural beam frequencies.

Keywords: functionally graded material, cracked beam, free vibration, finite element method

ÖN SÖZ

Bu doktora tez çalışmasında simetrik, çekirdek tabakası alüminyum yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeye (FDM) kaplı, kaplamasında porosite ve çatlak bulunan farklı sınır şartlarındaki kirişlerin serbest titreşimi incelenmiştir. FDM elastisite modülü ve yoğunluğu kaplamanın kalınlığı boyunca bir polinom ve bir eksponansiyel fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Tez çalışmasında çatlak, bir düğüm vasıtasıyla boyutsuz ve kütsüz bir yay elemanı ile temsil edilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır.

Doktora tezi çalışması süresince, yardımlarını esirgemeyen ve vizyonu ile çalışmalarında beni isabetli kılan doktora tez danışmanım sayın Prof. Dr. Yusuf CUNEDİOĞLU'na en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca Doktora tez izleme komitesi üyeleri sayın Prof. Dr. Ahmet YAPICI ve sayın Doç. Dr. Serkan TOROS'a desteklerinden ötürü teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
ÖN SÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGE VE KISALTMALAR	xiv
BÖLÜM I GİRİŞ	1
BÖLÜM II LİTERATÜR ÖZETİ	3
BÖLÜM III TEZİN AMACI	14
BÖLÜM IV TEORİK ALTYAPI	15
4.1 Kirişin FDM Olarak Modellenmesi	15
4.2 Genelleştirilmiş Virtüel İş Denklemleri	20
4.3 Çubuk Elemanı Rijitlik ve Kütle Matrisi	21
4.4 Kiriş Modelleri	26
4.5 Kiriş Elemanı Enerji Denklemleri	27
4.6 Timoshenko Kiriş Elemanın Rijitlik ve Kütle Matrisi	29
4.7 Çatlak Elemanın Rijitlik Matrisi	38
4.8 Titreşim Analizi	44
BÖLÜM V YAPILAN ARAŞTIRMALAR	46
5.1 Modelin doğrulanması	46
5.2 Yüzeyleri FD malzeme ile kaplı alüminyum kirişin serbest titreşim analizi	47
5.3 Porositeli FDM ile kaplı alüminyum kirişin serbest titreşiminin incelenmesi	59
5.4 Kusurlu ve Hasarlı Fonksiyonel Dereceli Malzeme ile Kaplanmış Alüminyum Kirişin Serbest Titreşim Analizi	69
5.5 Hasarlı ve Gözenekli Fonksiyonel Dereceli Malzemeyle Kaplanmış Alüminyum Kirişin Modal Analizi	77

BÖLÜM VI SONUÇLAR	87
KAYNAKLAR	90
EKLER.....	98
ÖZ GEÇMİŞ	144
TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER	145



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Seramik (Al_2O_3) ve Metal (Al) malzeme özellikleri	16
Çizelge 5.1. FDM kirişin doğal frekansları (Hz)	46
Çizelge 5.2. Çatlaklı ankastre kirişin birinci doğal frekansları (Rad/s).....	47



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 4.1. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin kesiti	15
Şekil 4.2. FDM kaplamanın tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin eksponansiyel fonksiyonda ve polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi	17
Şekil 4.3. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti	17
Şekil 4.4. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti	18
Şekil 4.5. FDM kaplamanın $V_p = 0.1$ için tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi	18
Şekil 4.6. FDM kaplamanın $V_p = 0.2$ için tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi.....	19
Şekil 4.7. Üç boyutlu gerilme durumunda yüzey gerilmeleri	20
Şekil 4.8 Çubuk elemanı ve serbestlik dereceler	21
Şekil 4.9. Kiriş elemanı ve serbestlik dereceleri.....	26
Şekil 4.10. Kiriş elemanı ve serbestlik dereceleri.....	27
Şekil 4.11 Timoshenko kirişi ve serbestlik dereceleri	30
Şekil 4.12. Üç serbestlik derecesine sahip Timoshenko kirişi.....	36
Şekil 5.1. Basit mesnetli ve ankastre kirişler	47
Şekil 5.2. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin kesiti	48
Şekil 5.3. Basit mesnetli kiriş için $L/H = 20$ narinlik oranında farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi	50
Şekil 5.4. Ankastre kiriş için $L/H = 20$ narinlik oranında farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi.....	51
Şekil 5.5. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekansın L/H narinlik oranları ile değişimi	52
Şekil 5.6. Ankastre kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekansın L/H narinlik oranları ile değişimi.....	53

Şekil 5.7. Basit mesnetli kiriş için $L/H = 20$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi.....	54
Şekil 5.8. Ankastre kiriş için $L/H = 20$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi	55
Şekil 5.9. Basit mesnetli kiriş için $n = 2$ polinom derecesinde farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi	56
Şekil 5.10. Ankastre kiriş için $n = 2$ polinom derecesinde farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi	57
Şekil 5.11. Basit mesnetli bir kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı L/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi .	58
Şekil 5.12. Ankastre kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı L/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi.....	59
Şekil 5.13. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti.....	60
Şekil 5.14. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ narinlik oranı için farklı a değerlerinde ve h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi.....	62
Şekil 5.15. Ankastre kirişte $L/H = 20$ narinlik oranı için farklı V_p değerlerinde ve h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi.....	63
Şekil 5.16. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ narinlik oranı için farklı V_p değerlerinde ve h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi.....	64
Şekil 5.17. Ankastre kirişte $h/H = 0.25$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin L/H narinlik oranları ile değişimi	65
Şekil 5.18. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi.....	66
Şekil 5.19. Ankastre kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi.....	67
Şekil 5.20. Basit mesnetli kirişte $n = 2$ polinom derecesi için farklı h/H oranlarında ve V_p değerlerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi.....	68

Şekil 5.21. Ankastre kirişte $n = 2$ polinom derecesi için farklı h/H oranlarında ve V_p değerlerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi.....	69
Şekil 5.22. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti.....	70
Şekil 5.23. Basit mesnetli kirişte $h/H = 0.25$ ve $L/H = 0.75$ oranı için farklı V_p porosite oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi.....	72
Şekil 5.24. Ankastre kirişte $h/H = 0.25$ ve $L/H = 0.75$ oranı için farklı V_p porosite oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi.....	73
Şekil 5.25. Basit mesnetli kirişte $n = 2$ polinom derecesi ve $h/H = 0,75$ oranında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi	74
Şekil 5.26. Ankastre kirişte $n = 2$ polinom derecesi ve $h/H = 0,75$ oranında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi	75
Şekil 5.27. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi	76
Şekil 5.28. Ankastre kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi.....	77
Şekil 5.29. FDM kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti.....	78
Şekil 5.30. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ ve $V_p = 0.0$ oranlarında farklı polinom derecelerinde ve çatlak derinliklerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi	80
Şekil 5.31. Basit mesnetli kirişin ilk dört mod şekli.....	80
Şekil 5.32. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ ve $V_p = 0.0$ oranlarında farklı polinom derecelerinde ve çatlak derinliklerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi	82
Şekil 5.33. Ankastre kirişin ilk dört mod şekli	82
Şekil 5.34. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi	83

- Şekil 5.35. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi. 84
- Şekil 5.36. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $V_p = 0.0$ porosite hacim oranında farklı çatlak konumlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak derinliği ile değişimi 85
- Şekil 5.37. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $V_p = 0.0$ porosite hacim oranında farklı çatlak konumlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak derinliği ile değişimi 86



SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
A	Kesit alanı
a	Yarım eleman uzunluğu
b	Kaplama yüksekliği
c	Çatlak derinliği
c_{ij}	Esneklik katsayıları
E_s	Seramik malzeme elastisite modülü
E_m	Metal malzeme elastisite modülü
E_{eff}	Efektif elastisite modülü
F	Eksenel kuvvet
G	Kayma rijitlik modülü
g	Geometrik endeks
h	Kiriş çekirdek tabaka yüksekliği
H	Kiriş yüksekliği
I	Alan atalet momenti
J	Şekil değiştirme enerjisi salıverinim oranı
K_I, K_{II}, K_{III}	Gerilme yoğunluğu faktörleri
L	Kiriş uzunluğu
L_c	Çatlak konumu
M	Eğilme momenti
n	Polinom fonksiyon derecesi
N	Tabaka sayısı tek taraflı kaplama
N_t	Toplam tabaka sayısı
Q	Kesme kuvveti
u_i	Çatlaktan dolayı deplasman
u	Deplasman
v	Düşey deplasman
w	Kiriş genişliği
z	Tabaka alt ve üst koordinatları

ρ_s	Seramik malzeme yoğunluğu
ρ_m	Metal malzeme yoğunluğu
ρ_{eff}	Efektif yoğunluk
y	Birim koordinat eksen
V_p	Porosite hacim oranı
V_s	Seramik malzeme hacim oranı
V_m	Metal malzeme hacim oranı
V_{eff}	FDM hacim oranı
ε	Eksenel birim şekil değiştirme
γ	Kayma şekil değiştirme açısı
σ	Gerilme
τ	Kayma gerilmesi
$\theta(x)$	Kirişin dönme açısı
$\varphi(x)$	Eğilme momentinden dolayı oluşan dönme
$\beta(x)$	Kesme kuvvetinden dolayı oluşan dönme
κ	Şekil düzeltme faktörü
q	Harici eksenel kuvvetler
$\delta U_{iç}$	Yapılan virtüel iş
U	Yapılan iş
T	Kinetik enerji
$\mathbf{R}$	Yoğunluk matrisi
$\mathbf{A}$	Şekil fonksiyonları matrisi
$\mathbf{B}$	Eleman şekil değiştirme-yer değiştirme matrisi
$\mathbf{C}_c$	Çatlak uygunluk matrisi
$\bar{\mathbf{d}}$	Mod şekli
$\mathbf{K}$	Rijitlik matrisi
$\mathbf{K}_b$	Rijitlik matrisi eğilme
$\mathbf{K}_c$	Rijitlik matrisi çatlak
$\mathbf{M}_R$	Rijitlik matrisi kesme
$\mathbf{M}$	Kütle matrisi
$\mathbf{M}_T$	Kütle matrisi öteleme
$\mathbf{M}_R$	Kütle matrisi dönme
$\mathbf{u}$	Deplasman vektörü

$\delta \mathbf{u}$	Virtüel deplasman vektörü
$\ddot{\mathbf{u}}$	İvme vektörü
ν	Poisson oranı
ω	Açısal hız
$\bar{\omega}$	Açısal hız boyutsuz
x, y, z	Koordinat eksenleri
ξ	Alternatif koordinat eksen

Kısaltmalar	Açıklama
FDM	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme



BÖLÜM I

GİRİŞ

Kompozit, farklı malzemelerin öne çıkan özelliklerini tek bir malzemede toplama çabasıyla ortaya çıkan yapılardır. Kompozit malzemeler homojen malzemelere göre hafiflik, katılık (rijitlik) ve yüksek mukavemetleri ile üstün oldukları için tercih edilirler. Maliyetlerinden dolayı geçmişte özel uygulamalarda kullanılmışlarsa da üretim teknolojisi gelişip malzeme ucuzladıkça kompozitlerin günlük kullanıma da taşındığı gözlemlenmektedir. Yeni nesil elektrikli araçlarda ve yolcu uçaklarında yapının en az yarısının kompozitten oluşması bariz örneklerdendir.

Farklı tabakalardan oluşan kompozitlerde, kullanım esnasında tabakalar arasında yüksek gerilmeler oluşmaktadır. Günümüzde otomotiv, havacılık ve savunma sanayi sektörlerinde yüksek sıcaklığa maruz kalan metaller, seramik ile kaplanmaktadır ve böylece kompozit yapı, metale göre yüksek sıcaklığa karşı dayanabilmektedir. Yüksek sıcaklık maalesef kaplama ve metal arasında yüksek gerilmelere, çatlaklara ve ayrışmalara (delaminasyon) neden olmaktadır. Metal ve seramik malzeme özelliklerinin farklı olması ve tabakalarda ani özellik değişimi buna yol açmaktadır. Bu problemi bertaraf etmek için bir grup Japon bilim adamı 1984'te termal bariyer tasarımı sırasında fonksiyonel derecelendirilmiş (FDM) malzeme fikrini ortaya koymuştur. Malzemenin bir yüzeyi metal, diğer yüzeyi seramik ve iki yüzey arası bu iki malzemenin karışımından oluşan tabakalardan oluşturulur. Tabakalar arası malzeme özelliklerinin değişimi matematiksel bir fonksiyonla tanımlanır. Bundan dolayı tabakalar arası ayrışma sorunu önemli derecede azalmış olur. Yapı elemanı tamamen FDM'den imal edilebileceği gibi, ekonomik olması açısından metal yüzeylerin FDM ile kaplanarak kullanımı mümkün olmaktadır. Bu şekilde tasarlanmış yeni bir malzeme olan FDM'nin dinamik davranışlarının tasarım yaparken önceden bilinmesi önem arz etmektedir. Örneğin dinamik kuvvetlere maruz kalan bir yapıda en önemli unsurlardan biri sistemin doğal frekanslarıdır. Doğal frekanslar doğru belirlenmediği takdirde dinamik kuvvetlerin etkisinde sistem rezonansa yakalanırsa, yapının ani ve beklenmedik hasar görmesi kaçınılmaz bir durumdur. Tasarım esnasında bu malzemenin dinamik davranışının dikkate alınması önem arz etmektedir.

Kiriş elemanları günümüzde farklı sektörlerde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Örneğin seramik ile kaplı olan jet motoru türbin kanatçıkları ankastre kirişler olarak modellenebilmektedir. Bu yapı elemanlarının imalatında kusurlu şekilde üretildikleri ve çalışma esnasında çevre şartlarından dolayı hasar gördükleri bir gerçektir. Yapının kusurlu imalatı ve yapıdaki çatlakların mevcudiyeti yapının rijitliğinin düşmesine sebep olmaktadır ve bunlar sistemin serbest titreşim karakteristiğini etkilemektedir. Tasarım esnasında bu durumun doğal frekanslar üzerindeki etkisinin göz ardı edilmemesi gerekir. Literatür incelenirken, homojen izotrop ve FDM kirişlerin dinamik davranışıyla ilgili pek çok çalışmaya rastlanmaktadır. Bazı makalelerde FDM kirişte porosite de bulunmaktadır. FDM çatlak durumu da sıkça çalışılan bir konudur. Ancak çekirdek tabakası metal, FDM kaplı kirişler hakkında çalışmalar nadirdir. Bu nadir çalışmalarda FDM tabaka kalınlığının etkisi incelenmemiştir. FDM kaplamanın kusurlu ve hasarlı durumlarını inceleyen hiç bir çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle bu tez çalışmasında, çekirdek tabakası metal yüzeyleri kusurlu ve hasarlı FDM ile kaplı kirişlere ait serbest titreşim konusu incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında, çekirdek tabakası izotropik homojen malzemeli yüzeyleri FDM ile kaplı kirişlerin serbest titreşimi incelenmiştir. Kirişin kusurlu ve hasarlı durumlarını da incelemek amacıyla, kirişteki kaplamanın porositeli ve çatlaklı durumları incelenmiştir. Çalışmada çekirdek tabaka alüminyumdan, FDM kaplama seramik (Al_2O_3) ve alüminyum (Al) malzemelerinden oluştuğu kabul edilmiştir. FDM'nin elastisite modülü ve yoğunluğu kaplamanın kalınlığı boyunca bir polinom ve bir eksponansiyel fonksiyonla değiştiği kabul edilmiştir. Çatlak, bir düğüm vasıtasıyla boyutsuz ve kütsüz bir yay elemanı ile temsil edilmiştir. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. MATLAB kodu ile hesaplanan tüm sonuçların literatürdeki verilerle iyi bir uyum sağladığı görülmüştür. Çalışmada çekirdek tabaka kalınlığının FDM kalınlık oranının (h/H), narinlik oranının (L/H), çatlak derinliğinin (c), çatlak konumunun (L_c/L), porositenin (V_p), polinom derecesinin (n), farklı malzeme dağılımların ve farklı sınır şartlarının doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir.

BÖLÜM II

LİTERATÜR ÖZETİ

Literatürde tamamen FDM oluşan kirişlerin dinamik ve serbest titreşimleri etraflica araştırılmıştır. FDM kirişlerin çatlaklı durumlarını araştıran çalışmalara da sıkça rastlanılmaktadır. Literatürde FDM porosite durumunu araştıran çalışmaların sayısı azdır.

Örneğin Demir (2017) fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik karakteristiklerini incelemiştir. Bu deneysel çalışmada sinterleme teknikleri ile üç farklı kiriş üretilip, serbest titreşim deneylerine tabi tutulmuştur. Deney sonuçlarını ticari bir sonlu eleman analizi programıyla teyit etmiştir. Wattanasakulpong vd. (2012) tabakalı FDM kirişlerin serbest titreşim frekans değerlerinin tahmini için üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisiyle bir formülizasyon geliştirmişlerdir. Farklı sınır şartları için hareket denklemlerinin çözümünde Ritz metodu kullanılmıştır. Bu çalışma için yeni bir üretim yöntemi ile bir kiriş üretilip serbest titreşimleri bulunmuş ve hesaplanan değerler ile teyit edilmiştir. Wang vd. (2016) çift yöne fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik karakteristiklerini incelemişler. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı uzunluk boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanırken, kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Kiriş modelinde Euler-Bernoulli hipotezi benimsenmiş olup, problemin denge ve hareket denklemleri bulunup, çözüm analitik olarak gerçekleştirilmiştir. Li vd. (2018) FDM kirişlerin statik analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Modellerinde kirişler, basmada ve çekmede farklı elastisite modüllerine sahiptirler. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca bir (n) kuvvet parametrelili polinom fonksiyonla tanımlanmıştır. Kirişin tek boyutlu ve iki boyutlu modelleri oluşturulup analitik çözümleri bulunmuştur. Bouakkaz vd. (2016) sandviç yapılı FDM kirişlerin serbest titreşimi için analitik bir çözüm bulmuşlardır. Kirişin iç kısmı homojen ve izotropik malzemeden, dış tabakaları da FDM'den yapılmıştır. Malzeme özellikleri kalınlık boyunca bir kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Kayma gerilme dağılımı için hiperbolik deformasyon kiriş teorisini kullanıp, diferansiyel denklemleri Hamilton prensibiyle bulup Navier yöntemiyle çözmüşlerdir. Fard (2013) kavisli FDM kirişlerin serbest titreşimlerini incelerken kayma deformasyonlarını da ele alarak Mori-Tanaka yaklaşımı ile malzeme

özelliklerinin dağılımını tanımlamıştır. Çalışmada hareketin diferansiyel denklemi Hamilton prensibiyle türetilmiştir. Problemin çözümüne Fourier serisi türetilerek ve sonra da Navier metodu kullanarak varılmıştır. Sonuçlar literatürdeki analitik ve sayısal çözümlerle uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Thai ve Vo (2012) fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin eğilmesini ve serbest titreşimini incelemişlerdir. Kiriş kayma deformasyonunu ele alan farklı mertebelerden kiriş teorileri kullanıp kendi teorilerini geliştirmişlerdir. Çalışmada farklı sınır şartları incelenip, malzeme özellikleri kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada hareketin diferansiyel denklemi ve sınır şartları Hamilton prensibiyle türetilip analitik çözümler üretilmiştir. Yılmaz ve Evran (2016) eksenel olarak fonksiyonel derecelendirilmiş basit mesnetli kısa kirişlerin serbest titreşimlerini incelemişlerdir. Kirişleri alüminyum ve silisyum karbür tozları ile toz metalurjisi tekniği ile üretilip doğal frekanslar deneysel olarak bulunmuştur. Bulunan değerler ticari bir sonlu eleman program ile teyit edilmiştir. Sonlu elemanlar yönteminde birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır. Kahya ve Turan (2018) FDM ve FDM kaplı simetrik ve simetrik olmayan kirişlerin burkulma ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Kirişlerin hareket denklemleri Lagrange yöntemi ile bulunmuştur. Birinci mertebeden kayma deformasyonu ele alan kiriş modeli kullanılarak sonlu elemanlar yöntemi ile çözüme varılmıştır. Carvalho vd. (2014) kutu şeklinde ankastre bir kirişin titreşimini incelemişlerdir. Kirişin iç ve dış tabakaları izotropik malzemeden oluşurken, aralarında FDM bulunmaktadır. Çalışmada hareket denklemleri Galerkin yöntemi ile türetilip çözüme Runge-Kutta entegrasyonu ile varılmıştır. Malik ve Kadoli (2018) FDM kirişlerin statik analizlerini ve serbest titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Bu çalışmada deneysel olarak da farklı FDM kirişler üretilmiştir ve doğal frekansları bulunmuştur. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca bir (n) kuvvet parametrelili polinom fonksiyonla tanımlanmıştır. Lineer olmayan geometri von Karman kuramına göre değerlendirilmiştir. Problemin çözümü için sonlu eleman metodu ile birlikte Newton-Raphson metodu kullanılmıştır. Deneysel sonuçlar ve sonlu elemanlar çözümüne ek olarak ticari bir sonlu elemanlar programı kullanılıp doğrulanmıştır. Kapuria vd. (2008) tabakalı FDM kirişlerin eğilme ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanıp farklı sınır şartları için problem çözülmüştür.

Çalışmada üçüncü mertebeden zigzag teorisine dayanan bir formülizasyon geliştirmişlerdir. Toz metalurjisi ve termal püskürtme teknikleri kullanılarak iki tür kiriş üretilen sonuçları deneysel olarak teyit etmişlerdir. Aydoğdu (2008) eksenel olarak fonksiyonel derecelendirilmiş basit mesnetli bir kirişin serbest titreşimini ve burkulmasını incelemiştir. Bu çalışmada kirişin dinamik tepkisi yarı ters yöntemiyle elde edilmiştir. Çalışmada malzeme dağılımı eksenel yönde eksponansiyel bir fonksiyon ile tanımlanmıştır. Burkulma yükleri ve doğal frekansların yanı sıra kirişin mod şekilleri de bulunmuştur. Mu ve Zhao (2016) sandviç yapılı FDM kirişlerin titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Kirişin çekirdek tabakası izotropik malzemeden oluşurken kaplamaları FDM'den oluşmaktadır. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Bu çalışmada analizler klasik plaka teorisi ile gerçekleştirilmiştir ve kayma gerilimleri de hesaba katmak için yüksek mertebeli kiriş teorisi kullanılmıştır. Sandviç kirişlerin titreşim denklemlerini elde etmek için genişletilmiş Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Teorik model ile elde edilen frekans değerleri ticari bir sonlu elemanlar programı ile doğrulanmıştır. Şimşek (2010) fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik karakteristiklerini incelemiştir. Kiriş kayma deformasyonunu ele alan farklı mertebelerden kiriş teorileri ile incelenmiştir ve sonuçlar birbiriyle karşılaştırılmıştır. Çalışmada farklı sınır şartları incelenip, malzeme özellikleri kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Hareket denklemleri Lagrange yöntemi ile elde edilip sınır şartları Lagrange çarpanları ile uygulanmıştır. Çallıoğlu vd. (2013), fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli sandviç kirişin titreşimini incelemiştir. Malzeme dağılımı eksponansiyel ve üstel fonksiyonlar ile verilmiştir ve klasik laminasyon teorisi ve karışımlar kuralı ile kirişin karakteristikleri bulunmaktadır. Çalışmada, kiriş genişliği kiriş uzunluğu boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla değişmektedir. Malzeme özelliklerinin ve narinlik oranının doğal frekanslar üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Analiz sonuçlarını ticari sonlu eleman analizi programıyla teyit edilmiştir. Demir vd. (2013) basit mesnetli simetrik FDM sandviç kirişin serbest titreşimlerini, Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanarak incelemiştir. Malzeme özellikleri, üstel ve polinom fonksiyonlar ile tanımlanmıştır. Klasik laminasyon teorisini ve karışımlar kuralı ile kirişin malzeme özellikleri bulunup sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmüştür. Sonuçlar ticari bir sonlu elemanlar programı ile teyit edilmiştir. Su vd. (2016) elastik zemine oturan FDM kirişler için genel bir Fourier serisi çözümü üretmişlerdir. Bu çözümün her türlü sınır şartlarına uyması çözümün özelliklerindendir. Kirişin iç kısmı

homojen ve izotropik, dış kısımları FDM ve bunun tam tersi olan kirişler incelenmiştir. Elastik zemin Pasternak yöntemi ile modellenmiştir. Malzeme dağılımı üstel fonksiyon ve Mori-Tanaka yaklaşımı ile tanımlanmıştır. Çalışmada hareketin diferansiyel denklemi Hamilton prensibiyle türetilip Fourier yöntemi ile çözüme ulaşılmıştır. Eltaher vd. (2013) makro ve mikro kirişlerin doğal frekanslarını bulmak için tarafsız eksen baz alarak farklı şekilde tanımlanan FDM teorisinden yola çıkmıştır. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada Euler-Bernoulli kiriş teorisinden faydalanarak sonlu elemanlar yöntemi ile çözüm bulunmuştur. Sayyad ve Ghugal (2019) eğri eksenli FDM sandviç kirişlerin statik davranışlarını incelemişlerdir. Sinüzoidal kiriş teorisinden yola çıkılarak, eğri eksenli FDM sandviç kirişlerin eğilme analizi yapılmıştır. Kirişin çekirdek tabakası homojen ve izotropik malzemeden oluşurken dış tabakaları FDM'den oluşmaktadır. FDM kalınlık boyunca üstel (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Basit mesnetli kirişin hareket denklemleri Hamilton prensibiyle türetilip Navier yöntemi ile çözüme ulaşılmıştır. Mahmoud (2019) eksenel olarak fonksiyonel derecelendirilmiş konik konsol kirişlerin serbest serbest titreşim davranışını incelemiştir. Ucunda kütle bulunan kirişler klasik Euler-Bernoulli teorisi ile incelenmiştir. Doğal frekansları bulmak için yaklaşım yöntemi olan Myklestad yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

Literatürde içinde çatlak bulunan FDM kirişlerin titreşimiyle ilgili birçok çalışma mevcuttur. Örneğin Soltanpour vd. (2017) çatlaklı bir FDM nanokirişi elastik zemine oturarak serbest titreşimini incelemişlerdir. Elastik zemin Winkler yöntemi ile modellenmiştir ve farklı sınır şartları incelenmiştir. Timoshenko kiriş teorisini kullanarak diferansiyel denklemleri Hamilton prensibiyle türetmişlerdir. Analitik bir sonuç elde etmek için diferansiyel denklemlerini değişkenlerin ayrılması yöntemi ile çözmüşlerdir. Shabani ve Cunedioğlu (2020) değişken kesitli çatlak ihtiva eden FDM kirişlerin serbest titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Kirişin genişliği lineer ve eksponansiyel fonksiyonlar ile uzunluğu boyunca değişmektedir. Çatlak kütesiz elastik dönele bir yay elamanla temsil edilmiştir. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel ve üstel (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Yapıya ait efektif yoğunluk ve elastisite modülü tabakalı kompozit kiriş teorisi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar yöntemi ile

gerçekleştirilmiştir. Van Lien vd. (2019) çok mesnetli FDM kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Makalede sonlu elemanlar yöntemine dahil olan dinamik rijitlik yöntemi kullanılmıştır. Kirişler için birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko teorisi kullanılmıştır. Çatlak kütsüz dönel yay ve eksenel yay çifti olarak modellenmiştir. Akbaş (2016) çatlaklı bir FDM mikro kirişin serbest titreşimini modifiye edilmiş birleşik gerilme teorisi ve Euler-Bernouilli kiriş teorisiyle incelemiştir. Malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Çatlak kütsüz elastik dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Sistemin hareket denklemi Lagrange denklemleri ile bulunup, çözüme sonlu eleman yöntemi ile varılmıştır. Çalışmada çatlak konumu, çatlak derinliği ve malzeme dağılım parametresinin etkisi incelenip, modifiye edilmiş birleşik gerilme teorisi ve Euler-Bernouilli kiriş sonuçları birbiriyle teyit edilmiştir. Rajasekaran ve Khaniki (2018) çift yöne fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik karakteristiklerini incelemişlerdir. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı uzunluk ve kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla, eksponansiyel fonksiyonla ve Sigmoid dağılımıyla tanımlanmıştır. Euler Bernouilli kiriş teorisi kabulüne dayanarak virtüel iş prensibiyle çalışmanın formülasyonu yapılmıştır. Çalışmada farklı çatlak sayısı ve konumların serbest titreşime etkisi incelenmiştir. Van Lien vd. (2017) çok çatlak çatlaklı ve simetrik olmayan FDM kirişin serbest titreşimini farklı sınır şartları için araştırmıştır. Çalışmada Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak sonlu elemanlar analizi gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır ve çatlaklar kütsüz elastik dönel yay elamanları ile temsil edilmiştir. Panigrahi ve Pohit (2015) çatlaklı bir FDM kirişin dinamik analizini yapmışlar. Lineer olmayan modellemelerinde, tarafsız düzlemde yola çıkmışlardır. Timoshenko kirişine Ritz metodu ile yaklaşarak iterasyon teknikleri ile çözüme ulaşmışlardır. Çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı üstel (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır ve çatlaklar kütsüz elastik dönel yay elamanları ile temsil edilmiştir. Sonuçları ticari bir sonlu eleman programı ile teyit etmişlerdir. Nguyen vd. (2019) çatlaklı bir FDM kirişin serbest titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır. Çatlak kütsüz elastik dönel bir yay ve eksenel bir yay elamanıyla temsil edilmiştir. Malzeme özellikleri kalınlık boyunca bir (n) kuvvet parametrelili polinom fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada Transfer Matrisi Yöntemi kullanılıp sayısal sonuçlara varılmıştır. Liu ve Shu (2014) hasarlı FDM kirişlerin serbest

titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Hasar yatay bir çatlaktan (delaminasyon) oluşmaktadır. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Kiriş modelinde Euler-Bernoulli hipoteze benimsenmiş olup, problem analitik olarak çözülmüştür. Kısa ve Brandon (2000) çatlaklı izotrop kirişlerin özdeğer probleminin çözümü için bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Makalede çatlak kütsüz elastik dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Yapının modellenmesinde Sonlu Elemanlar Metodu, Bileşen Mod Sentezi ve Lineer Elastik Kırılma Mekaniği Teorilerinden yararlanmışlardır. Ke vd. (2009) çatlaklı FDM kirişlerin burkulma ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Malzeme dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Çatlak kütsüz elastik dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Makalede kayma deformasyonunu ele alan Timoshenko kiriş teorisi ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Cunedioğlu (2015) simetrik sandviç yapılı FDM çatlaklı kirişlerin serbest titreşim durumunu Timoshenko kiriş teorisine dayalı sonlu elemanlar metoduyla incelemiştir. Malzeme özellikleri kalınlık boyunca dağılımı eksponansiyel ve polinom fonksiyonlarla tanımlanmıştır. Yapıdaki çatlak durumu kütsüz ve boyutsuz bir yay elamanla temsil edilmiştir. Çalışmada çatlak konumunun, çatlak derinliğinin, malzeme dağılım parametresi (n) ve kiriş kalınlık boy oranının doğal frekanslar üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Yang vd. (2015) FDM çatlaklı bir kirişin serbest titreşimini incelemiştir. Problem klasik (Euler-Bernoulli) kiriş teorisi kullanarak, kirişi üç farklı sınır şartlarına tabi tutarak ve malzeme özellikleri kalınlık boyunca eksponansiyel fonksiyonla tanımlanarak çözülmüştür. Sonuçta izotropik bir kiriş için değerler bulunmuştur ve ticari bir sonlu eleman analizi programı ile doğrulanmıştır. Aydın (2013) birden fazla çatlak içeren FDM kirişlerin serbest titreşimlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisiyle araştırmıştır. Çalışmada çatlak kütsüz dönel bir yayla temsil edilmiştir ve malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel fonksiyonla tanımlanmıştır. Serbest titreşim frekans değerlerinin tahmini için üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisiyle bir formülizasyon geliştirmişlerdir. Üçüncü mertebedeki matematiksel problemi daha düşük mertebeli probleme indirgeyip basitleştirmelerine rağmen tatmin edici sonuçlar elde etmişlerdir. Akbaş (2013) çatlaklı FDM kirişlerin statik analizini incelemiştir. Çalışmada kiriş ucunda noktasal yük uygulanarak büyük deformasyonlar incelenmiştir. Büyük deformasyonları inceleyebilmek için lineer olmayan geometrik modelden yola çıkılmıştır. Lagrange yöntemiyle elde edilen Timoshenko kiriş teorisi ile sonlu elemanlar analizi yapıp, problemin çözümüne

Newton-Raphson iterasyon yöntemiyle varılmıştır. Bu çalışmada malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanırken çatlak kütsüz elastik dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Ke vd. (2012) çatlaklı FDM kirişlerin serbest titreşimini incelemiştir. Çatlak kütsüz elastik dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Timoshenko kirişini incelerken diferansiyel quadratör (kareleme) yöntemi ile lineer olmayan denklemleri ayırıştırıp iteratif şekilde çözmüşlerdir. Ritz metodunun, diferansiyel quadratör (kareleme) yöntemine daha uygun olduğu gözlemlenmiştir. Wei vd. (2012) eksenel yüklü çatlaklı FDM kirişlerin serbest titreşimi için analitik bir çözüm önermişlerdir. Çalışmada kirişin kayma deformasyon ve dönme atalet etkileri dikkate alınmış olup çatlak dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Transfer matrisi yöntemi ile tekrarlama denklemleri bulunup sistemin doğal frekansları bulunmuştur. Çalışmada çatlak konumunun ve sayısının, malzeme dağılımının eksenel yükün ve sınır şartların etkisi incelenmiştir. Yan vd. (2012) FDM çatlaklı kirişlerin eksenel basma kuvvetleri ve kiriş boyunca yük etkisindeki zorlanmış titreşimlerini analitik olarak ele almışlardır. Kiriş elastik bir zemine oturtulmuş olup, çatlak dönel bir yay elamanıyla temsil edilmiştir. Yay esneklikleri kırılma mekaniği ile hesaplanmıştır, diferansiyel denklemleri Hamilton prensibiyle türetilmiştir ve Galerkin tekniği ile adi diferansiyel denklemlere çevrilip çözülmüştür. Birman ve Byrd (2007) hasarlı ankastre FDM kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemiştir. Hasar, azalmış rijitlik, tek bir delaminasyon veya tek bir çatlaktan oluşmaktadır. Prizmatik olmayan ve uzunluk boyunca değişken kesitli veya uzunluk boyunca değişen malzeme özelliklerini de araştırmışlardır. Çalışmada çözümler analitik olarak elde edilip sayısal çözümler ile teyit edilmiştir. Yan vd. (2011) elastik zemine oturan FDM çatlaklı kirişlerin sabit hızla hareketli yük etkisi altında dinamik davranışı incelemiştir. Çalışmada çatlak kütsüz dönel bir yayla temsil edilmiştir ve malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel fonksiyonla tanımlanmıştır. Kirişin kayma deformasyon etkilerini hesaba katmak için Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır. Çalışmada hareketin diferansiyel denklemi Hamilton prensibiyle türetilmiştir ve Galerkin yöntemi ile çözüme varılmıştır. Ferezqi vd. (2010) FDM çatlaklı Timoshenko kirişlerin serbest titreşimi için analitik bir metot ileri sürmüşlerdir. Çalışmada malzeme dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Analiz için dalga yöntemini benimsenmiştir. Bu yöntemde dalgaların kiriş uzunluğu boyunca yayılması ve yansımaları hesaplamak için yayılma, iletim ve yansıma matrisleri türetilmiştir. Böylece çatlak gibi süreksizlikler veya kesit değişkenliği problemleri kolayca çözümlenir literatürle doğrulanmıştır. Matbuly

vd. (2009) elastik zemine oturtulmuş çatlaklı bir kirişin serbest titreşim durumunu incelemişlerdir. Elastik zemin Winkler-Pasternak zemini olarak tanımlanmıştır ve problemin çözümüne diferansiyel quadratör (kareleme) yöntemi ile ulaşılmıştır, sonuçların literatür ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Kitipornchai vd. (2009) FDM çatlaklı kirişlerin titreşimlerini Timoshenko kiriş teorisiyle araştırmışlardır. Çalışmada çatlak kütsüz dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Lineer olmayan geometri von Karman kuramına göre değerlendirilmiştir. Çalışmada malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Farklı sınır şartları için hareket denklemlerini bulmak için Ritz yaklaşımı kullanılıp çözüme iterasyon yöntemi ile varılmıştır. Yang ve Chen (2007) çatlaklı FDM kirişlerin serbest titreşimlerini ve burkulmalarını Euler–Bernouilli kiriş teorisiyle incelemişlerdir. Çatlak dönel bir yay elamanla temsil edilmiştir. Çalışmada malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Problemin çözümüne analitik yöntemler ile varılıp, kirişin doğal frekansları, burkulma yükleri ve mod şekilleri farklı malzeme dağılımlarında, çatlak derinliği ve konumlarında ve sınır şartları altında bulunmuştur. Byrd ve Birman (2008) hasarlı ankastre FDM kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Hasar kirişin ankastre ucunda oluşan tek bir dikey çatlaktan oluşmaktadır. Çalışmada çözümler analitik olarak elde edilip litartür ile doğrulanmıştır.

Literatürde porosite ihitiva eden FDM kirişlerin titreşimiyle ilgili çalışmalar da mevcuttur. Örneğin Akbaş (2019) tabakalı FDM kirişlerin zorlanmış titreşimini incelemiştir. Kirişin çekirdek tabakası porositeli izotrop bir malzemeden oluşurken, yüzeyleri FDM kaplamalardan oluşmaktadır. Malzeme dağılımı kalınlık boyunca eksponansiyel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Hareket denklemlerini Hamilton prensibi ile türetirken, problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla elde edilmiştir. Problemin çözümünde kiriş elemanları yerine düzlem elemanları kullanılmıştır. Çalışmada porositenin ve malzeme dağılım parametresin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Al Rjoub ve Hamad (2016) porositeli olan fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin dinamik karakteristiklerini incelemişlerdir. Euler Bernouilli ve Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak iki yöntem arasında kıyas yapılmıştır. Çalışmada dört farklı sınır şartı kullanarak çözümlere transfer matris metodu ile gidilmiştir. Wattanasakulpong ve Chaikittiratana (2015) porositeli FDM kirişlerin serbest titrşim davranışlarını incelemişlerdir. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel

bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Çalışmada sonlu elemanlar yönteminde birinci mertebeli kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır ve farklı sınır şartları araştırılmıştır. Çözümler Chebyshev sıralama yöntemi ile analitik şekilde elde edilmiştir. Akbaş (2017) porositeli FDM kirişlerin burkulma analizini gerçekleştirmiştir. Porositenin farklı dağılımları için değişik porosite modelleri kullanmıştır. Burkulma sonrasında oluşan lineer olmayan problemin çözümü için sonlu elemanlar metodu ile birlikte Newton-Raphson metodu kullanılmıştır. Çalışmada farklı porosite modellerinin ve malzeme dağılım parametresinin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Mohcine vd. (2017) simetrik olmayan porositeli bir çatlaklı FDM kirişin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır ve çatlaklar kütsüz elastik dönel yay elemanları ile temsil edilmiştir. Çalışmada hareketin diferansiyel denklemi Hamilton prensibiyle türetilirken problemin çözümü sayısal bir iterasyon yöntemi ile çözülmüştür. Mota ve Loja (2019) porositeli nanokompozit malzemeli kirişlerin mekanik davranışlarını araştırmışlardır. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş malzemesi kalınlık boyunca bir (n) kuvvet parametrelili polinom fonksiyonla tanımlanmıştır ve porosite için iki farklı dağılım fonksiyonu kullanılmıştır. Analizler Amerikan Test ve Malzemeler Derneği'nin (ASTM) gerilme ve eğilme testlerini baz alarak sonlu elemanlar yöntemi ile yapılmıştır.

Literatürde FDM plakalarını inceleyen de çalışmalar mevcuttur. Örneğin Bacciochi vd. (2019) katmanlı ve kusurlu bir plaka elemanının doğal frekanslarını araştırmışlardır. Sonlu elemanlar formülasyonu Reissner-Mindlin Zig-Zag teorisine dayanmaktadır. Çekirdek tabakası hasarlı izotropik malzemeden oluşurken, yüzey tabakaları karbon fiber kompozitten oluşmaktadır. Çalışmada malzemenin hasar derecesi, karbon fiberlerin dağılımı, fiber hacim oranı ve malzemelerin kütle oranının doğal frekanslar üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Daikh ve Zenkour (2019) porositeli sandviç plakaların serbest titreşimini ve mekanik burkulmasını incelemişlerdir. Kayma deformasyonun etkisini de hesaba katmak için basitleştirilmiş yeni bir yüksek dereceli kayma deformasyon teorisi kullanılmıştır. Plakanın çekirdek tabakası izotropik malzemeden oluşurken, kaplama olarak FDM kullanılmıştır. Dört farklı porosite modeli kullanılıp, Navier çözümü ile sonuçlar elde edilmiştir. Demirhan ve Taşkın (2017) FDM sandviç plakaların statik analizini gerçekleştirmişlerdir. Plakanın çekirdek tabakası izotropik malzemeden oluşurken, kaplama olarak FDM kullanılmıştır. Bu çalışmada, malzeme

özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Statik denge denklemleri virtüel iş prensibi uygulanarak bulunurken, hareket denklemleri Levy çözüm yöntemi ile bulunmuştur. Driz vd. (2017) izotropik ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş sandviç plakaların eğilme, burkulma ve serbest titreşim incelemeleri için yeni bir yüksek kayma deformasyon teorisi önermişlerdir. Model, enine kesme geriliminin parabolik bir fonksiyon ile tanımlayarak plaka sınırlarında da devamlılığı sağlamaktadır. Çalışmada basit mesnetlendirilmiş plakanın yer değiştirmeleri, gerilmeleri, kritik burkulma yükleri ve doğal frekansları analitik çözümler ile bulunmuştur. Zhang ve Zhao (2008) FDM plakaların tarafsız ekseninden yola çıkarak eğilme burkulma ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Klasik plaka teorisinde plakanın ortası referans alınmakta ve karmaşık denklemler ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada ince plaka teorisinden istifade edilip tarafsız eksen referans alınmıştır. Böylece problemin denklemleri homojen ve izotropik plakaların denklemleri kadar basitleşip büyük deformasyonların bile çözülebileceğini bulmuşlardır. Gupta ve Talha (2018) fonksiyonel olarak derecelendirilmiş plakaların titreşimlerini incelemişlerdir. Çalışmada malzeme porositeli olarak modellenmiştir ve ısıнын etkisi de ele alınmıştır. Araştırmacıların geliştirdiği yüksek mertebe kayma ve normal deformasyonunu ele alan teorileri ile çözüme varıp çeşitli sayısal örnekler çözmüşlerdir. Hosseini-Hashemi vd. (2012) tek tarafı FDM ile kaplı kalın izotropik plakaların serbest titreşim davranışlarını araştırmışlardır. Plaka kalın olduğu için üç boyutlu katı cisimler teorisinden yola çıkmışlardır. Bu çalışmada, malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Hareket denklemleri adi diferansiyel denklemler şeklinde bulunup analitik çözüme varılmıştır. Nguyen vd. (2014) FDM ve sandviç FDM plakaların statik, burkulma ve titreşim incelenmesi için yeni bir ters trigonometrik kayma deformasyon yöntemi önermişlerdir. Hareket denklemleri üç farklı yapıdaki plaka için çözülürken, basit mesnetli bir plakanın deplasmanlarını, gerilmelerini, kritik burkulma yüklerini ve doğal frekanslarını hesaplayan kapalı form çözümleri elde edilmiştir. Çözümlerin literatür değerleri ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Li vd. (2013) çekirdek tabakası FDM'den oluşan sandviç plakaların eğilme analizlerini yapmışlardır. Reissner varsayımlarına dayanarak yola çıkılıp analizler sonlu eleman yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanmıştır. Bu çalışmada basit mesnetli sandviç plakanın yer değiştirmeleri ve gerilme durumları araştırılmıştır. Tossapanon ve

Wattanasakulpong (2020) elastik zemine oturtulmuş sandviç ve FDM plaka elemaların doğal frekanslarını araştırmışlardır. Kayma deformasyonun etkisini de hesaba katmak için birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılmıştır. Her türlü sınır şartlarına uyan genel bir analitik çözüm bulma amacıyla çözümler Chebyshev sıralama yöntemi ile elde edilmiştir. Zhang vd. (2020) çekirdek tabakası visko elastik malzemeden, kaplamaları porosite ihtiva eden FDM sandviç yapıda bir plakanın serbest titreşimini incelemiştir. Malzeme özelliklerinin dağılımı kalınlık boyunca üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonla tanımlanırken FDM'deki porositeler iki farklı teori ile modellenmiştir. Plakada birinci mertebede kayma deformasyonu içermesi amacıyla yer değiştirmeleri ve dönme bileşenleri modifiye edilmiş bir Fourier serisi olarak tanımlanmıştır ve Fourier-Ritz yöntemi ile problemin çözümü bulunmuştur. Zhao vd. (2018) porositeli ve kalın FDM plakaların serbest titreşim davranışlarını araştırmışlardır. Plaka kalın olduğu için üç boyutlu katı cisimler teorisinden yola çıkmışlardır. FDM'deki porositeler üç farklı porosite denklemiyle modellenmiştir. Her türlü sınır şartına uyan genel bir analitik çözüm bulma amacıyla çözümler geliştirilmiş ve genişletilmiş Fourier cosinus serisi ile bulunmuştur. Problemin kesin çözümü Rayleigh Ritz yöntemi ile elde edilip sayısal sonuçlar teyit edilmiştir.

BÖLÜM III

TEZİN AMACI

Kompozit, farklı malzemelerin öne çıkan özelliklerini tek bir malzemede toplama çabasıyla ortaya çıkan yapılardır. Kompozit malzemeler homojen malzemelere göre hafiflik, katılık (rijitlik) ve yüksek mukavemetleri ile üstün oldukları için tercih edilirler. Maliyetlerinden dolayı geçmişte özel uygulamalarda kullanılmışlarsa da üretim teknolojisi gelişip malzeme ucuzladıkça kompozitlerin günlük kullanıma da taşındığı gözlemlenmektedir. Yeni nesil elektrikli araçlarda ve yolcu uçaklarında yapının en az yarısı kompozitten oluşması bariz örneklerdendir. Farklı tabakalardan oluşan kompozitlerde, kullanım esnasında tabakalar arasında yüksek gerilmeler oluşmaktadır. Örneğin yüksek sıcaklığa maruz kalan bir metal, seramik ile kaplandığında bu metal bu sıcaklığa karşı dayanabilmektedir ama tabakalar arasında yüksek gerilmelere çatlaklara ve ayrışmalara neden olmaktadır. Metal ve seramik malzeme özelliklerinin farklı olması ve tabakalarda ani özellik değişimi buna yol açmaktadır. Bu problemi bertaraf etmek için bir grup Japon bilim adamı 1984'te termal bariyer tasarımı sırasında FDM fikrini ortaya koymuştur. Malzemenin bir yüzeyi metal, diğer yüzeyi seramik ve iki yüzey arası bu iki malzemenin karışımından oluşan tabakalardan oluşturulur. Tabakalar arası malzeme özelliklerinin değişimi matematiksel bir fonksiyonla tanımlandığı için tabakalar arası malzeme özelliklerinin birbirine yakın olması nedeniyle tabakalar arası ayrışma (delaminasyon) sorunu önemli derecede azalmış olur. Bu şekilde tasarlanmış yeni bir malzeme olan FDM'nin dinamik davranışlarının tasarım yaparken önceden bilinmesi önem arz etmektedir.

Bu çalışmada çekirdek tabakası izotrop alüminyum olan, üst ve alt tarafı FDM ile kaplanan, kaplaması üniform dağılımlı porositeli ve çatlaklı FDM'den yapılmış kirişlerin serbest titreşim analizi incelenecektir. Literatür taramasından görüleceği gibi FDM çatlaklı kirişlerin serbest titreşim durumlarıyla ilgili pek çok yaklaşımlar mevcut olup çekirdek tabakası izotropik homojen malzeme, dışı FDM kaplı çatlaklı kirişlerin serbest titreşimi ile ilgili sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Ancak çatlaklı ve porositeli FDM kaplı kirişlerin durumunu ele alan serbest titreşim çalışmasına rastlanmamıştır.

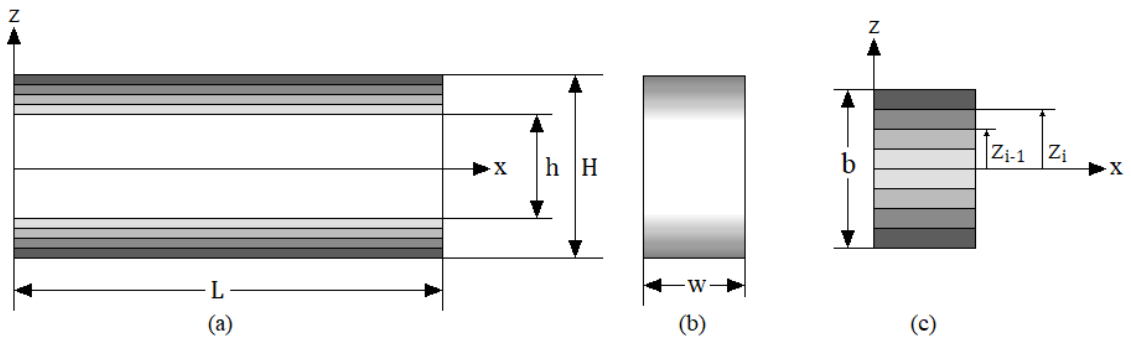
BÖLÜM IV

TEORİK ALTYAPI

Bu bölümde araştırmanın altyapısını oluşturan teoriler anlatılacaktır. FDM'nin modellenmesi ile başlanacaktır. Sonra genelleştirilmiş virtüel iş denklemi çubuk elemanın rijitlik ve kütle matrisini bulmakta alt yapı oluşturacaktır. Çubuk elemanın gerekli denklemleri bulununca kiriş elemanına geçiş yapılmaktadır. İlk önce farklı mevcut olan kiriş modelleri ve özellikleri açıklandıktan sonra, kiriş elemanın enerji denklemleri bulunacaktır. Bu denklemler ile kirişin rijitlik ve kütle matrisleri türetilip, kirişteki çatlağın rijitlik matrisi türetiləcəktir. Son olarak titreşim analizini gerçekleştirmek için gereken denklemler ile bu bölüm tamamlanacaktır.

4.1 Kirişin FDM Olarak Modellenmesi

Kiriş çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıdadır. Kaplama tabakası olan FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için alt ve üst kaplama yüzeyleri 25'er tabaka olarak modellenmiş olup Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Şeklin (a) bölümünde H kirişin yüksekliğini, h çekirdek tabakasının yüksekliğini ve L kirişin uzunluğunu temsil etmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir FDM kirişin kesiti gösterilmiştir. Kiriş genişliği w olarak verilmiştir. Şeklin (c) bölümünde ise çekirdek tabakası olmaksızın sadece kaplama olan FDM'nin modellenmesi gösterilmiştir. Kaplama yüksekliği b ile temsil edilirken, z tarafsız ekseninden tabakaların konumlarını belirleyen eksendir.



Şekil 4.1. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin kesiti

Şekillerden görüleceği üzere modellemede her tabaka kendi içinde homojen ve izotrop kabul edilmiştir. Kaplamanın tabakaları karışımlar kuralı gereğince Alüminyum (Al) ve seramik (Al_2O_3) malzemelerin belirli oranlarda karışımından oluşturulmaktadır. Elastisite modülü ve yoğunluk kalınlık boyunca değişmekte olup, değişim aşağıda verilen polinom ve eksponansiyel fonksiyonlarla tanımlanmıştır (Cunedioglu, 2015).

$$E(y) = (E_s - E_m) \left(y + \frac{1}{2} \right)^n \quad E(y) = E_s e^{(-\delta(1-2y))}, \quad \delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E_s}{E_m} \right) \quad (4.1.1)$$

$$\rho(y) = (\rho_s - \rho_m) \left(y + \frac{1}{2} \right)^n \quad \rho(y) = \rho_s e^{(-\delta(1-2y))}, \quad \delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\rho_s}{\rho_m} \right) \quad (4.1.2)$$

Burada ρ_s seramiğin, ρ_m metalin yoğunluğunu, E_s seramiğin, E_m metalin elastisite modülünü, y birim koordinat eksenini ve n polinom derecesini ifade etmektedir. y değişkeni aşağıda ifade edilen değerler ile verilmektedir;

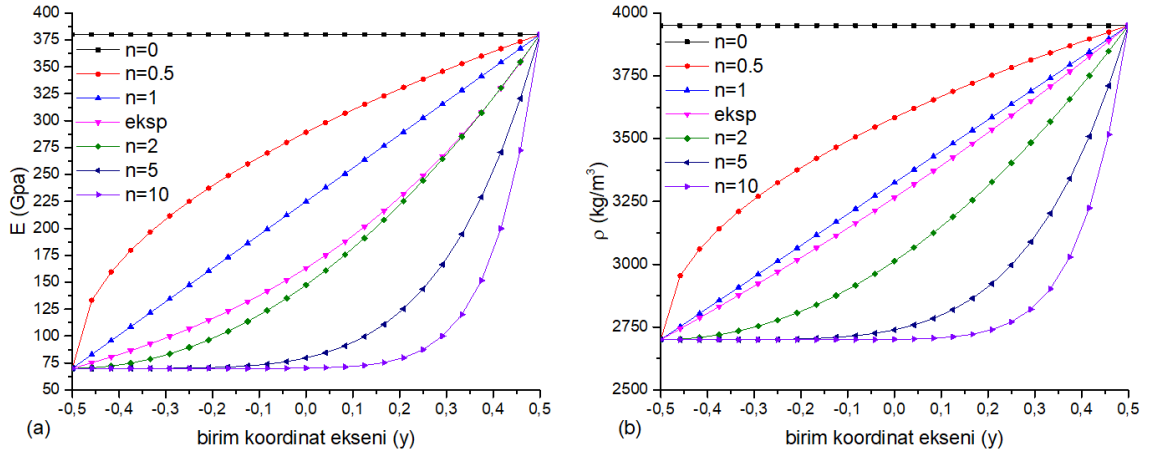
$$y = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{1}{\eta}, -\frac{1}{2} + \frac{2}{\eta}, \dots, \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad \eta = N - 1 \quad (4.1.3)$$

Burada N yüzey kaplama tabakası sayısını temsil etmektedir. Seramik (Al_2O_3) ve Alüminyum (Al) malzemelerin özellikleri Çizelge 4.1’de verilmiştir (Demir, 2013).

Çizelge 4.1 Seramik (Al_2O_3) ve Metal (Al) malzeme özellikleri

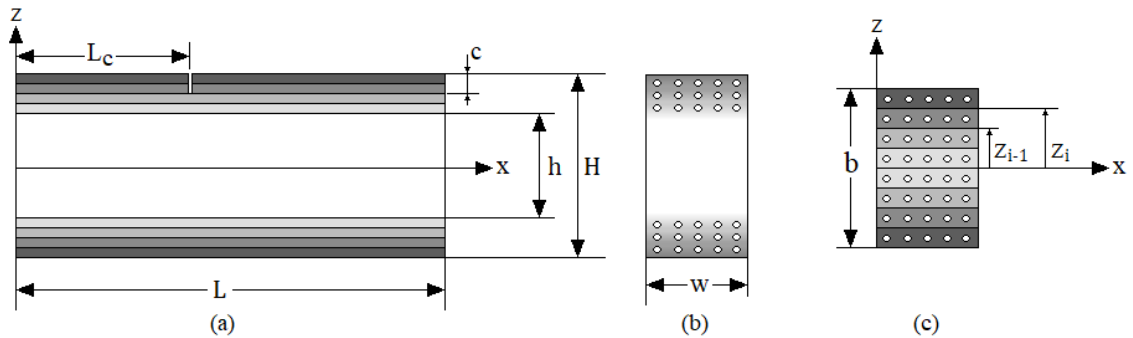
E_s , Gpa	E_m , Gpa	G_s , Gpa	G_m , Gpa	ρ_s , $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	ρ_m , $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
380	70	142.5	26.25	3950	2700

Dağılım fonksiyonlarına göre malzeme özelliklerinin değişimini görmek için elastisite modülünün ve yoğunluğun grafikleri Şekil 4.3’te verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere FDM kaplama $n = 0$ değeri için tamamen seramikten oluşmaktadır. $n = 1$ değeri için lineer bir değişim sergilenirken, $n = 1$ ’den büyük değerler için malzemedeki metal özellikleri daha ağır basmaktadır. Eksponansiyel malzeme dağılımlı fonksiyondan elde edilen elastisite modülü polinom fonksiyonla yaklaşık olarak $n = 2$ değerinde örtüşürken, yoğunluk yaklaşık olarak $n = 1$ değeriyle örtüşmektedir.



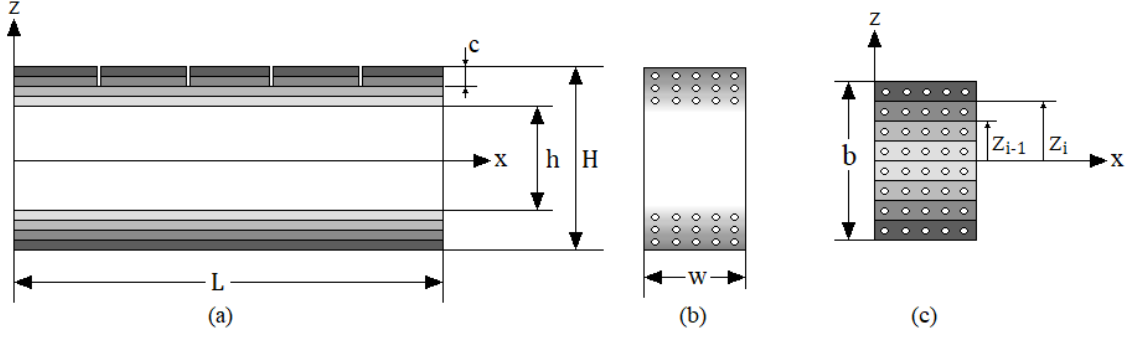
Şekil 4.2. FDM kaplamanın tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin eksponansiyel fonksiyonda ve polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi

Kaplama bazı durumlarda hasarlı ve kusurlu olabilmektedir. Kirişlerin kullanımı esnasında FDM’de dikey bir veya birden çok çatlak oluşabilmektedir. Tek çatlaklı durum Şekil 4.3’te gösterilmiştir. Çatlak konumu L_c ve çatlak derinliği c ile temsil edilmiştir. Aynı zamanda üretim esnasında FDM’lerde boşluklar şeklinde kusurlar oluşabilmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir kaplama FDM kirişin kesitinde oluşabilecek boşluklar (porosite) ile gösterilmiştir.



Şekil 4.3. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti

Bazı durumlarda tek çatlak yerine birden çok çatlak oluşabilmektedir. Tez çalışmasında hasar durumu eşit aralıklı 4 çatlak ile modellenmiş olup Şekil 4.4’de gösterilmiştir.



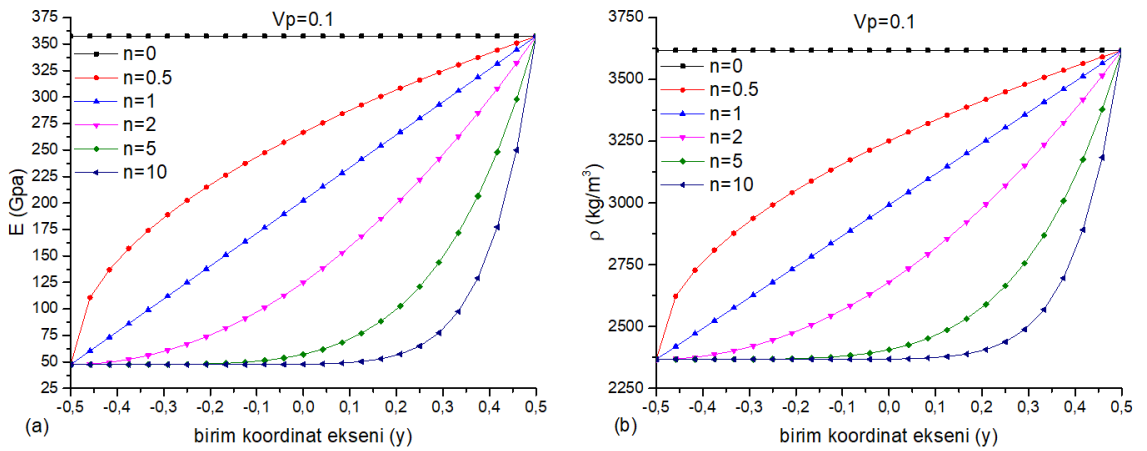
Şekil 4.4. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti

Çatlağın modeli sonraki bölümlerde anlatılacaktır. Malzeme özelliklerinin dağılım fonksiyonları porositeli durum için aşağıdaki denklemlerle verilmiştir (Al Rjoub, 2016);

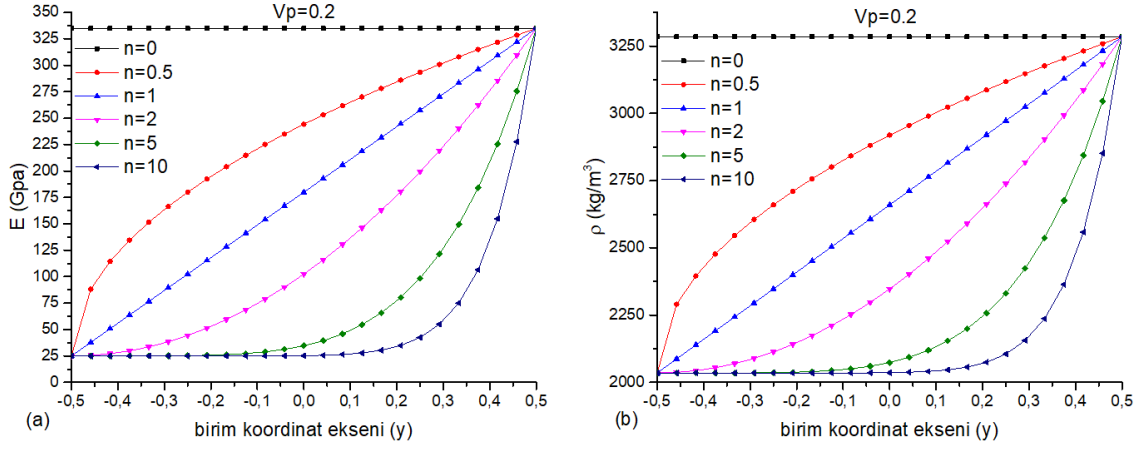
$$E(y) = (E_s - E_m) \left(y + \frac{1}{2} \right)^n + E_m - \frac{V_p}{2} (E_s + E_m) \quad (4.1.4)$$

$$\rho(y) = (\rho_s - \rho_m) \left(y + \frac{1}{2} \right)^n + \rho_m - \frac{V_p}{2} (\rho_s + \rho_m) \quad (4.1.5)$$

Burada V_p porosite hacim oranını temsil etmektedir. Şekil 4.5'te $V_p = 0.1$ porosite hacim oranı için elastisite modülü ve yoğunluk verilirken, Şekil 4.6'da $V_p = 0.2$ porosite hacim oranı için malzeme özelliklerinin dağılımı verilmiştir. Grafiklerden görüleceği üzere porosite elastisite ve yoğunluk değerlerini etkilediği aşıkardır.



Şekil 4.5. FDM kaplamanın $V_p = 0.1$ için tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi



Şekil 4.6. FDM kaplamanın $V_p = 0.2$ için tarafsız eksenin üst tarafındaki malzeme özelliklerin polinom fonksiyonda farklı n değerlerinin y ile değişimi

FDM kaplama malzemenin efektif elastisite ve yoğunluğunun belirlenmesi

FDM'nin elastisite modülünün ve yoğunluğunun tabaka tabaka hesaplanması mümkünken, aynı zamanda klasik laminasyon teorisi kullanılarak da hesaplanabilmektedir. Bu durumda FDM'nin efektif yoğunluk ve elastisitesi aşağıdaki denklemlerle hesaplanmaktadır (Gibson, 2012);

$$E_{ef} = \frac{8}{b^3} \sum_{i=1}^{N_i/2} (E_i) (z_i^3 - z_{i-1}^3) \quad \rho_{ef} = \frac{8}{b^3} \sum_{i=1}^{N_i/2} (\rho_i) (z_i^3 - z_{i-1}^3) \quad (4.1.6)$$

FDM kaplı kirişin elastisite ve yoğunluğunun belirlenmesi

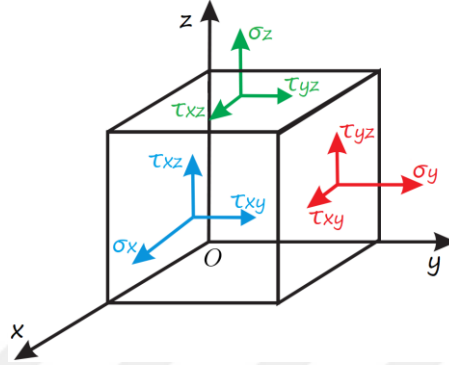
FDM'nin özellikleri efektif elastisitesi ve efektif yoğunluk denklemi ile belirlenirken bu denklemlerde tüm tabakaların kalınlığının aynı olması gerekmektedir. Diğer tabakalardan kalın olan çekirdek tabakasını matematiksel olarak modelimize işlemek için karışımlar kuralı kullanılmıştır (Daniel, 2006);

$$E = V_{eff} E_{eff} + V_m E_m \quad \rho = V_{eff} \rho_{eff} + V_m \rho_m \quad (4.1.7)$$

Burada V_{eff} FDM'nin hacim oranını, V_m metalin hacim oranını temsil etmektedir.

4.2. Genelleştirilmiş Virtüel İş Denklemi

Virtüel iş prensibini uygularken küçük virtüel (sanal) yer değişimlerin uygulandığı varsayılır. Bu sanal yer değiştirme sonucunda gerilmelerin, hacimsel kuvvetlerin ve eylemsizlik kuvvetlerinin sanal bir iş yapmaları söz konusudur. Şekil 4.7’de üç boyutlu gerilme durumunda yüzeylerin genel gerilme durumu verilmiştir.



Şekil 4.7. Üç boyutlu gerilme durumunda yüzey gerilmeleri

Bu gerilmelerin dışında σ_x , σ_y ve σ_z ile aynı yönde olan harici hacimsel kuvvetler q_x , q_y ve q_z de etki edebilir. Titreşim analizinde kütlelin eylemsizlik kuvvetleri de söz konusu olmaktadır. Bunların hepsi ele alınırsa, genelleştirilmiş virtüel iş denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Hofman, 1996);

$$\begin{aligned} \delta U_{iç} = & \int_V \left(\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} \right) \cdot dV \\ & + \int_V \left(q_x \delta u_x + q_y \delta u_y + q_z \delta u_z \right) \cdot dV \\ & - \int_V \left(\rho \frac{d^2 u_x}{dt^2} \delta u_x + \rho \frac{d^2 u_y}{dt^2} \delta u_y + \rho \frac{d^2 u_z}{dt^2} \delta u_z \right) \cdot dV \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Burada $\delta U_{iç}$ yapılan virtüel işi, u_x , u_y ve u_z ise sırasıyla x , y ve z yönündeki deplasmanları temsil etmektedir. Sadece eylemsizlik kuvvetleri tarafından virtüel iş yapılırsa ve deplasmanın zaman türevlerini farklı bir şekilde ifade edersek aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\delta U_{iç} = - \int_V \left(\rho \cdot \ddot{u}_x \cdot \delta u_x + \rho \cdot \ddot{u}_y \cdot \delta u_y + \rho \cdot \ddot{u}_z \cdot \delta u_z \right) \cdot dV \quad (4.2.2)$$

Sonlu elemanlar analizinde karmaşık durumlarla karşılaştığımız için ifadelerimizi daima matrisler şeklinde yazmayı amaçlamaktayız. Yukarıdaki ifadeyi matris şeklinde yazmak amacıyla aşağıdaki verilen vektörler ve matris tanımlanmaktadır;

$$\delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta u_x \\ \delta u_y \\ \delta u_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad \ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_z \end{bmatrix} \quad (4.2.3)$$

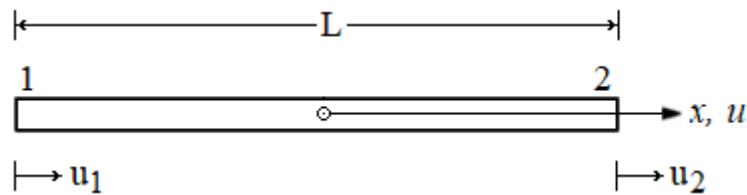
Burada $\delta \mathbf{u}$ virtüel deplasman vektörünü, $\mathbf{R}$ yoğunluk matrisini ve $\ddot{\mathbf{u}}$ ivme vektörünü temsil etmektedir. Böylece (4.2.2) denklemi matris ifadesiyle yazılabilmektedir;

$$\delta U_{ic} = - \int_V (\delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{R} \cdot \ddot{\mathbf{u}}) \cdot dV \quad (4.2.4)$$

4.3. Çubuk Elemanı Rijitlik ve Kütle Matrisi

Çubuk Elemanı Rijitlik Matrisi

Şekil 4.8’de uzunluğu L olan bir çubuk elemanı verilmiştir. Bu elemanın her iki düğümü sadece yatay olarak öteleme serbestlik derecesine sahiptir. Çubuğun toplam 2 serbestlik derecesi olduğuna göre elemanın uzunluğu boyunca deplasmanını belirleyen şekil fonksiyonunun iki sabit içermesi gerekmektedir.



Şekil 4.8 Çubuk elemanı ve serbestlik dereceleri

Çubuğun şekil fonksiyonu aşağıdaki ifadeyle verilmektedir (Hofman, 1996);

$$u_x = a_1 + a_2 x \quad (4.3.1)$$

Burada a_1 ve a_2 birer sabit olup, sınır şartlarını uygulayarak bu sabitleri serbestlik derecesi cinsinden yazmak mümkündür;

$$x = 0: \quad a_1 = u_1 \quad (4.3.2)$$

$$x = L: \quad u_2 = a_1 + a_2 L \quad \rightarrow \quad a_2 = \frac{u_2 - u_1}{L} \quad (4.3.3)$$

(4.3.2) ve (4.3.3) denklemleri (4.3.1) denklemine yerleştirilirse;

$$u_x = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot u_1 + \left(\frac{x}{L}\right) \cdot u_2 \quad (4.3.4)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem matris şeklinde ifade edilirse;

$$u_x = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad u_x = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u} \quad (4.3.5)$$

denklemini elde edilir. u_x burada herhangi bir x konumunda deplasmanı temsil ederken, $\mathbf{A}$ şekil fonksiyonları matrisini, $\mathbf{u}$ deplasman vektörünü temsil etmektedir. Çubuktaki birim şekil değiştirmeleri bulmak için u_x 'in türevi alınır;

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_x = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (4.3.6)$$

ε_x burada herhangi bir x konumunda şekil değiştirmeyi temsil ederken, $\mathbf{u}$ deplasman vektörünü temsil etmektedir. $\mathbf{B}$ matrisini eleman şekil değiştirme-yer değiştirme matrisi olarak tanımlanmaktadır. Birim şekil değiştirme ve deplasman, virtüel birim şekil değiştirme ve virtüel deplasman ve bunların transpozları aralarında bağıntılar kurulabilir.

$$\varepsilon_x = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad \delta \varepsilon_x = \mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{u} \quad \delta \varepsilon_x^t = \delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{B}^t \quad (4.3.7)$$

Virtüel iş denkleminde genelleştirilmiş iş denklemi bulunmaktadır (4.2.1). Bir çubuğun sadece yatay olarak ötelenme serbestlik derecesi olduğu hesaba katılırsa, gerilmelerin yaptığı virtüel işin denklemi aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\delta U_{iç} = \int_V (\sigma_x \cdot \delta \varepsilon_x) \cdot dV \quad (4.3.8)$$

Bu denklemi transpoz şekilde ifade etmek de mümkün;

$$\delta U_{iç} = \int_V (\delta \varepsilon_x^t \cdot \sigma_x) \cdot dV \quad (4.3.9)$$

Eksenel gerilmeler Hooke kanunu ile bulunmaktadır;

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (4.3.10)$$

(4.3.9) denkleminde Hooke kanununu yerine koyulursa;

$$\delta U_{iç} = \int_V (\delta \varepsilon_x^t \cdot E \cdot \varepsilon_x) \cdot dV \quad (4.3.11)$$

denklemi elde edilir. (4.3.7) denklemlerindeki ε_x ve $\delta \varepsilon_x^t$ ifadelerini (4.3.11) denkleminde yerine koyulursa ve $\delta \mathbf{u}^t$ ve $\mathbf{u}$ vektörlerinin x, y ve z koordinatlarından bağımsız olduğu hesaba katılırsa integralin dışına alınabilir;

$$\delta U_{iç} = \int_V (\delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{B}^t \cdot E \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}) \cdot dV = \delta \mathbf{u}^t \cdot \left\{ \int_V (\mathbf{B}^t \cdot E \cdot \mathbf{B}) \cdot dV \right\} \cdot \mathbf{u} \quad (4.3.12)$$

Bu denklemin bir bölümü çubuk rijitlik matrisini temsil etmektedir;

$$\mathbf{K} = \int_V (\mathbf{B}^t \cdot E \cdot \mathbf{B}) \cdot dV \quad (4.3.13)$$

İntegralin içinde yer alan eleman şekil değiştirme-yer değiştirme matrisi $\mathbf{B}$, elastisite modülü E x , y ve z koordinatlarından bağımsızdır ve bundan dolayı integralin dışına alınabilirler. Çubuk elemanının hacmini veren ifade aşağıdaki gibidir;

$$\int dV = A \cdot L \quad (4.3.14)$$

Çubuk elemanın rijitlik matrisinin ifadesi nihai olarak aşağıdaki şekli almaktadır;

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^t \cdot E \cdot \mathbf{B} \cdot A \cdot L \quad (4.3.15)$$

$$\mathbf{K} = \frac{EA}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad \mathbf{K} = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad a = \frac{L}{2} \quad (4.3.16)$$

Çubuk elemanın kütle matrisi

Sadece eylemsizlik kuvvetleri tarafından virtüel iş yapılması durumunda virtüel iş ifadesi (4.2.2) denklemi ile bulunmuştur. Çubuk elemanın her iki düğümü sadece yatay olarak öteleme serbestlik derecesine sahip olduğu hesaba katılırsa, denklemin genel ifade şekli aşağıdaki gibidir (Hofman, 1996);

$$\delta U_{iç} = - \int_V (\rho \cdot \ddot{u}_x \cdot \delta u_x) \cdot dV \quad (4.3.17)$$

Bu ifadeyi matrisler şeklinde yazmak amacıyla aşağıda verilen matrisler tanımlanmaktadır;

$$\delta \mathbf{u} = [\delta u_x] \quad \mathbf{R} = [\rho] \quad \ddot{\mathbf{u}} = [\ddot{u}_x] \quad (4.3.18)$$

$$\delta U_{iç} = - \int_V (\delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{R} \cdot \ddot{\mathbf{u}}) \cdot dV \quad (4.3.19)$$

(4.3.5) denklemini (4.3.19) denkleminde yerine koyulursa aşağıdaki bağıntılar kurulabilir;

$$\ddot{u}_x = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad \text{ve} \quad \delta u_x^t = \begin{bmatrix} \delta u_1 & \delta u_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{bmatrix} = \delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{A}^t \quad (4.3.20)$$

Bununla virtüel iş denklemin (4.3.19) aldığı şekil aşağıda verilmiştir;

$$\delta U_{iç} = -\delta \mathbf{u}^t \cdot \int_V \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{A} \right) \cdot dV \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad (4.3.21)$$

İntegral içindeki bölüm kütle matrisini temsil etmektedir, başka bir yazılış şekliyle;

$$\delta U_{iç} = -\delta \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad (4.3.22)$$

Çubuğun uzunluk boyunca kesiti aynı olduğu için;

$$\int dV = \int A \cdot dx \quad (4.3.23)$$

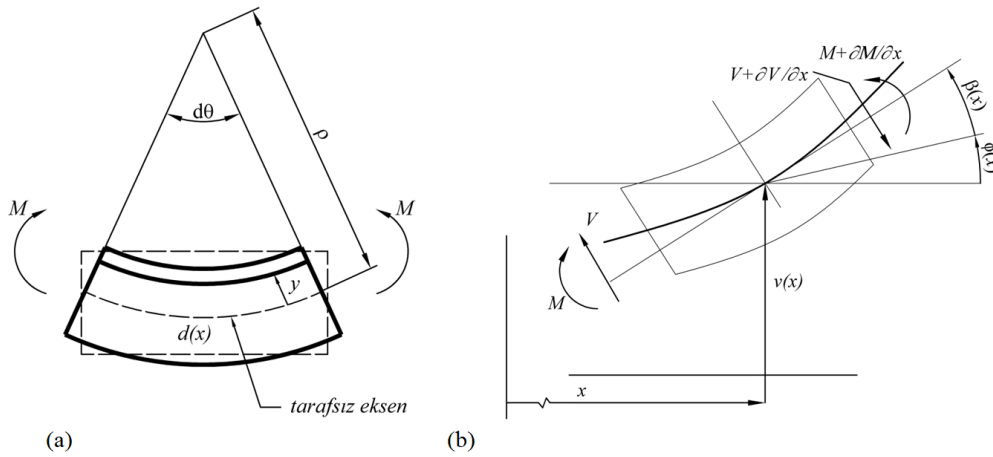
Çubuk elemanın kütle matrisini bulmak için matris çarpımından sonra oluşan yeni matristeki her terimin integralı ayrı ayrı alınırsa aşağıdaki denklem elde edilmiş olur;

$$\mathbf{M} = \int_0^L \left(\begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{bmatrix} \cdot [\rho A] \cdot \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \right) \cdot dx = \int_0^L \begin{pmatrix} \rho A \left(1 - \frac{x}{L} \right)^2 & \rho A \left(1 - \frac{x}{L} \right) \frac{x}{L} \\ \rho A \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) & \rho A \left(\frac{x}{L} \right)^2 \end{pmatrix} \cdot dx \quad (4.3.24)$$

$$\mathbf{M} = \rho AL \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad \mathbf{M} = \rho Aa \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad a = \frac{L}{2} \quad (4.3.25)$$

4.4. Kiriş Modelleri

Klasik Euler-Bernouilli kiriş teorisi en yaygın olan kiriş teorisidir. Şekil 4.9'da kirişin orijinal hali kesik çizgi ile, eğilmeden sonraki hali de normal çizgiyle gösterilmiştir. Eğilmeden önceki ve sonraki hali incelenirse, her iki durumda da kirişin tüm kesitlerinin tarafsız eksene dik kaldıkları görülmektedir. Bu varsayım ile hesaplanan deplasmanların ve kiriş doğal frekansları, uzun ve ince yani narin kirişlerde gerçeğe yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Gerçekte kesit alanları klasik Euler-Bernouilli teorisinden daha az dönme gösterdiği gözlemlenmektedir. Özellikle kısa kirişlerde bu etki belirgin bir hal almaktadır ve bu etkiyi göz ardı etmek kabul edilmez sapmalara yol açmaktadır. Bu dönmedeki azalmanın sebebi kesme kuvvetinden dolayı oluşan kayma deformasyonudur. Kayma deformasyonunu da hesaba katan kiriş teorileri mevcut ve bunların en çok kullanılanı Timoshenko kiriş teorisidir. Dönmedeki azalmayı hesaba katmak için kirişin dönmesi β açısı kadar azaltılmaktadır.



Şekil 4.9. Kiriş elemanı ve serbestlik dereceleri

Kirişin dönmesini veren bağıntı aşağıdaki denklemle verilmektedir (Petyt, 2010);

$$\frac{dv}{dx} = \varphi(x) + \beta(x) \quad (4.4.1)$$

Burada $dv/dx = \theta(x)$ kirişin dönmesini, $\varphi(x)$ eğilme momentinden dolayı oluşan dönmeyi ve $\beta(x)$ kesme kuvvetinden dolayı oluşan dönmeyi ifade etmektedir. Başka bir ifadeyle (Petyt, 2010);

$$\beta = \frac{dv}{dx} - \varphi = \frac{V}{\kappa AG} \quad \rightarrow \quad V = \kappa AG \left(\frac{dv}{dx} - \varphi \right) \quad (4.4.2)$$

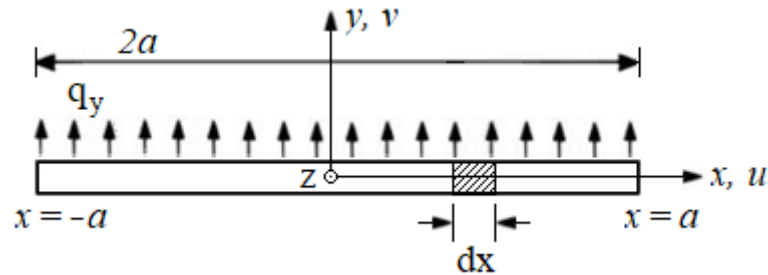
Burada κ kiriş şekline bağlı olan bir şekil düzeltme faktörü ve G kayma rijitlik modülünü temsil etmektedir. Eğilme momenti ve oluşturduğu dönme arasındaki bağıntı aşağıdaki denklem ile verilmektedir (Petyt, 2010);

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad \rightarrow \quad M = EI \frac{d\varphi}{dx} \quad (4.4.3)$$

Burada M eğilme momentini, I alan atalet momentini temsil etmektedir.

4.5. Kiriş Elemanı Enerji Denklemleri

Bu bölümde Timoshenko kirişin enerji denklemleri bulunmaktadır. Bir önceki bölümde anlatıldığı gibi Timoshenko kirişinde dönme ifadesinde kayma deformasyonu da ele alındı. Şekil 4.10'de kesit alanı A sabit olan ve uzunluğu $2a$ olan bir kiriş elemanı gösterilmektedir. Kirişin xy düzlemi kirişin ana düzlemidir ve titreşimler xy düzlemi içinde yer almaktadır. Kirişin tarafsız eksen x eksenine ile örtüşürken, y eksen xy düzleminde düşey deplasman eksenidir. Titreşim xy düzleminde gerçekleşirse düzlemsel gerilme durumu oluşur ve bu durumda gerilmeler $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ olmaktadır.



Şekil 4.10. Kiriş elemanı ve serbestlik dereceleri

Yatay deplasman u 'yu düşey deplasman y 'ye bağlayan bağıntı (Petyt, 2010);

$$u(x, y) = -y\theta_z(x) \quad (4.5.1)$$

Burada $\theta_z(x)$ kirişin x koordinatına göre kesitin dönmesini ifade etmektedir. Kirişin birim şekil değiştirmeleri aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir (Petyt, 2010);

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -y \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \quad (4.5.2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -\theta_z + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.5.3)$$

Kirişteki gerilme enerjisi eğilme ve kayma deformasyonu enerjilerinin toplamıdır (Petyt, 2010);

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_x \varepsilon_x dV + \frac{1}{2} \int_V \tau_{xy} \gamma_{xy} dV \quad (4.5.4)$$

Normal gerilmeler σ için Hooke kanunu bulunmaktadır (Petyt, 2010);

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \quad (4.5.5)$$

Kayma gerilmesi τ_{xy} ve bundan dolayı kayma şekil değiştirmeye açısı γ_{xy} kesit yüksekliği boyunca değişmektedir. Bu değişimi hesaba katmak için kiriş şekline bağlı olan bir şekil düzeltme faktörü κ tanımlanmaktadır. Kayma gerilmesini veren Hooke kanunu bu durumda aşağıdaki gibi olmaktadır (Petyt, 2010);

$$\tau_{xy} = \kappa G \gamma_{xy} \quad (4.5.6)$$

Burada τ_{xy} ortalama kayma gerilmesini ve G kayma rijitlik modülüdür. Hooke kanunlarını (4.5.5) ve (4.5.6) denklemini kirişin şekil değiştirme enerjisi denkleminde (4.5.4) yerine koyulursa aşağıdaki denklem elde edilir (Petyt, 2010);

$$U = \frac{1}{2} \int_V E \varepsilon_x^2 dV + \frac{1}{2} \int_V \kappa G \gamma_{xy}^2 dV \quad (4.5.7)$$

Yukarıdaki denklemde bulunan kirişin geometrik ve düzlemsel bazı özellikleri aşağıdaki gibi yazılabilir (Petyt, 2010);

$$dV = dA \cdot dx \quad \text{ve} \quad I_z = \int_A y^2 dA \quad (4.5.8)$$

Kirişin şekil değiştirme ifadelerini (4.5.2.) ve (4.5.3) denklemleri ve (4.5.8) denklemindeki özellikleri (4.5.7) denkleminde yerine koyulursa kiriş enerji denklemi aşağıdaki nihai şeklini almaktadır (Petyt, 2010);

$$U = \frac{1}{2} \int_{-a}^a EI_z \left(\frac{\partial \theta_z}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^a \kappa AG \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \theta_z \right)^2 dx \quad (4.5.9)$$

Bir kirişin kinetik enerjisi ötelenme ve dönme kinetik enerjilerinden oluşmaktadır (Petyt, 2010);

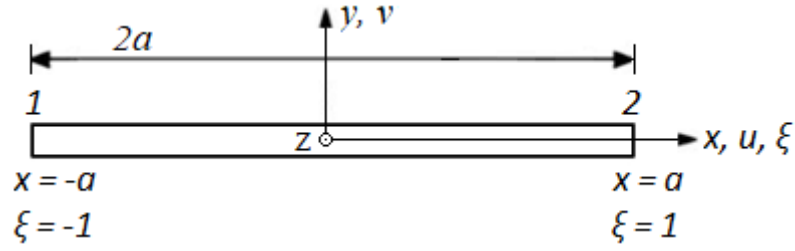
$$T = \frac{1}{2} \int_{-a}^a \rho A \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^a \rho I_z \dot{\theta}_z^2 dx \quad (4.5.10)$$

Bu şekilde bir kirişin eğilme ve kayma deformasyonundan dolayı oluşan gerilme enerjilerini ve bir kirişin kinetik enerjisini veren ifadeler bulunmuş oldu. Bu ifadeler Timoshenko kirişinin rijitlik ve kütle matrislerini bulmak için gerekmektedir.

4.6. Timoshenko Kiriş Elemanın Rijitlik ve Kütle Matrisi

Şekil fonksiyonları

Bu bölümde Timoshenko kirişin rijitlik ve kütle matrislerinin türetimi anlatılacaktır. Timoshenko kiriş elemanının her bir düğümü düşey olarak öteleme (v) ve dönme (θ) serbestlik derecelerine sahiptir.



Şekil 4.11. Timoshenko kiriş elemanı ve serbestlik dereceleri

Kayma deformasyonu dahil edilmiş bir kirişin statik kuvvet ve moment denge denklemleri aşağıdaki şekildedir (Petyt, 2010);

$$\kappa AG \frac{d^2 v}{dx^2} - \kappa AG \frac{d\theta_z}{dx} = 0 \quad (4.6.1)$$

$$\kappa AG \frac{dv}{dx} + EI_z \frac{d^2 \theta_z}{dx^2} - \kappa AG \theta_z = 0 \quad (4.6.2)$$

Bu denklemlerde önce θ_z ve sonra v değişkenleri yok edilirse;

$$\frac{d^4 v}{dx^4} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{d^3 \theta_z}{dx^3} = 0 \quad (4.6.3)$$

ve ξ koordinat sistemine geçiş yapılırsa ($\xi = x/a$) yukarıdaki denklemler aşağıdaki şekilde ifade edilirler;

$$\frac{d^4 v}{d\xi^4} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{d^3 \theta_z}{d\xi^3} = 0 \quad (4.6.4)$$

Bu iki denklemin genel çözümü aşağıdaki fonksiyonlar ile verilmektedir (Petyt, 2010);

$$v = a_1 + a_2 \xi + a_3 \xi^2 + a_4 \xi^3 \quad (4.6.5)$$

$$\theta_z = b_1 + b_2 \xi + b_3 \xi^2 \quad (4.6.6)$$

(4.6.5) ve (4.6.6) denklemlerindeki 7 sabit birbirinden bağımsız değildir, çünkü bu denklemler aynı zamanda (4.6.2) statik denge denklemine uymaları gerekmektedir. (4.6.5) ve (4.6.6) denklemlerinin ξ 'ya göre birinci ve ikinci türevleri alınır;

$$a \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} = a_2 + 2a_3\xi + 3a_4\xi^2 \quad a^2 \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d^2v}{d\xi^2} = 2a_3 + 6a_4\xi \quad (4.6.7)$$

$$a \frac{d\theta_z}{dx} = \frac{d\theta_z}{d\xi} = b_2\xi + 2b_3\xi^2 \quad a^2 \frac{d^2\theta_z}{dx^2} = \frac{d^2\theta_z}{d\xi^2} = 2b_3 \quad (4.6.8)$$

denklemleri elde edilir. (4.6.7) ve (4.6.8) denklemleri (4.6.2) denkleminde yerine koyulursa;

$$\frac{a_2}{a} + \frac{2a_3}{a}\xi + \frac{3a_4}{a}\xi^2 = b_1 - 2gb_3 + b_2\xi + b_3\xi^2 \quad (4.6.9)$$

denklemini elde edilir. Burada 7 tane birbirine bağımlı olan integral sabitlerinin arasındaki bağıntılar bulunursa sadece 4 bağımsız sabit kalmış olur;

$$b_1 = \frac{1}{a}a_2 + \frac{6g}{a}a_4 \quad b_2 = \frac{2}{a}a_3 \quad b_3 = \frac{3}{a}a_4 \quad (4.6.10)$$

$$g = \frac{EI_z}{\kappa AGa^2} \quad (4.6.11)$$

Burada g geometrik endeksi ifade etmektedir. (4.6.10) denklemindeki sabitleri (4.6.6) denkleminde yerine koyulursa ve (4.6.5) ve (4.6.6) denklemlerini matris şeklinde yazılırsa aşağıdaki ifadeler ortaya çıkmaktadır;

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \xi^2 & \xi^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad \mathbf{v} = \mathbf{P}_v(\xi) \cdot \mathbf{a} \quad (4.6.12)$$

$$\theta_z = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{a} & \frac{2}{a}\xi & \frac{3(2g+\xi^2)}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad \theta_z = P_{\theta_z}(\xi) \cdot a \quad (4.6.13)$$

Sınır şartları işletilirse $\xi = -1$ değerinde $v = v_1$ ve $\theta_z = \theta_{z1}$ ve $\xi = 1$ değerinde $v = v_1$ ve $\theta_z = \theta_{z2}$ olmaktadır, veya matris şeklindeki ifadesi ile verilmektedir;

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ a\theta_{z1} \\ v_2 \\ a\theta_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3(1+2g) \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3(1+2g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad v_e = A_e \cdot a \quad (4.6.14)$$

Bu denklemin tersini yazmak da mümkündür:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4(1+3g)} \begin{bmatrix} 2(1+3g) & 1+3g & 2(1+3g) & -(1+3g) \\ -3(1+2g) & -1 & 3(1+2g) & -1 \\ 0 & -(1+3g) & 0 & 1+3g \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ a\theta_{z1} \\ v_2 \\ a\theta_{z2} \end{bmatrix} \quad (4.6.15)$$

$$a = A_e^{-1} \cdot v_e \quad \text{veya} \quad a = C_e \cdot v_e \quad (4.6.16)$$

(4.6.16) denklemini (4.6.12) ve (4.6.13) denklemlerde yerine koyulursa aşağıdaki denklemler elde edilir;

$$v = P_v(\xi) \cdot C_e \cdot v_e \quad \text{veya} \quad v = N_v(\xi) \cdot v_e \quad (4.6.17)$$

$$\theta_z = P_{\theta_z}(\xi) \cdot C_e \cdot v_e \quad \text{veya} \quad v = N_{\theta}(\xi) \cdot v_e \quad (4.6.18)$$

Burada;

$$N_v(\xi) = \begin{bmatrix} N_1(\xi) & aN_2(\xi) & N_3(\xi) & aN_4(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.6.19)$$

$$\mathbf{N}_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} N_5(\xi) & N_6(\xi) & \frac{1}{a} N_7(\xi) & N_8(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.6.20)$$

$$\mathbf{v}_e^T = [\mathbf{v}_1 \quad \theta_{z1} \quad \mathbf{v}_2 \quad \theta_{z1}] \quad (4.6.21)$$

(4.6.19) ve (4.6.20) denklemindeki şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi verilmektedir;

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{2 + 6g - 3(1+2g)\xi + \xi^3\} \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{1 + 3g - \xi - (1+3g)\xi^2 + \xi^3\} \\ N_3(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{2 + 6g + 3(1+2g)\xi - \xi^3\} \\ N_4(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{-(1+3g) - \xi + (1+3g)\xi^2 + \xi^3\} \\ N_5(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} (-3 + 3\xi^2) \\ N_6(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{-1 + 6g - 2(1+3g)\xi + 3\xi^2\} \\ N_7(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} (3 - 3\xi^2) \\ N_8(\xi) &= \frac{1}{4(1+3g)} \{-1 + 6g + 2(1+3g)\xi + 3\xi^2\} \end{aligned} \quad (4.6.22)$$

Timoshenko Kirişı Kütle Matrisi

Kirişin enerji denklemleri daha önceki bölümde bulunmuştu ve aşağıda tekrar verilmektedir (Petyt, 2010);

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^a EI_z \left(\frac{\partial \theta_z}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^a \kappa AG \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \theta_z \right)^2 dx \quad (4.6.23)$$

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^a \rho A \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^a \rho I_z \dot{\theta}_z^2 dx \quad (4.6.24)$$

(4.6.17) ve (4.6.18) denklemlerini (4.6.24) kinetik enerji denkleminde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_e^T \rho A a \int_{-1}^1 \mathbf{N}_v(\xi)^T \mathbf{N}_v(\xi) d\xi \dot{\mathbf{v}}_e + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_e^T \frac{\rho I_z}{a} \int_{-1}^1 \mathbf{N}_\theta(\xi)^T \mathbf{N}_\theta(\xi) d\xi \dot{\mathbf{v}}_e \\ T_e &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_e^T \mathbf{M}_T \dot{\mathbf{v}}_e + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_e^T \mathbf{M}_R \dot{\mathbf{v}}_e \end{aligned} \quad (4.6.25)$$

denklemleri elde edilir. Buradaki kütle matrisleri iki bölümden oluşmaktadır;

$$\mathbf{M}_T = \rho A a \mathbf{N}_v(\xi)^T \mathbf{N}_v(\xi) d\xi \quad (\text{öteleme}) \quad (4.6.26)$$

$$\mathbf{M}_R = \frac{\rho I_z}{a} \int_{-1}^1 \mathbf{N}_\theta(\xi)^T \mathbf{N}_\theta(\xi) d\xi \quad (\text{dönme})$$

(4.6.22) deplasman fonksiyonlarını (4.6.26) denkleminde yerine yerleştirilerek Timoshenko kirişinin kütle matrisi elde edilmektedir;

$$\mathbf{M} = \frac{\rho A a}{210(1+3g)^2} \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ m_2 & m_5 & & \text{Sim} \\ m_3 & -m_4 & m_1 & \\ m_4 & m_6 & -m_2 & m_5 \end{bmatrix} + \frac{\rho I_z}{30a(1+3g)^2} \begin{bmatrix} m_7 & & & \\ m_8 & m_9 & & \text{Sim} \\ -m_7 & -m_8 & m_7 & \\ m_8 & m_{10} & -m_8 & m_8 \end{bmatrix} \quad (4.6.27)$$

Kütle matrisinin simetrik olması Sim ile ifade edilirken matris ifadeleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$m_1 = 156 + 882g + 1260g^2, \quad m_2 = (44 + 213g + 315g^2)a,$$

$$m_3 = 54 + 378g + 630g^2, \quad m_4 = (-26 - 189g - 315g^2)a, \quad (4.6.28)$$

$$m_5 = (16 + 84g + 126g^2)a^2, \quad m_6 = (-12 - 84g - 126g^2)a^2,$$

$$m_7 = 18, \quad m_8 = (3 - 45g)a, \quad m_9 = (8 + 30g + 180g^2)a^2, \quad m_{10} = (-2 - 30g + 90g^2)a^2$$

Timoshenko Kirişi Rijitlik Matrisi

(4.6.17) ve (4.6.18) denklemlerini (4.6.23) şekil değiştirme enerji denkleminde yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \frac{EI_z}{a^4} \int_{-1}^1 \mathbf{N}'(\xi)^T \mathbf{N}'(\xi) a d\xi \mathbf{v}_e + \frac{1}{2} \{\mathbf{v}\}_e^T \frac{\kappa AG}{a^2} \int_{-1}^1 \mathbf{N}''(\xi)^T \mathbf{N}''(\xi) a d\xi \mathbf{v}_e \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \mathbf{K}_b \mathbf{v}_e + \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \mathbf{K}_s \mathbf{v}_e \end{aligned} \quad (4.6.29)$$

Buradaki rijitlik matrisleri iki bölümden oluşmaktadır;

$$\mathbf{K}_b = \frac{EI_z}{a^3} \int_{-1}^1 \mathbf{N}'(\xi)^T \mathbf{N}'(\xi) d\xi \quad (\text{eğilme rijitlik matrisi}) \quad (4.6.30)$$

$$\mathbf{K}_s = \frac{\kappa AG}{a} \int_{-1}^1 \mathbf{N}''(\xi)^T \mathbf{N}''(\xi) d\xi \quad (\text{kesme rijitlik matrisi})$$

Burada;

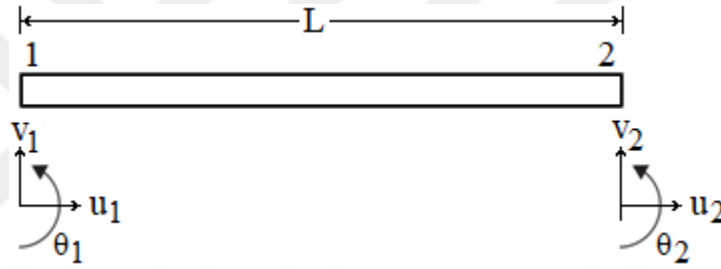
$$\mathbf{N}'(\xi) = \partial \mathbf{N}_{\theta_z}(\xi) / \partial \xi \quad \text{ve} \quad \mathbf{N}''(\xi) = \partial \mathbf{N}_v(\xi) / \partial \xi - \mathbf{N}_{\theta_z}(\xi) \quad (4.6.31)$$

(4.6.22) deplasman fonksiyonlarını (4.6.30) denkleminde yerine yerleştirerek Timoshenko kirişinin simetrik olan rijitlik matrisi elde edilebilmektedir;

$$K = \frac{EI_z}{2a^3(1+3g)} \begin{bmatrix} 3 & & & \\ 3a & (4+3g)a^2 & & \text{Sim} \\ -3 & -3a & 3 & \\ 3a & (2-3g)a^2 & -3a & (4+3g)a^2 \end{bmatrix} \quad (4.6.32)$$

Üç Serbestlik Dereceli Timoshenko Kiriş Elemanı

Önceki bölümde türetilmiş olan Timoshenko kiriş elemanı her iki düğüm noktasında iki serbestlik derecesine sahipti. Analizlerde dahi iyi sonuçlar almak amacıyla üç serbestlik derecesine sahip olan bir kiriş elemanı alınacaktır. Bunu elde etmek için çubuk elemanın ve Timoshenko kiriş elemanın rijitlik ve kütle matrislerini üst üste binme kuralı ile birleştirmek suretiyle elde edilmektedir.



Şekil 4.12. Üç serbestlik derecesine sahip Timoshenko kiriş elemanı

Timoshenko kirişin rijitlik ve kütle matrisleri K_1 ve M_1 olarak tanımlanırsa ve çubuk elemanın rijitlik ve kütle matrisler K_2 ve M_2 olarak tanımlanırsa, nihai ifadeler aşağıdaki gibi olur (Cunedioglu, 2015);

$$K = \begin{bmatrix} K_2[1,1] & & & K_2[1,2] & & \\ & K_1[1,1] & K_1[1,2] & & K_1[1,3] & K_1[1,4] \\ & K_1[2,1] & K_1[2,2] & & K_1[2,3] & K_1[2,4] \\ K_2[2,1] & & & K_2[2,2] & & \\ & K_1[3,1] & K_1[3,2] & & K_1[3,3] & K_1[3,4] \\ & K_1[4,1] & K_1[4,2] & & K_1[4,3] & K_1[4,4] \end{bmatrix} \quad (4.6.33)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_2[1,1] & & & \mathbf{M}_2[1,2] & & \\ & \mathbf{M}_1[1,1] & \mathbf{M}_1[1,2] & & \mathbf{M}_1[1,3] & \mathbf{M}_1[1,4] \\ & \mathbf{M}_1[2,1] & \mathbf{M}_1[2,2] & & \mathbf{M}_1[2,3] & \mathbf{M}_1[2,4] \\ \mathbf{M}_2[2,1] & & & \mathbf{M}_2[2,2] & & \\ & \mathbf{M}_1[3,1] & \mathbf{M}_1[3,2] & & \mathbf{M}_1[3,3] & \mathbf{M}_1[3,4] \\ & \mathbf{M}_1[4,1] & \mathbf{M}_1[4,2] & & \mathbf{M}_1[4,3] & \mathbf{M}_1[4,4] \end{bmatrix} \quad (4.6.34)$$

4.7 Çatlak Elemanın Rijitlik Matrisi

Sonlu elemanlar analizine uygun bir çatlak modeli Kısa ve Brandon tarafından geliştirilmiştir. Çatlak elemanı kütsüz bir dönme yayı olarak modellenmektedir. Şekil değiştirme enerjisi salıverim oranları J olarak verilmektedir (Kısa ve Brandon, 2000);

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 + \frac{1-\nu^2}{E} K_{II}^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (4.7.1)$$

Burada K_I , K_{II} ve K_{III} gerilme yoğunluğu faktörlerini, E elastisite modülünü ve ν Poisson oranını ifade etmektedir. K_{III} faktörü burulma moduna karşılık gelmektedir. Bu çalışmada burulma etkili olmadığından dolayı ihmal edilmiştir. Bundan dolayı şekil değiştirme enerjisi aşağıdaki gibi olur;

$$J = \frac{1}{E^*} \left\{ \left[K_I(F) + K_I(M) \right]^2 + K_{II}(Q)^2 \right\} \quad (4.7.2)$$

Burada; F eksenel kuvveti, Q kesme kuvvetini, M eğilme momentini temsil etmektedir. Düzlemsel şekil değiştirme (plane strain) $E^* = E$ ve gerilme durumunda (plane stress) durumunda $E^* = E/(1-\nu^2)$ olmaktadır. Eğilme momenti ve eksenel kuvvet I. moda katkı sağlarken, kesme kuvveti II. moda katkı sağlamaktadır. $K_I(M)$, $K_I(F)$ ve $K_{II}(Q)$ aşağıdaki denklemlerle verilmiştir (Kısa ve Brandon, 2000);

$$K_I(F) = \frac{F}{H_w} \sqrt{\pi c} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) \quad (4.7.3)$$

$$F_1 \left(\frac{c}{H} \right) = \sqrt{\frac{2H}{\pi c} \tan \left(\frac{\pi c}{2H} \right)} \frac{0.752 + 2.02 \left(\frac{c}{H} \right) + 0.37 \left(1 - \sin \frac{\pi c}{2H} \right)^3}{\cos \left(\frac{\pi c}{2H} \right)} \quad (4.7.4)$$

$$K_I(M) = \frac{6M}{H^2_w} \sqrt{\pi c} F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \quad (4.7.5)$$

$$F_2\left(\frac{c}{H}\right) = \sqrt{\frac{2H}{\pi c} \tan\left(\frac{\pi c}{2H}\right)} \frac{0.923 + 0.199\left(1 - \sin\frac{\pi c}{2H}\right)^4}{\cos\left(\frac{\pi c}{2H}\right)} \quad (4.7.6)$$

$$K_2(Q) = \frac{\kappa Q}{H_w} \sqrt{\pi c} F_3\left(\frac{c}{H}\right) \quad (4.7.7)$$

$$F_3\left(\frac{c}{H}\right) = \frac{1.122 - 0.561\left(\frac{c}{H}\right) + 0.085\left(\frac{c}{H}\right)^2 + 0.180\left(\frac{c}{H}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{c}{H}}} \quad (4.7.8)$$

Bu ifadelerde κ kirişin kesitine bağlı şekil düzeltme faktörünü, c çatlak derinliğini, H kiriş yüksekliğini temsil etmektedir. (4.7.3) ile (4.7.8) arasındaki ifadeler (4.7.2) nolu denklemde yerlerine yerleştirilirse;

$$J(c) = \frac{1}{E^*} \left\{ \left[\frac{F}{H_w} \sqrt{\pi c} F_1\left(\frac{c}{H}\right) + \frac{6M}{H^2 w} \sqrt{\pi c} F_2\left(\frac{c}{H}\right) \right]^2 + \left[\frac{\kappa Q}{H_w} \sqrt{\pi c} F_3\left(\frac{c}{H}\right) \right]^2 \right\} =$$

$$\frac{1}{E^*} \left[\frac{F^2}{H^2 w^2} \pi c F_1^2\left(\frac{c}{H}\right) + 2 \frac{F}{H_w} \sqrt{\pi c} F_1\left(\frac{c}{H}\right) \frac{6M}{H^2 w} \sqrt{\pi c} F_2\left(\frac{c}{H}\right) + \frac{36M^2}{H^4 w^2} \pi c F_2^2\left(\frac{c}{H}\right) + \right.$$

$$\left. \frac{\kappa^2 Q^2}{H^2 w^2} \pi c F_3^2\left(\frac{c}{H}\right) \right] = \quad (4.7.9)$$

$$\frac{1}{E^*} \pi c \left[\frac{F^2}{H^2 w^2} F_1^2\left(\frac{c}{H}\right) + \frac{12FM}{H^3 w^2} F_1\left(\frac{c}{H}\right) F_2\left(\frac{c}{H}\right) + \frac{36M^2}{H^4 w^2} F_2^2\left(\frac{c}{H}\right) + \frac{\kappa^2 Q^2}{H^2 w^2} F_3^2\left(\frac{c}{H}\right) \right]$$

denklemini elde edilir. P_i kuvvetinden dolayı çatlak alanı A_c olan bir yapının şekil değiştirme enerjisi salıverinin oranı J ile şekil değiştirme enerjisi U_c arasındaki bağıntı aşağıdaki denklem ile verilmiştir (Kısa ve Brandon, 2000);

$$J = \frac{\partial U_c(P_i, A_c)}{\partial A_c} \quad (4.7.10)$$

Çatlaktan dolayı P_i yönünde ek deplasman oluşur, Castagliano teorisine göre ifade şekli aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$u_i = \frac{\partial U_c(P_i, A_c)}{\partial P_i} \quad (4.7.11)$$

(4.7.10) denklemi çatlak yüzey alanı A_c üzerine entegre edilirse aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\int_A J(P_i, A_c) dA_c = \int_A \frac{\partial U_c(P_i, A_c)}{\partial A_c} dA_c = U_c(P_i, A_c) \quad (4.7.12)$$

(4.7.10) denklemi (4.7.11)'de yerine yazılırsa deplasman ile şekil değiştirme enerjisi salıverinim oranı J arasındaki nihai bağıntı bulunur;

$$u_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_{A_c} J(P_i, A_c) dA_c \quad (4.7.13)$$

Sonra çatlak şekline ve gerilme yığılma faktörlerine bağlı olan çatlak esneklik katsayıları tanımlanmaktadır. Bunlar aşağıdaki ifadeler ile verilmektedir (Kısa ve Brandon, 2000);

$$c_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_A J(P_i, A_c) dA_c, \quad i, j = 1, \dots, 3, \quad P_1 = F, \quad P_2 = Q, \quad P_3 = M \quad (4.7.14)$$

$$c_{ij} = \frac{\partial}{\partial P_i} \cdot \frac{\partial}{\partial P_j} \int_A J(P_i, A_c) dA_c = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_A \frac{\partial}{\partial P_j} (J(P_i, A_c) dA_c) = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_0^{c_i} \frac{\partial}{\partial P_i} \left(\frac{\partial}{\partial P_j} (J(c)) dcdz \right) \quad (4.7.15)$$

Uygunluk matrisi C_c 'nin türetilmesi (Shabani, 2020) tezinde bulunmaktadır.

$i = 1$ ve $j = 1$ için

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial P_1} \left(\frac{\partial}{\partial P_1} (J(c)) \right) = \\
& \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{1}{E^*} \pi c \left[\frac{F^2}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{12FM}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{36M^2}{H^4 w^2} F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{\kappa^2 Q^2}{H^2 w^2} F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right] \right) \right) = (4.7.16) \\
& \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{2F}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{12M}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{2}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right)
\end{aligned}$$

i = 1 ve j = 2 için

$$\frac{\partial}{\partial P_1} \left(\frac{\partial}{\partial P_2} (J(c)) \right) = \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{\partial}{\partial Q} (J(c)) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{2\kappa^2 Q}{H^2 w^2} F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot 0 = 0 \quad (4.7.17)$$

i = 1 ve j = 3 için

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial P_1} \left(\frac{\partial}{\partial P_3} (J(c)) \right) = \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{\partial}{\partial M} (J(c)) \right) = \\
& \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{12F}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{72M}{H^4 w^2} F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{12}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \quad (4.7.18)
\end{aligned}$$

i = 2 ve j = 1 için

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial P_2} \left(\frac{\partial}{\partial P_1} (J(c)) \right) = \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\partial}{\partial F} (J(c)) \right) = \\
& \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{2F}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{12M}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot 0 = 0 \quad (4.7.19)
\end{aligned}$$

i = 2 ve j = 2 için

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P_2} \left(\frac{\partial}{\partial P_2} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\partial}{\partial Q} (J(c)) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{2\kappa^2 Q}{H^2 w^2} F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) &= \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{2\kappa^2}{H^2 w^2} F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right)\end{aligned}\quad (4.7.20)$$

i = 2 ve j = 3 için

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P_2} \left(\frac{\partial}{\partial P_3} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\partial}{\partial M} (J(c)) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{12F}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{72M}{H^4 w^2} F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) &= \frac{1}{E^*} \pi c \cdot 0 = 0\end{aligned}\quad (4.7.21)$$

i = 3 ve j = 1 için

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P_3} \left(\frac{\partial}{\partial P_1} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial}{\partial F} (J(c)) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{2F}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{12M}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) &= \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{12}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right)\end{aligned}\quad (4.7.22)$$

i = 3 ve j = 1 için

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P_1} \left(\frac{\partial}{\partial P_1} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{\partial}{\partial F} (J(c)) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{2F}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{12M}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) &= \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{2}{H^2 w^2} F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right)\end{aligned}\quad (4.7.23)$$

i = 3 ve j = 2 için

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P_3} \left(\frac{\partial}{\partial P_2} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial}{\partial Q} (J(c)) \right) = \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{2\kappa^2 Q}{H^2 w^2} F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot 0 &= 0\end{aligned}\quad (4.7.24)$$

i = 3 ve j = 3 için

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial P_3} \left(\frac{\partial}{\partial P_3} (J(c)) \right) &= \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial}{\partial M} (J(c)) \right) = \\ \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{12F}{H^3 w^2} F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) + \frac{72M}{H^4 w^2} F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) \right) &= \frac{1}{E^*} \pi c \cdot \frac{72}{H^4 w^2} F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) \end{aligned} \quad (4.7.25)$$

Şimdi (4.115)'dan (4.124)'e kadar bulunan denklemleri (4.114) denkleminde yerlerine koyulursa;

$$c_{11} = \frac{2\pi}{H^2 w^2 E} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_0^{c_1} c \cdot F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) dc dz = \frac{2d\pi}{H^2 w^2 E} \int_0^{c_1} c \cdot F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) dc = \frac{2\pi}{H^2 dE} \int_0^{c_1} c \cdot F_1^2 \left(\frac{c}{H} \right) dc \quad (4.7.26)$$

$$c_{12} = 0; \quad (4.7.27)$$

$$c_{13} = \frac{12\pi w}{EH^3 w^2} \int_0^{c_1} c F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) dc dz = \frac{12\pi}{EH^3 w} \int_0^{c_1} c F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) dc \quad (4.7.28)$$

$$c_{21} = 0; \quad (4.7.29)$$

$$c_{22} = \frac{2\pi \kappa^2}{EH^2 w} \int_0^{c_1} c F_3^2 \left(\frac{c}{H} \right) dc \quad (4.7.30)$$

$$c_{23} = 0; \quad (4.7.31)$$

$$c_{13} = \frac{12\pi}{EH^3 w} \int_0^{c_1} c F_1 \left(\frac{c}{H} \right) F_2 \left(\frac{c}{H} \right) dc = c_{31} \quad (4.7.32)$$

$$c_{32} = 0; \quad (4.7.33)$$

$$c_{33} = \frac{72\pi}{E^* H^4 w} \int_0^{c_1} c F_2^2 \left(\frac{c}{H} \right) dc \quad (4.7.34)$$

esneklik katsayıları bulunmuş olur. Bu denklemlerde c_1 yerel çatlak derinliğini temsil etmektedir. Kesme kuvvetinin çatlağın açılma şekline etki etmediği kabul edilmektedir. Yer değiştirme vektörü $\delta(u, v, \theta)$ için esneklik katsayıları matris formunda aşağıdaki gibi yazılır ve uygunluk matrisi $\mathbf{C}_c$ olarak tanımlanır (Cunedioglu, 2015);

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ 0 & c_{22} & 0 \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (4.7.35)$$

Uygunluk matrisi $\mathbf{C}_c$ 'nin tersi tek düğüm noktasının rijitlik matrisini temsil etmektedir (Kısa ve Brandon, 2000);

$$\mathbf{C}_c^{-1} = \mathbf{K}_{cl} = \begin{bmatrix} \frac{c_{33}}{-c_{13}^2 + c_{11}c_{33}} & 0 & \frac{c_{13}}{c_{13}^2 - c_{11}c_{33}} \\ 0 & \frac{1}{c_{22}} & 0 \\ \frac{c_{13}}{c_{13}^2 - c_{11}c_{33}} & 0 & \frac{c_{11}}{-c_{13}^2 + c_{11}c_{33}} \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (4.7.36)$$

İki düğüme sahip ve her bir düğümünde üç serbestlik derecesi olan bir kiriş için çatlak bölgesinde çatlağın neden olduğu rijitlik matrisi ise aşağıdaki gibi oluşturulur (Cunedioglu, 2015);

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} & -\mathbf{C}^{-1} \\ -\mathbf{C}^{-1} & \mathbf{C}^{-1} \end{bmatrix}_{(6 \times 6)} \quad (4.7.37)$$

4.8 Titreşim Analizi

Serbest titreşim yapan bir kirişe ait öz değer ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \{\bar{\mathbf{d}}\} = 0 \quad (4.8.1)$$

Serbest titreşim yapan kirişte çatlak varsa, çatlak rijitlik matrisini kirişin sistem rijitlik matrisine eklenmesi gerekmektedir ve öz değer ifadesi aşağıdaki gibi olmaktadır (Cunedioglu, 2015);

$$\left((\mathbf{K} + \mathbf{K}_c) - \omega^2 \mathbf{M}\right) \{\bar{\mathbf{d}}\} = 0 \quad (4.8.2)$$

burada $\mathbf{K}$, $\mathbf{M}$, ω ve $\bar{\mathbf{d}}$ sırasıyla kirişin sistem rijitlik ve kütle matrisi, açısal hızı ve mod şeklini temsil etmektedir. Bu tez çalışmasında açısal hızın boyutsuzlaştırılmış ifadesi tercih edilmektedir (Nguyen, 2019);

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{H} \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}} \quad (4.8.3)$$

BÖLÜM V

YAPILAN ÖRNEK UYGULAMALAR

Bu bölümde tez kapsamında yapılan farklı örnek uygulamalar sunulacaktır. Bu araştırmaların tamamı veya kısaltılmış şekilleri makaleler haline getirilerek tez aşamasında yayımlanmıştır. Araştırmaların altyapısını oluşturan denklem ve teorilerin tamamı Bölüm IV'te verilmiş olup yapılan araştırmaların anlaşılır olması için burada şekiller tekrar verilmiştir.

5.1. Modelin doğrulanması

Kiriş Modelin Doğrulanması

Kiriş modelin doğrulanması için literatürde var olan basit mesnetli tarafsız eksene göre simetrik bir FDM kiriş örneği ele alınmıştır (Demir, 2013). Kiriş modele ait geometrik boyutlar $L = 200$ mm, $H = 5$ mm, $w = 20$ mm olarak verilmiştir. FDM'deki seramik (Al_2O_3) ve Alüminyum (Al) malzemelerin özellikleri Çizelge 4.1'de verilmiştir. Kiriş modeline ait doğal frekansların hesaplanması için MATLAB'te sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. Elde edilen analiz sonuçları Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. FDM kirişin doğal frekansları (Hz)

Fonksiyon	Yöntem	1. doğal frekans	2. doğal frekans	3. doğal frekans	4. doğal frekans
Polinom	$n = 1$	Demir (2013)	518.20	2065.88	4624.09
		Bu çalışma	518.09	2065.69	4623.29
	$n = 5$	Demir (2013)	443.06	1766.61	3954.27
		Bu çalışma	443.04	1766.47	3953.58
	$n = 10$	Demir (2013)	404.67	1613.63	3611.82
		Bu çalışma	404.67	1613.49	3611.20
Ekspansiyel		Demir (2013)	486.52	1939.60	4341.48
		Bu çalışma	484.42	1939.45	4340.73

Çizelgeden de görüleceği üzere kiriş için MATLAB'te yazılan sonlu elemanlar kodunun doğruluğu sağlanmış olmaktadır.

Çatlak Modelin Doğrulanması

Çatlak modelin doğrulanması için literatürde var olan iki farklı ankastre homojen ve izotropik kiriş örneği ele alınmıştır (Kısa, 2000; Ke, 2009). Kiriş modele ait geometrik boyutlar $L = 200$ mm, $H = 7.8$ mm, $w = 25$ mm ve malzeme özellikleri $E = 216$ GPa, $G = 3E/8$ ve $\rho = 7850$ kg/m³ olarak verilmiştir. Çatlak derinliği bu çalışmalarda sabitken, çatlak konumları $L_c/L = 0.2, 0.4$ ve 0.6 olarak seçilmiştir ve çatlaksız durum da çalışmalara dahil edilmiştir. Elde edilen analiz sonuçları Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2 Çatlaklı ankastre kirişin birinci doğal frekansları (Rad/s)

L_c/L	0.2	0.4	0.6	Çatlaksız
Kısa (2000)	1020.14	1030.10	1035.28	1037.02
Ke (2009)	1020.10	1029.85	1034.93	1037.01
Bu çalışma	1020.05	1030.00	1035.20	1036.93

Çizelgeden de görüleceği üzere çatlak için MATLAB’te yazılan sonlu elemanlar kodunun literatürle doğruluğu sağlanmıştır. Tez çalışmasında ele alınan basit mesnetli ve ankastre mesnetli kirişler Şekil 5.1’de verilmiştir.



Şekil 5.1. Basit mesnetli ve ankastre kirişler

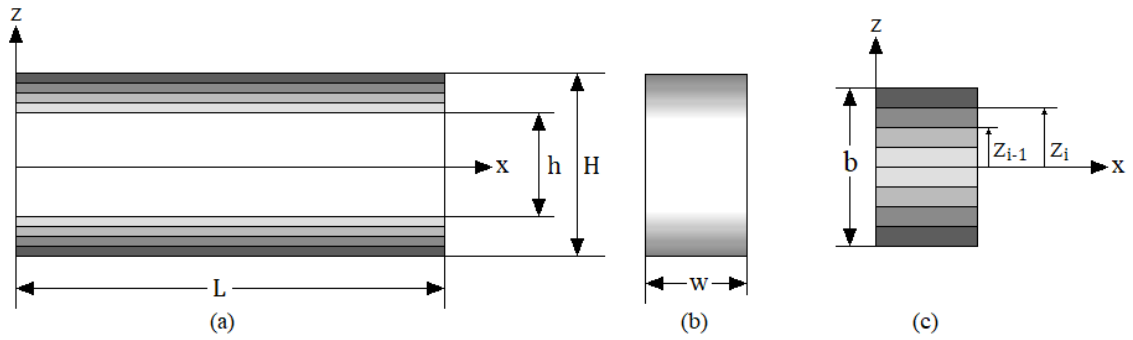
5.2. Yüzeyleri FDM ile kaplı alüminyum kirişin serbest titreşim analizi

Bu çalışmada çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıda basit mesnetli ve ankastre sandviç bir kirişin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin mekanik özelliklerinden olan elastisite modülü ve yoğunluğu kirişin tabaka kalınlığı boyunca bir eksponansiyel ve polinom fonksiyonla değiştiği kabul edilmiştir. FDM’yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için kaplama kalınlığı 25 tabaka olarak ve her bir tabaka kendi içinde homojen izotrop olarak modellenmiştir. Bu yapılara ait efektif yoğunluk ve elastisite modülü tabakalı kompozit kiriş teorisi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmada birinci mertebe

kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. Çalışmada çekirdek tabaka kalınlığının FDM kalınlık oranına (h/H), kiriş narinlik oranının (L/H) ve FDM mekanik özelliklerini belirleyen polinom parametresinin (n) doğal frekansların üzerindeki etkisi incelenmiştir. İncelenen parametrelerin kirişin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Kirişin yapısı

Kirişin çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıdadır. Kaplama tabakası olan FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için alt ve üst kaplama yüzeyleri 25'er tabaka olarak modellenmiş olup Şekil 5.2'de gösterilmiştir. Şeklin (a) bölümünde H kirişin yüksekliğini, h çekirdek tabakasının yüksekliğini ve L kirişin uzunluğunu temsil etmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir FDM kaplı kirişin kesiti gösterilmiştir. Kiriş genişliği w olarak verilmiştir. Şeklin (c) bölümünde ise çekirdek tabakası olmaksızın sadece kaplama olan FDM'nin modellenmesi gösterilmiştir. Kaplama yüksekliği b ile temsil edilirken, z tarafsız ekseninden tabakaların konumlarını belirleyen eksenidir.



Şekil 5.2. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin kesiti

Problemin Tanımlanması ve İrdelenmesi

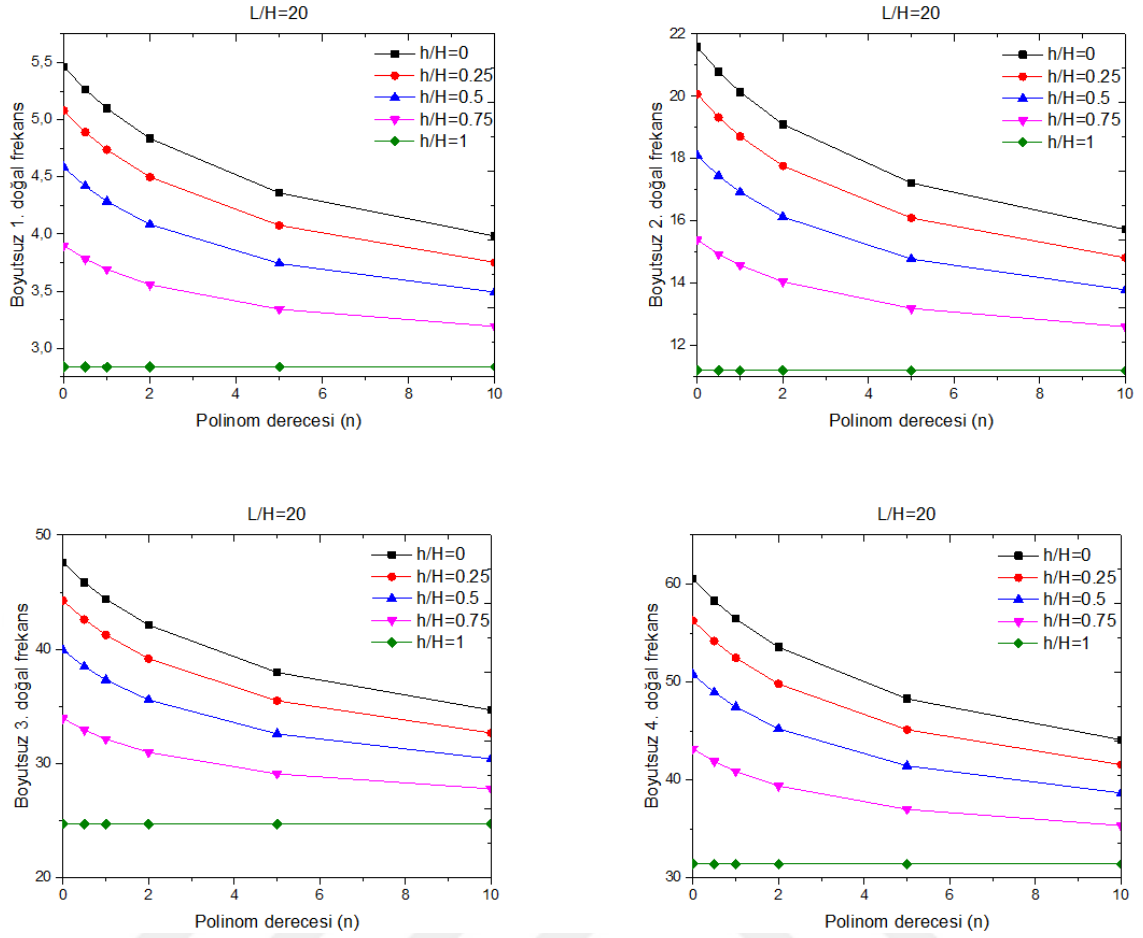
Ele alınan basit mesnetli ve ankastre kirişler Şekil 5.1'te verilmiştir. Kirişin geometrik boyutları Şekil 5.2'de verilmiştir. Kiriş çekirdek tabakası alüminyum ve yüzey kaplama

tabakaları FDM'den yapılmış tarafsız eksene göre simetrik yapıdadır. Kirişe ait geometrik boyutlar, kiriş yüksekliği $H = 0.005$ m, genişlik $w = 0.02$ m. Analizlerde kiriş 100 elemana bölünmüş olup sonuçların yakınsaması sağlanmıştır. Çalışmada kiriş narinlik oranının (L/H), çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının eksponansiyel fonksiyonun ve polinom derecesinin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Kiriş narinlik oranlarının (L/H) doğal frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $L/H = 5, 10, 20, 40, 60$ değerleri seçilmiştir. Alüminyum çekirdek tabakasının ve kiriş yüksekliğine (h/H) oranlarının frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $h/H = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ değerleri seçilmiştir. $h/H = 1$ durumu kirişin tamamen alüminyum, $h/H = 0$ durumu is kişirin tamamen FDM olduğuna karşılık gelmektedir. Polinom derecesinin (n) frekanslar üzerindeki etkisini görmek için $n = 0, 0.5, 1, 2, 5, 10$ değerleri seçilmiştir.

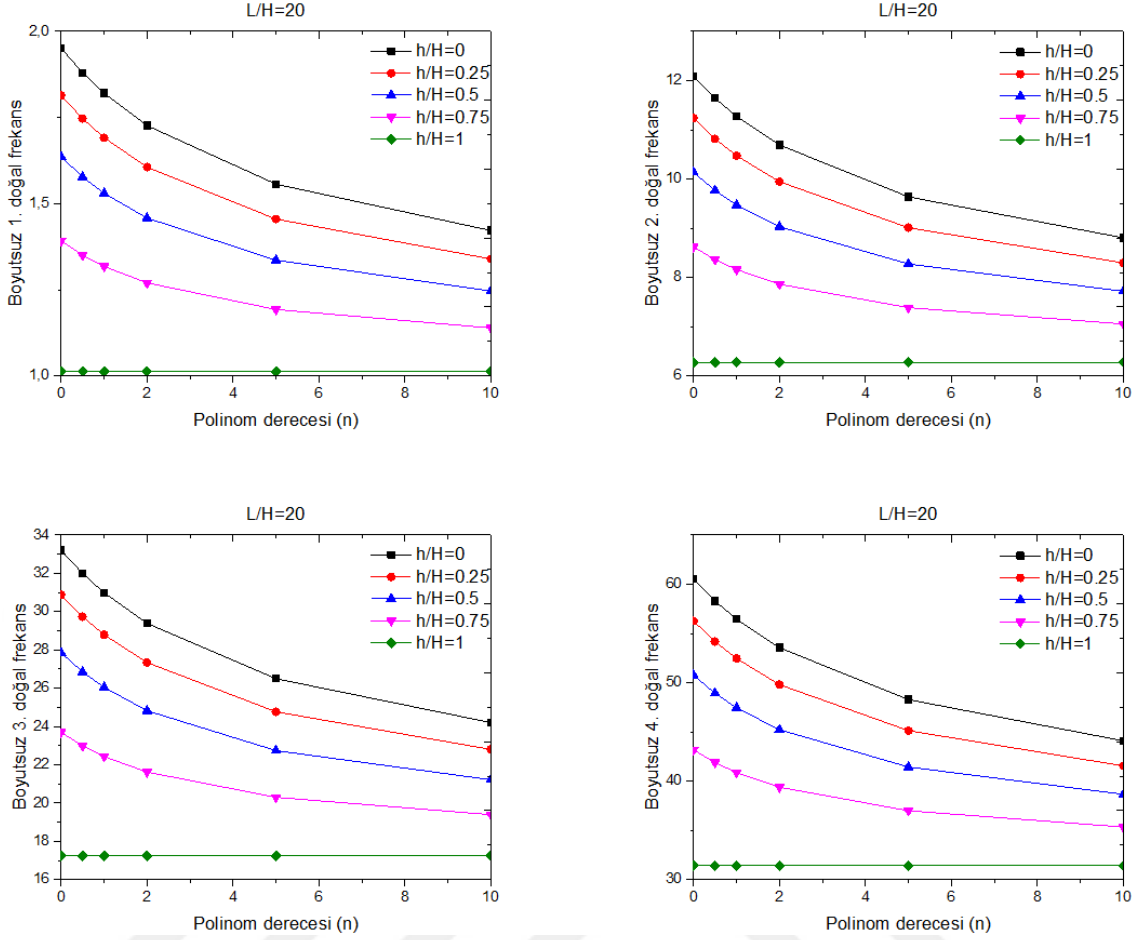
Bulgular ve tartışma

Polinom derecesinin $L/H = 20$ ve farklı h/H oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.3'ten görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde h/H oranları düştükçe boyutsuz doğal frekanslar yükselmektedir. Bir diğer ifadeyle kirişteki FDM'nin oranının artmasıyla birlikte boyutsuz doğal frekansların yükseldiği gözlemlenmektedir. Yine Şekil 5.3'ten görüleceği üzere $h/H = 1$ oranı haricinde polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. $h/H = 1$ değerinde kiriş tamamen alüminyumdan oluşmaktadır ve polinom derecesinden tamamen bağımsız olduğu görülmektedir.



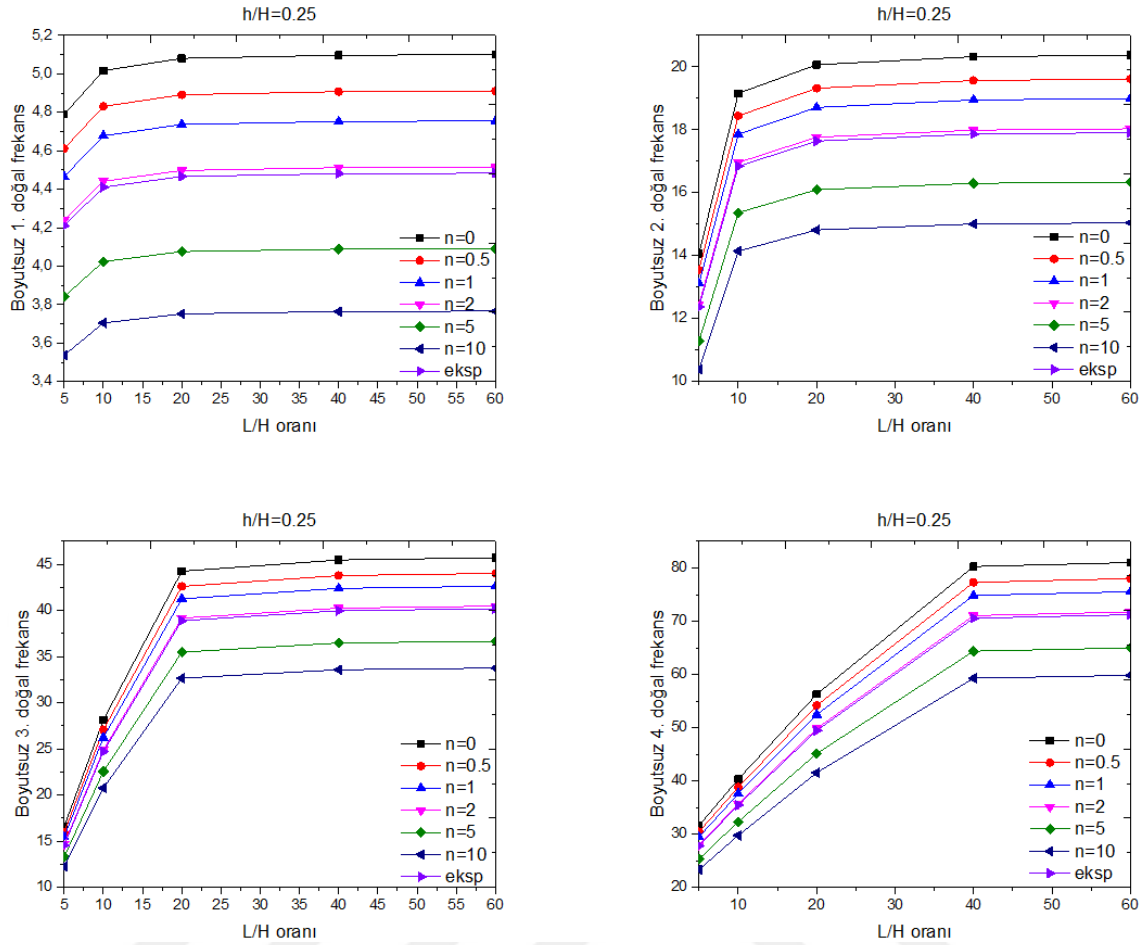
Şekil 5.3. Basit mesnetli kiriş için $L/H = 20$ narinlik oranında farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi

Polinom derecesinin $L/H = 20$ ve farklı h/H oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.4'ten görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde h/H oranları düştükçe boyutsuz doğal frekanslar yükselmektedir. Bir diğer ifadeyle kirişteki FDM'nin oranının artmasıyla birlikte boyutsuz doğal frekansların yükseldiği gözlemlenmektedir. Yine Şekil 5.4'ten görüleceği üzere $h/H = 1$ oranı haricinde polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir. $h/H = 1$ değerinde kiriş tamamen alüminyumdan oluşmaktadır ve polinom derecesinden tamamen bağımsız olduğu görülmektedir.



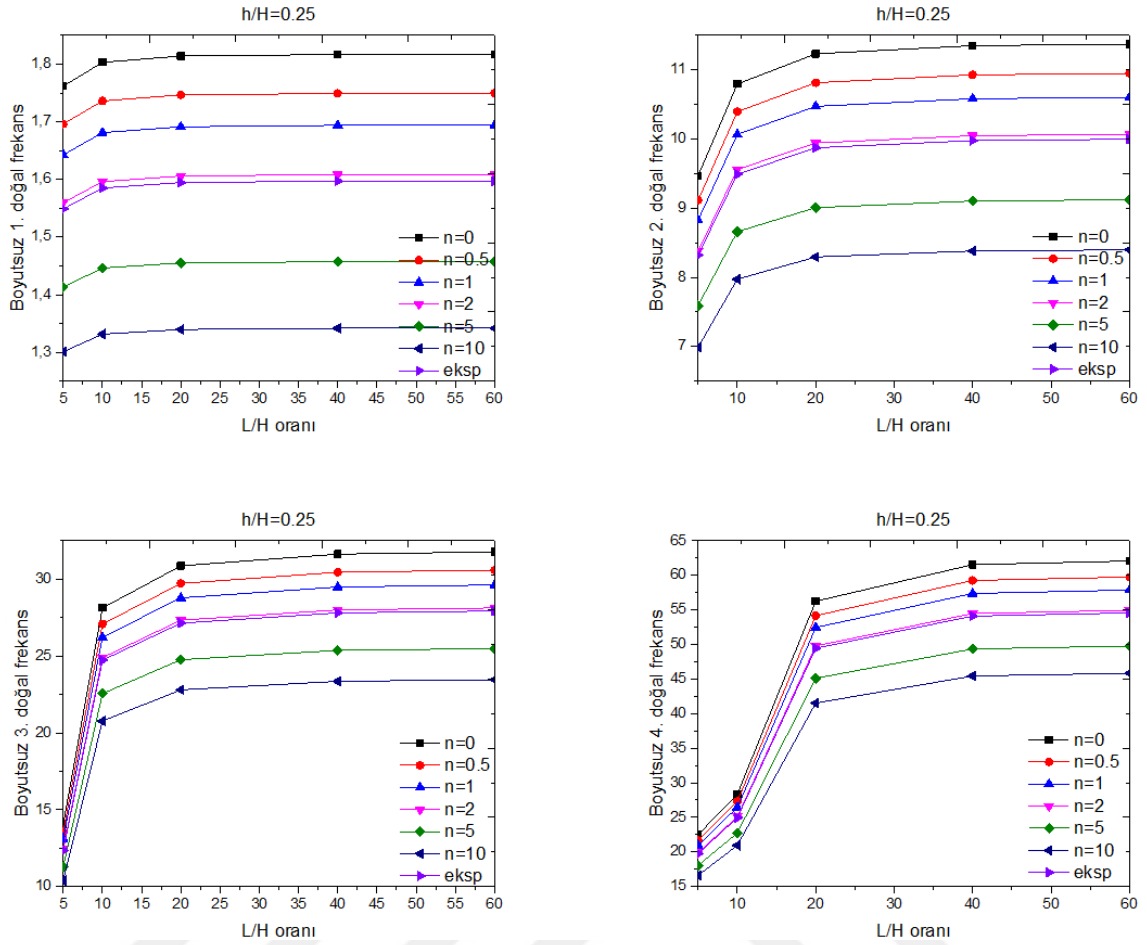
Şekil 5.4. Ankastre kiriş için $L/H = 20$ narinlik oranında farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.25$ ve farklı polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.5'ten görüleceği gibi $h/H = 0.25$ değerinde polinom derecesi n yükseldikçe boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. L/H narinlik oranları arttıkça boyutsuz doğal frekanslar da yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ narinlik oranına kadar, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ oranına kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir. Şekil 5.5'ten yine görüleceği üzere eksponansiyel fonksiyonun değerleri neredeyse polinom fonksiyonun $n = 2$ değerleri ile örtüşmektedir.



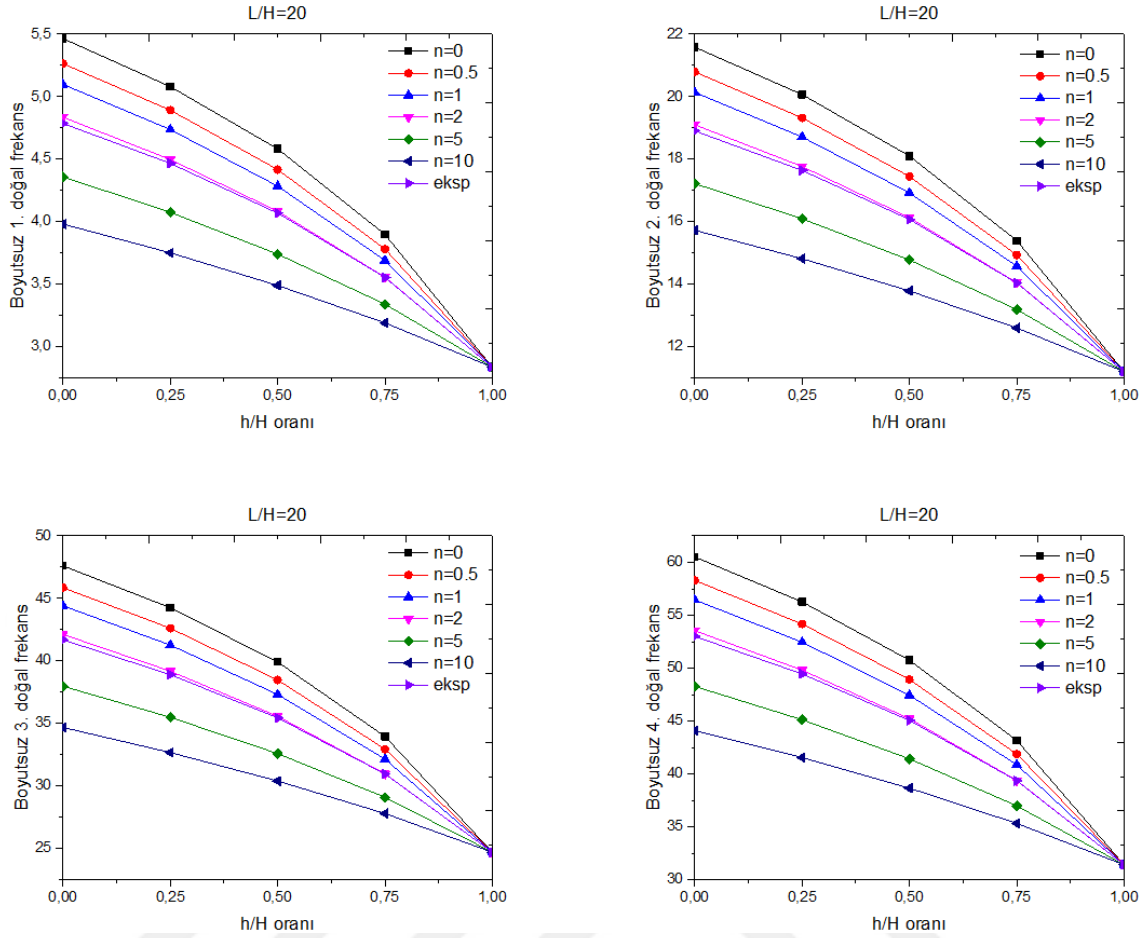
Şekil 5.5. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin L/H narinlik oranları ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.25$ ve farklı polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.6'dan görüleceği gibi $h/H = 0.25$ değerinde polinom derecesi n yükseldikçe boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. L/H narinlik oranları arttıkça boyutsuz doğal frekanslar da yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ narinlik oranına kadar, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ oranına kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri hemen hemen yatay seyretmektedir. Şekil 5.6'dan yine görüleceği üzere eksponansiyel fonksiyonun değerleri yaklaşık olarak polinom fonksiyonun $n = 2$ değerleri ile örtüşmektedir.



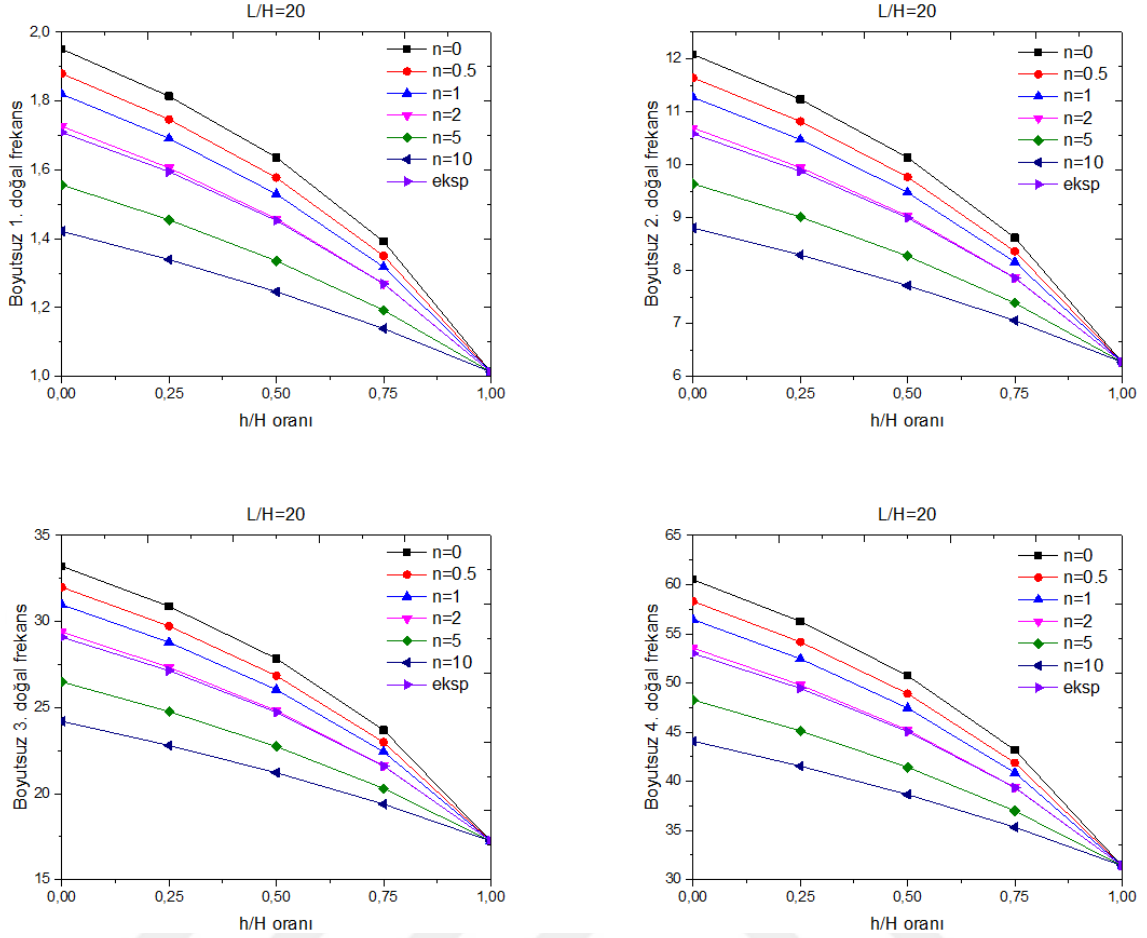
Şekil 5.6. Ankastre kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin L/H narinlik oranları ile değişimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 20$ ve farklı polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek için basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.7'den görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde polinom derecesi düştükçe doğal frekanslar yükselmektedir. Bu tüm h/H oranları için geçerlidir. Şekil 5.7'den yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe doğal frekans değerleri düşmektedir. $h/H = 1$ oranında kiriş tamamen homojen izotrop çekirdek tabakasından ibaret olup (n) polinom derecesinden bağımsız olmaktadır.



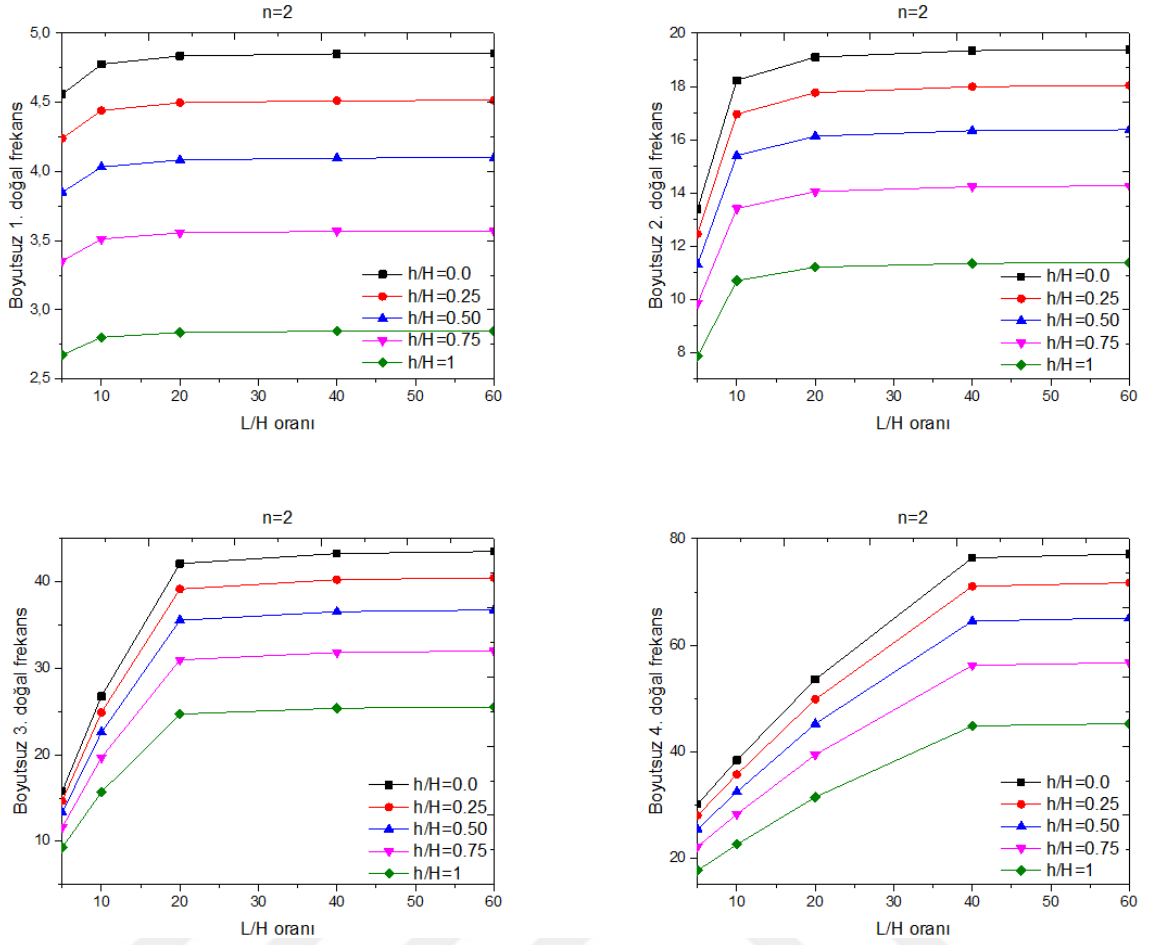
Şekil 5.7. Basit mesnetli kiriş için $L/H = 20$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 20$ ve farklı polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek için ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.8'den görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde polinom derecesi düştükçe doğal frekanslar yükselmektedir. Bu tüm h/H oranları için geçerlidir. Şekil 5.8'den yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe doğal frekans değerleri düşmektedir. $h/H = 1$ oranında kiriş tamamen homojen izotrop çekirdek tabakasından ibaret olup (n) polinom derecesinden bağımsız olmaktadır.



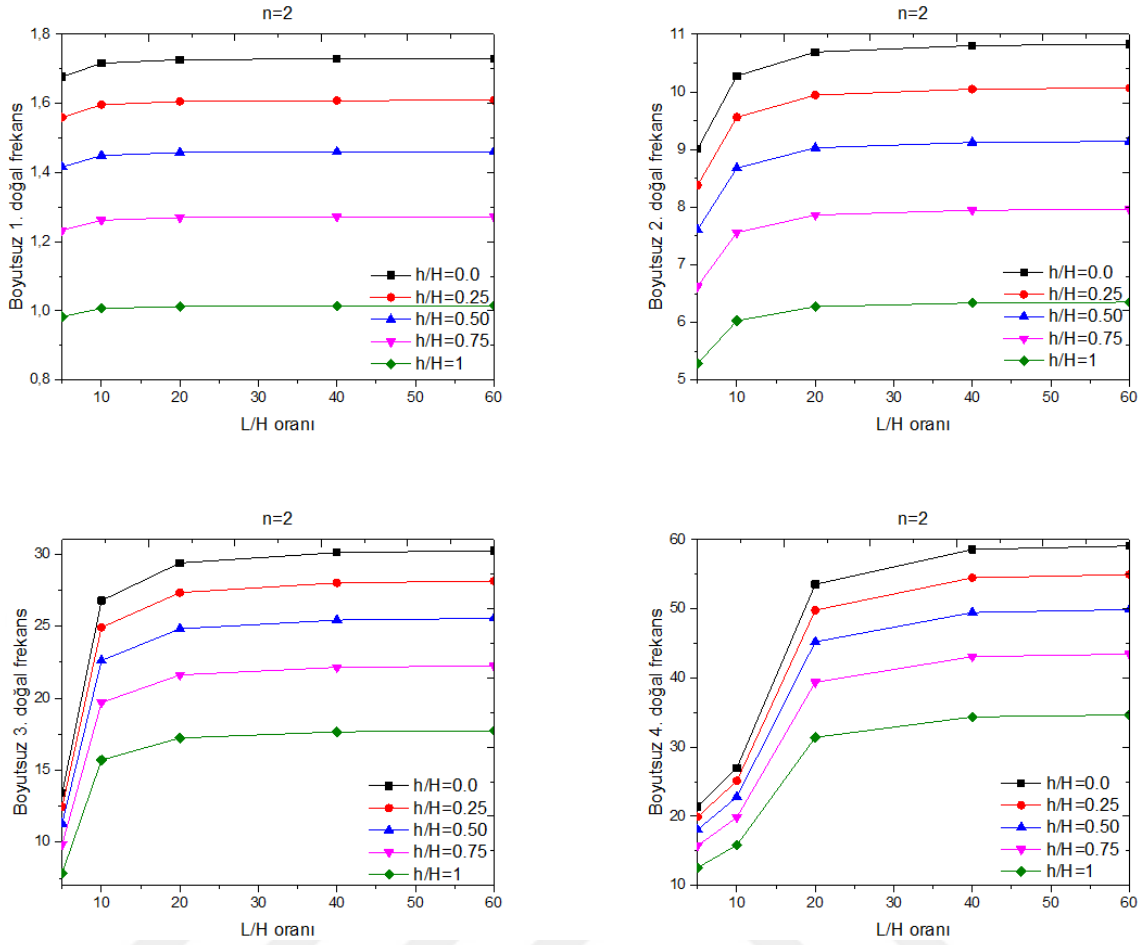
Şekil 5.8. Ankastre kiriş için $L/H = 20$ oranında farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi

L/H narinlik oranının $n = 2$ ve farklı çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.9'dan görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir. Şekil 5.9'dan yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir.



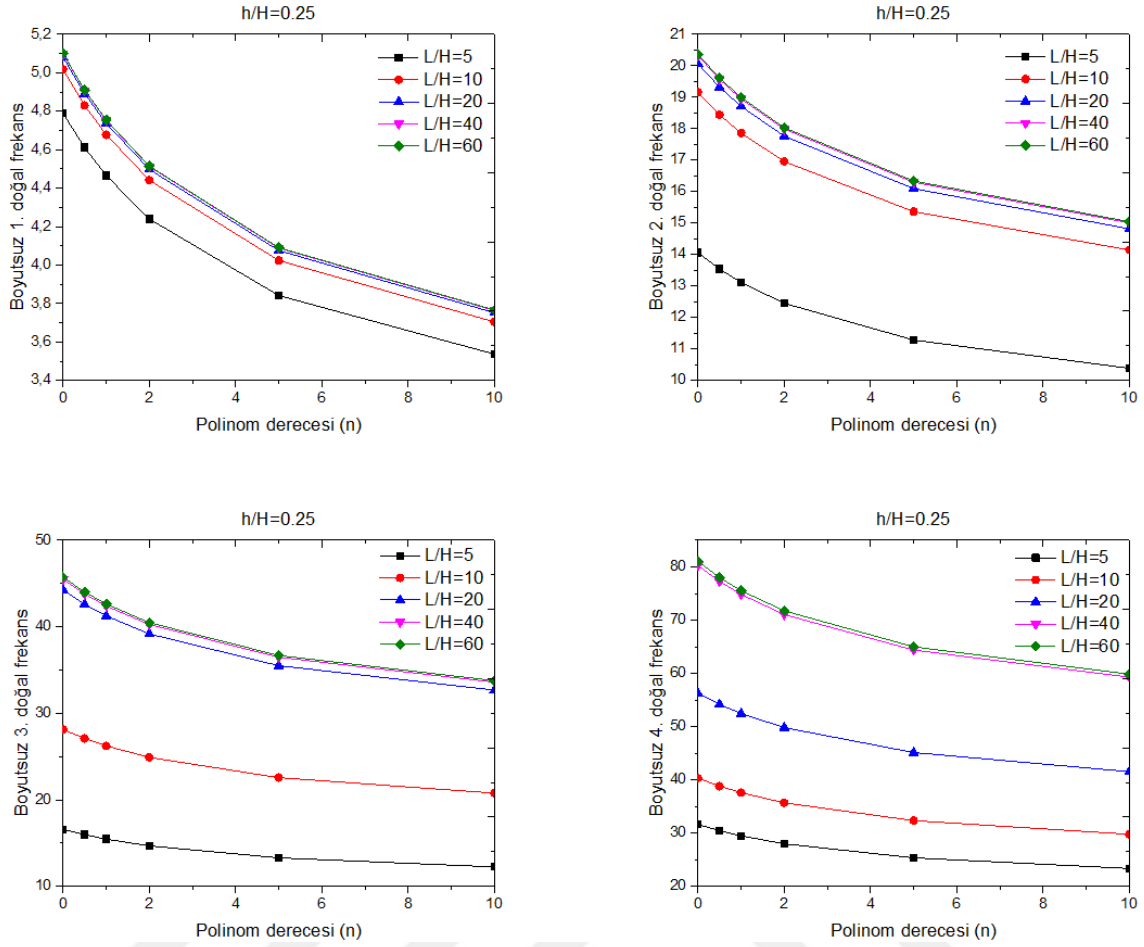
Şekil 5.9. Basit mesnetli kiriş için $n = 2$ polinom derecesinde farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi

L/H narinlik oranının $n = 2$ ve farklı çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.10'dan görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri yatay seyretmektedir. Şekil 5.10'dan yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir.



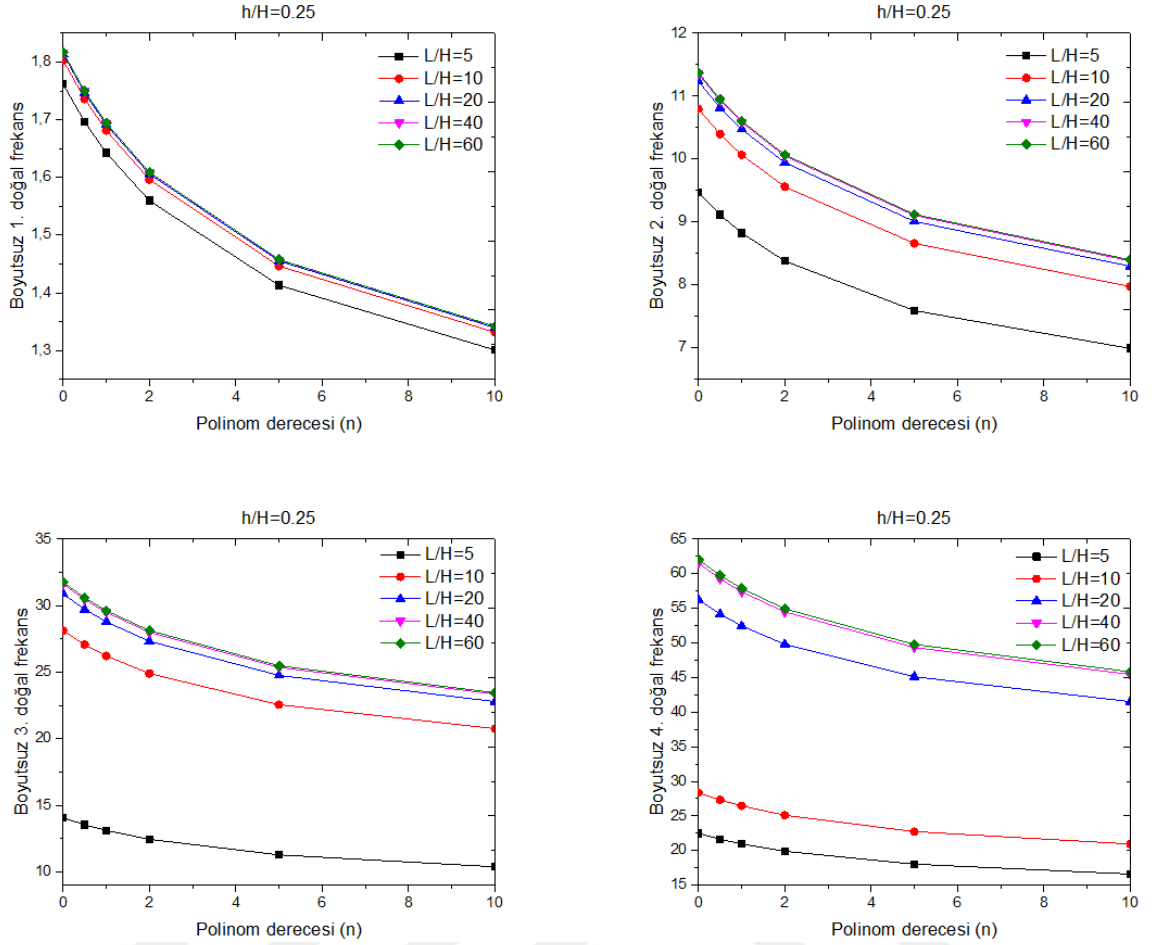
Şekil 5.10. Ankastre kiriş için $n = 2$ polinom derecesinde farklı h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi

Polinom derecesinin $h/H = 0.25$ ve farklı kiriş narinlik oranının (L/H) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.11'den görüleceği üzere polinom derecesi (n) yükseldikçe boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Bu tüm narinlik oranları (L/H) için geçerlidir. Şekil 5.11'den yine görüleceği gibi L/H narinlik oranları düştükçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir. Özellikle ilk üç boyutsuz doğal frekans değerlerinde $L/H = 20$ oranından sonra ciddi bir düşüş sergilerken, dördüncü boyutsuz doğal frekans değerinde $L/H = 40$ oranından sonra ciddi bir düşüş sergilememektedir.



Şekil 5.11. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı L/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi

Polinom derecesinin $h/H = 0.25$ ve farklı kiriş narinlik oranının (L/H) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.12'den görüleceği üzere polinom derecesi (n) yükseldikçe boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Bu tüm narinlik oranları (L/H) için geçerlidir. Şekil 5.12'den yine görüleceği gibi L/H narinlik oranları düştükçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir. Özellikle ikinci ve üçüncü boyutsuz doğal frekans değerlerinde $L/H = 20$ oranından sonra ciddi bir düşüş gözlemlenirken, dördüncü boyutsuz doğal frekans değerinde $L/H = 40$ oranından sonra ciddi bir düşüş gözlemlenmiştir.



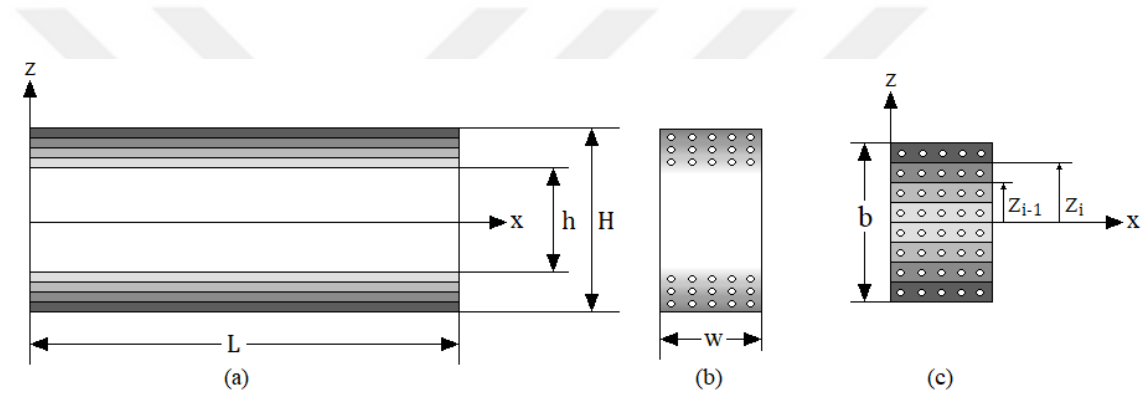
Şekil 5.12. Ankastre kiriş için $h/H = 0.25$ oranında farklı L/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi

5.3. Porositeli FDM ile kaplı alüminyum kirişin serbest titreşiminin incelenmesi

Bu çalışmada çekirdek tabakası izotrop alüminyum ve kaplama tabakası porositeli FDM'den yapılmış basit mesnetli ve ankastre mesnetli kirişin Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak serbest titreşim analizi incelenmiştir. Kaplama malzemesinin elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık boyunca bir polinom fonksiyon ile değiştiği kabul edilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. Bu çalışmada klasik laminasyon teorisi yaklaşımı kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada porositenin, çekirdek tabaka kalınlığının FDM kalınlık oranına (h/H), narinlik oranının (L/H), FDM'nin mekanik özelliklerini belirleyen polinom parametresinin (n) ve porosite hacim oranının (V_p) doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. İncelenen parametrelerin kirişin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Kirişin yapısı

Kirişin çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıdadır. Kaplama tabakası olan FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için alt ve üst kaplama yüzeyleri 25'er tabaka olarak modellenmiş olup Şekil 5.13'de gösterilmiştir. Şeklin (a) bölümünde H kirişin yüksekliğini, h çekirdek tabakasının yüksekliğini ve L kirişin uzunluğunu temsil etmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir porositeli FDM kirişin kesiti gösterilmiştir. Kiriş genişliği w olarak verilmiştir. Şeklin (c) bölümünde ise çekirdek tabakası olmaksızın sadece kaplama olan porositeli FDM'nin modellenmesi gösterilmiştir. Kaplama yüksekliği b ile temsil edilirken, z tarafsız ekseninden tabakaların konumlarını belirleyen eksenidir.



Şekil 5.13. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti

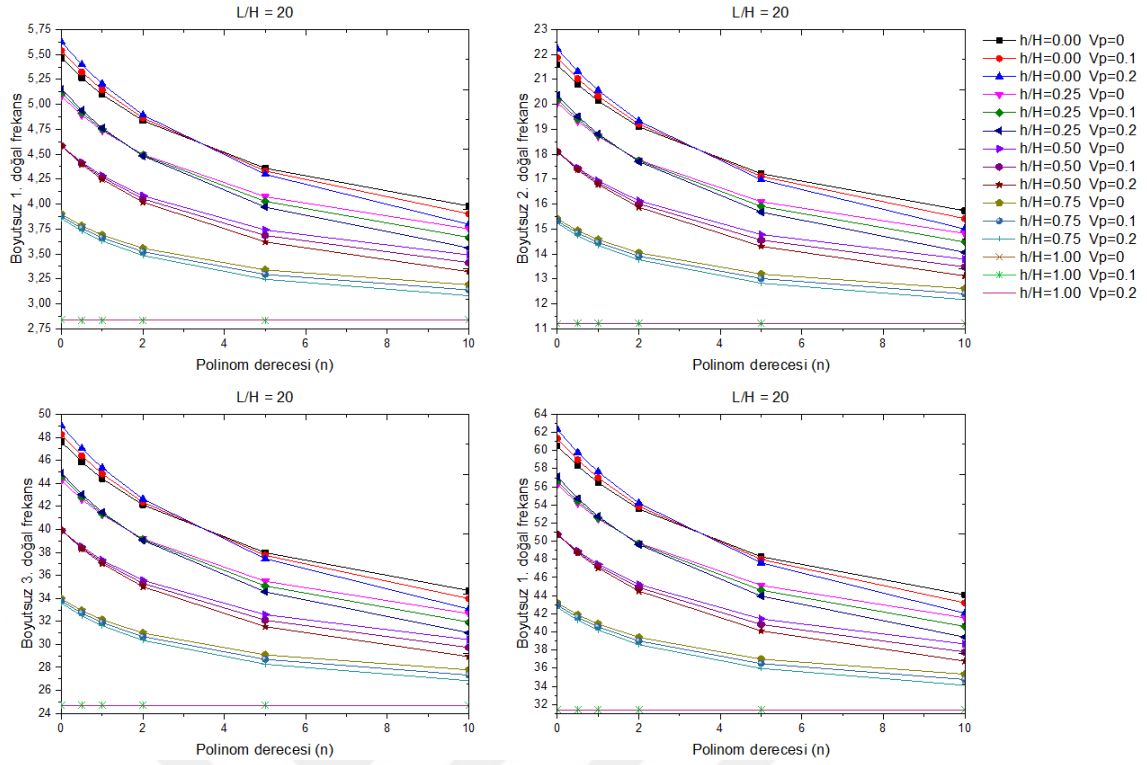
Problemin Tanımlanması ve İrdelenmesi

Ele alınan basit mesnetli ve ankastre kirişler Şekil 5.1'de verilmiştir. Kirişin geometrik özellikleri Şekil 5.13'te verilmiştir. Kiriş çekirdek tabakası alüminyum ve yüzey kaplama tabakaları porositeli FDM'den yapılmış tarafsız eksene göre simetrik yapıdadır. Kirişe ait geometrik boyutlar, kiriş yüksekliği $H = 0.005$ m, genişlik $w = 0.02$ m. Analizlerde kiriş 100 elemana bölünmüş olup sonuçların yakınsaması sağlanmıştır. Çalışmada FDM'nin porosite hacim oranının (V_p), kiriş narinlik oranının (L/H), çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının ve polinom derecesinin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. FDM'deki porositenin etkisini görmek için $V_p = 0, 0.1, 0.2$ değerleri seçilmiştir. Kiriş narinlik oranlarının (L/H) doğal frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $L/H = 5, 10, 20, 40, 60$ değerleri seçilmiştir.

Alüminyum çekirdek tabakasının ve kiriş yüksekliğine (h/H) oranlarının frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $h/H = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ değerleri seçilmiştir. $h/H = 1$ durumu kirişin tamamen alüminyum, $h/H = 0$ durumu ise kirişin tamamen FDM olduğuna karşılık gelmektedir. Polinom derecesinin (n) frekanslar üzerindeki etkisini görmek için $n = 0, 0.5, 1, 2, 5, 10$ değerleri seçilmiştir.

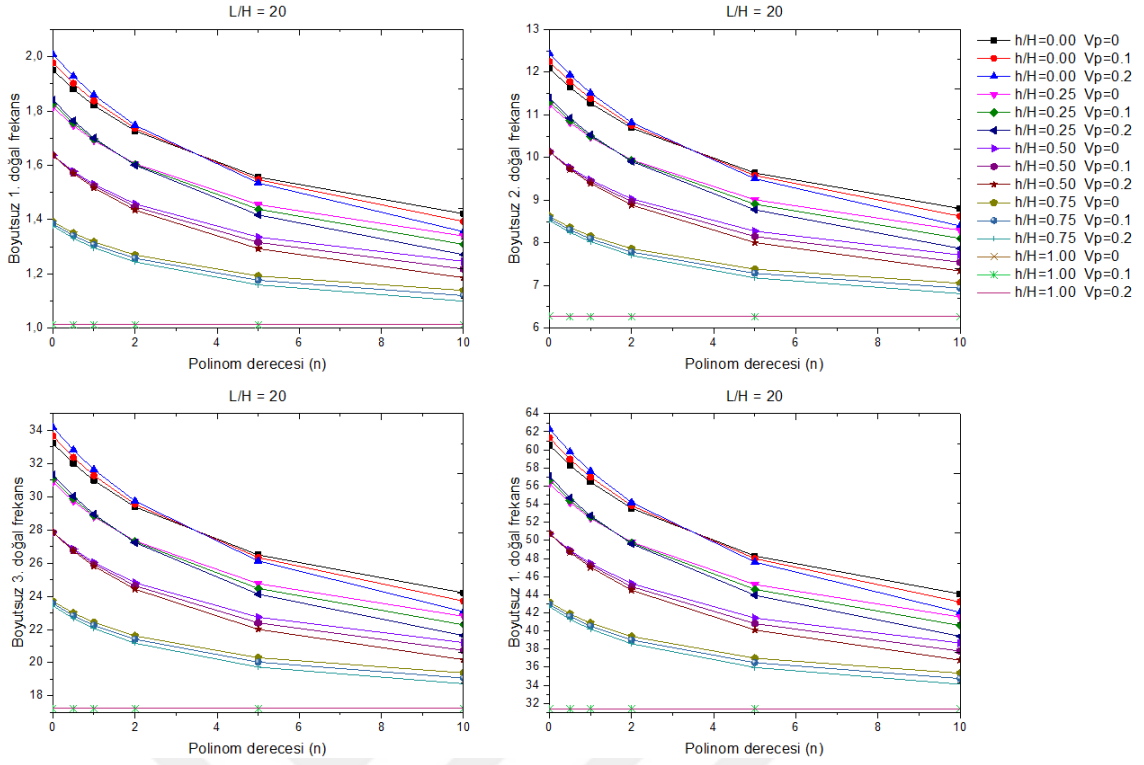
Bulgular ve tartışma

Polinom derecesinin $L/H = 20$ ve farklı h/H ve porosite hacim oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.14'ten görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde h/H oranları düştükçe boyutsuz doğal frekanslar yükselmektedir. Bir diğer ifadeyle kirişteki FDM'nin oranının artmasıyla birlikte boyutsuz doğal frekansların yükseldiği gözlemlenmektedir. Yine Şekil 5.14'ten görüleceği üzere porositenin etkisi polinom derecesine ve h/H oranına bağlıdır. $h/H = 0$ oranında, yani kiriş tamamen FDM'den oluşunca, yaklaşık olarak $n = 3.5$ değerinden önce porosite boyutsuz doğal frekanslarını arttırırken, $n = 3.5$ değerinden sonra boyutsuz doğal frekanslarını düşürmektedir. Alüminyum çekirdek tabaka en az kirişin %50'sini teşkil edince, yani $h/H = 0.50$ değerinden itibaren, her polinom derecesi için porosite boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir. Şekil 5.14'ten görüleceği üzere $h/H = 1$ oranı haricinde polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir. $h/H = 1$ değerinde kiriş tamamen alüminyumdan oluşmaktadır ve polinom derecesinden ve FDM'nin porositesinden tamamen bağımsız olduğu görülmektedir.



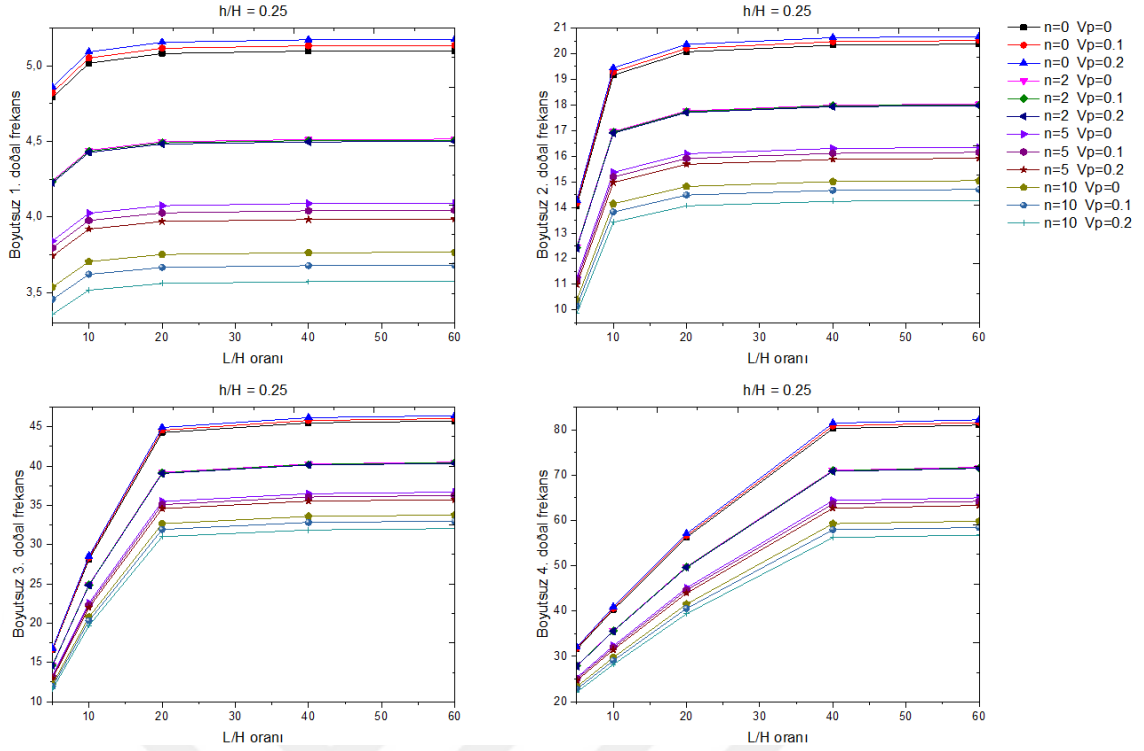
Şekil 5.14. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ narinlik oranı için farklı V_p değerlerinde ve h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi

Polinom derecesinin $L/H = 20$ ve farklı h/H ve porosite hacim oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.15'ten görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde h/H oranları düştükçe boyutsuz doğal frekanslar yükselmektedir. Bir diğer ifadeyle kirişteki FDM'nin oranının artmasıyla birlikte boyutsuz doğal frekansların arttığı görülmektedir. Yine Şekil 5.15'ten görüleceği üzere porositenin etkisi polinom derecesine ve h/H oranına bağlıdır. $h/H = 0$ oranında, yani kiriş tamamen FDM'den oluşunca, yaklaşık olarak $n = 3.5$ değerinden önce porosite boyutsuz doğal frekanslarını arttırırken, $n = 3.5$ değerinden sonra boyutsuz doğal frekanslarını düşürmektedir. Alüminyum çekirdek tabaka en az kirişin %50'sini oluşturunca, yani $h/H = 0,50$ değerinden itibaren, her polinom derecesi için porosite boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir. Şekil 5.15'ten görüleceği üzere $h/H = 1$ oranı haricinde polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir. $h/H = 1$ değerinde kiriş tamamen alüminyumdan oluşmaktadır ve polinom derecesinden ve FDM'nin porositesinden tamamen bağımsız olduğu görülmektedir.



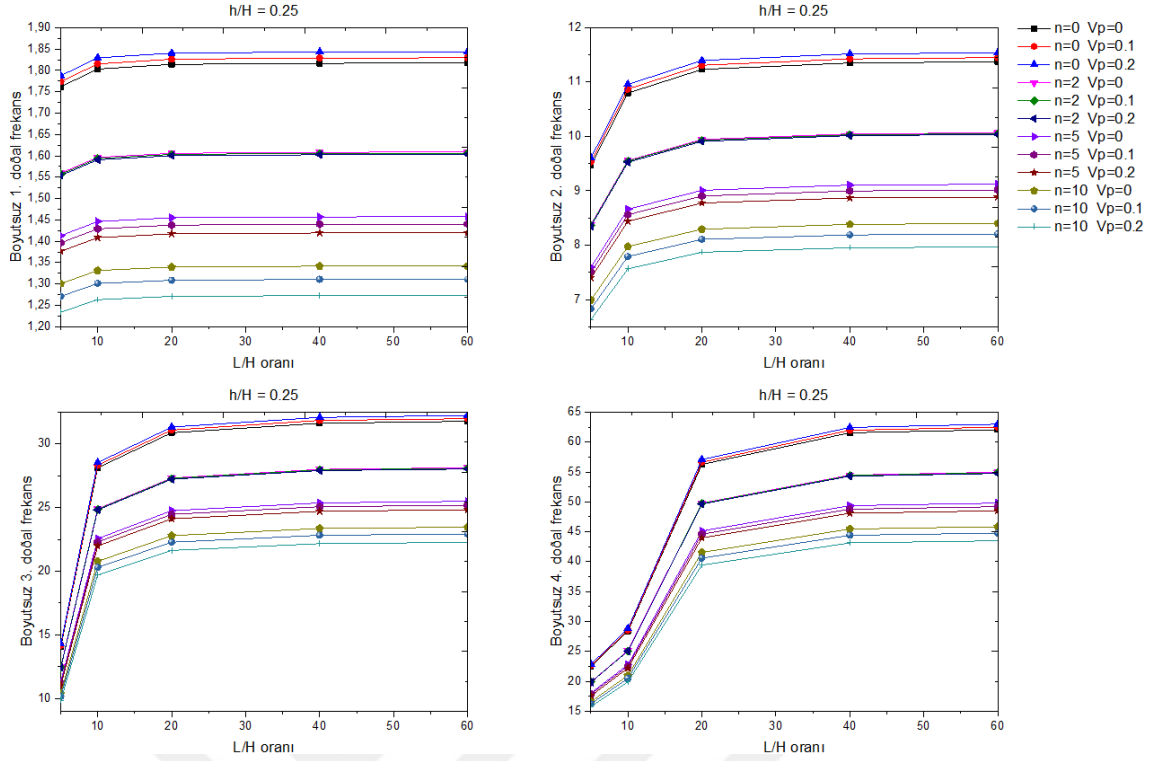
Şekil 5.15. Ankastre kirişte $L/H = 20$ narinlik oranı için farklı V_p değerlerinde ve h/H oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekansların polinom derecesi (n) ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.25$ ve farklı polinom derecelerinde ve porosite hacim oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.16'dan görüleceği gibi $h/H = 0.25$ değerinde polinom derecesi n yükseldikçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir. L/H narinlik oranları arttıkça boyutsuz doğal frekanslar da yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ narinlik oranına kadar, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ oranına kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir. Şekil 5.16'dan yine görüleceği gibi porosite, polinom derecesi yaklaşık olarak $n = 2$ 'den küçük değerlerde boyutsuz doğal frekans değerlerini yükseltirken, $n = 2$ 'den itibaren boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir.



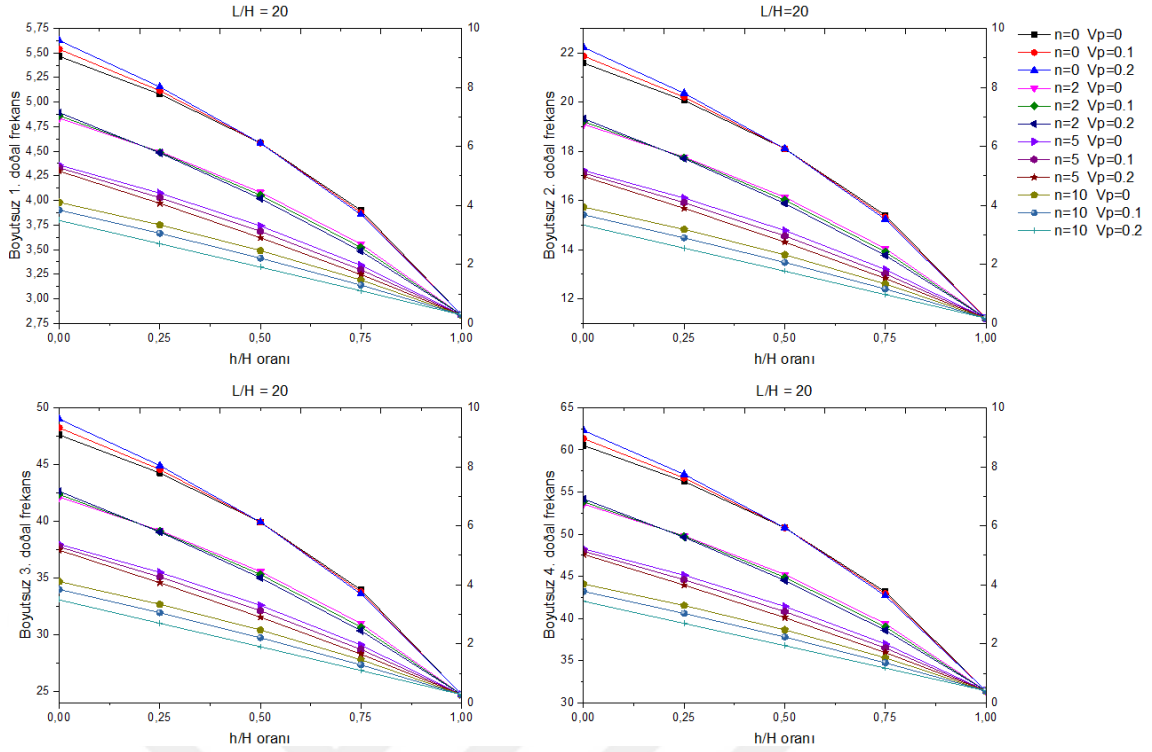
Şekil 5.16. Basit mesnetli kirişte $h/H = 0.25$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin L/H narinlik oranları ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.25$ ve farklı polinom derecelerinde ve porosite hacim oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.17'den görüleceği gibi $h/H = 0.25$ değerinde polinom derecesi n yükseldikçe boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. L/H narinlik oranları arttıkça boyutsuz doğal frekanslar da yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ narinlik oranına kadar, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ oranına kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri hemen hemen yatay seyretmektedir. Şekil 5.17'den yine görüleceği gibi porosite, polinom derecesi yaklaşık olarak $n = 2$ 'den küçük değerlerde boyutsuz doğal frekans değerlerini yükseltirken, $n = 2$ 'den itibaren boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir.



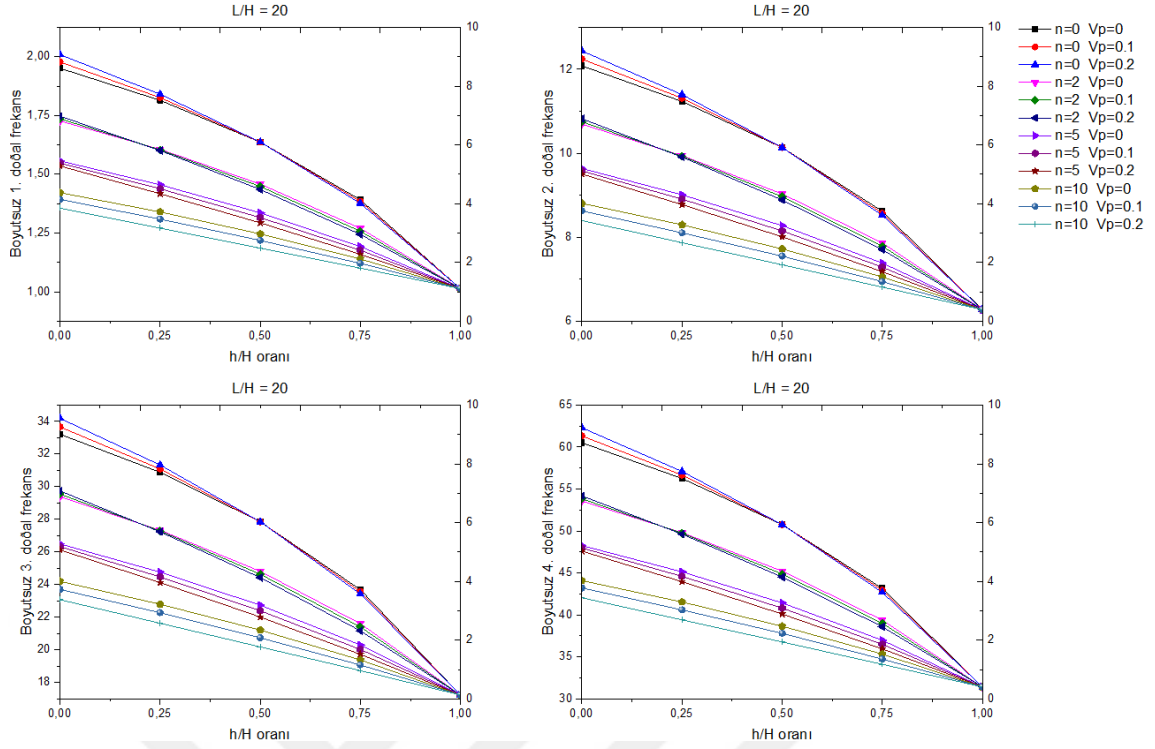
Şekil 5.17. Ankastre kirişte $h/H = 0.25$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin L/H narinlik oranları ile değişimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 20$ ve farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek için basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.18'den görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde polinom derecesi düştükçe doğal frekanslar yükselmektedir. Bu tüm h/H oranları için geçerlidir. Şekil 5.18'den yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe doğal frekans değerleri düşmektedir. $h/H = 1$ oranında kiriş tamamen homojen izotrop çekirdek tabakasından ibaret olup (n) polinom derecesinden bağımsız olmaktadır. Porositenin etkisi polinom derecesine ve h/H oranına bağlıdır. Düşük polinom derecelerinde $h/H = 0.50$ oranına kadar porosite boyutsuz doğal frekansları yükseltirken, $h/H = 0.50$ oranından büyük değerlerde porosite boyutsuz doğal frekansları düşürmektedir. Polinom derecesi $n = 3.5$ değerinden yüksek olunca porosite her h/H oranında boyutsuz doğal frekanslarını düşürmektedir.



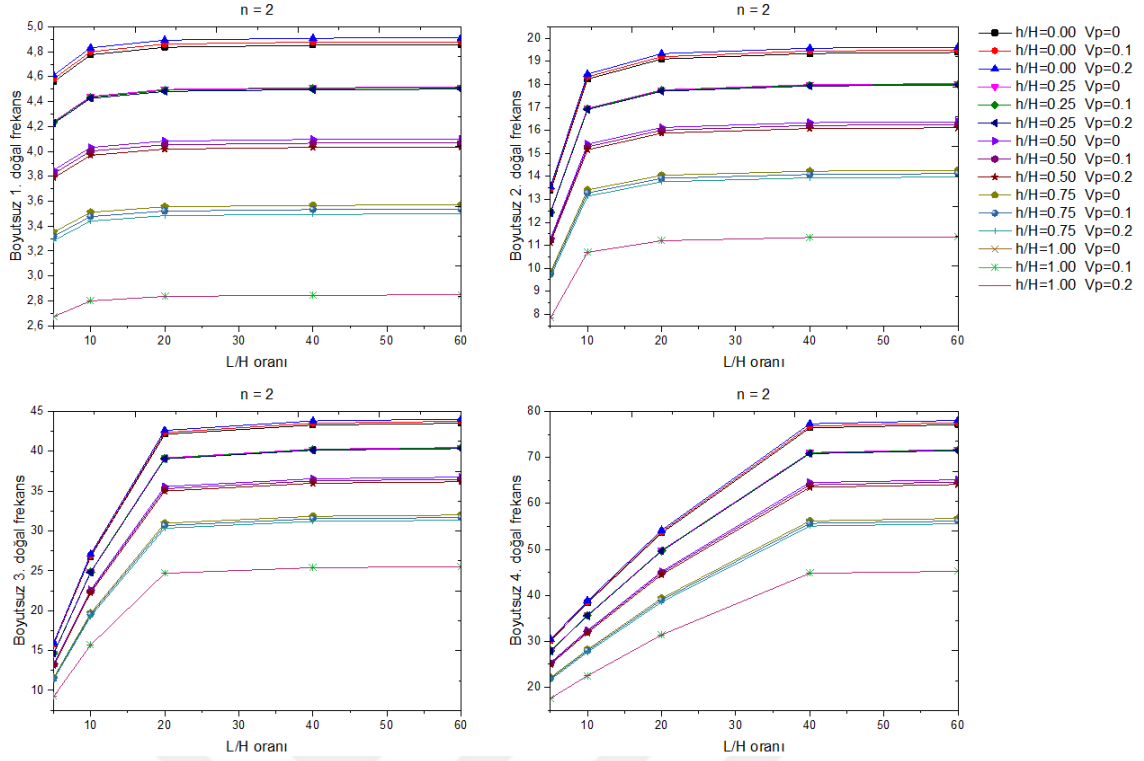
Şekil 5.18. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 20$ ve farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek için ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.19'dan görüleceği gibi narinlik oranı $L/H = 20$ değerinde polinom derecesi düştükçe doğal frekanslar yükselmektedir. Bu tüm h/H oranları için geçerlidir. Şekil 5.19'dan yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe doğal frekans değerleri düşmektedir. $h/H = 1$ oranında kiriş tamamen homojen izotrop çekirdekten oluşmakta ve (n) polinom derecesinden bağımsız olmaktadır. Porositenin etkisi polinom derecesine ve h/H oranına bağlıdır. Düşük polinom derecelerinde $h/H = 0.50$ oranına kadar porosite boyutsuz doğal frekansları yükseltirken, $h/H = 0.50$ oranından büyük değerlerde porosite doğal frekans değerlerini düşürmektedir. Polinom derecesi $n = 3.5$ değerinden yüksek olunca porosite her h/H oranında boyutsuz doğal frekanslarını düşürmektedir.



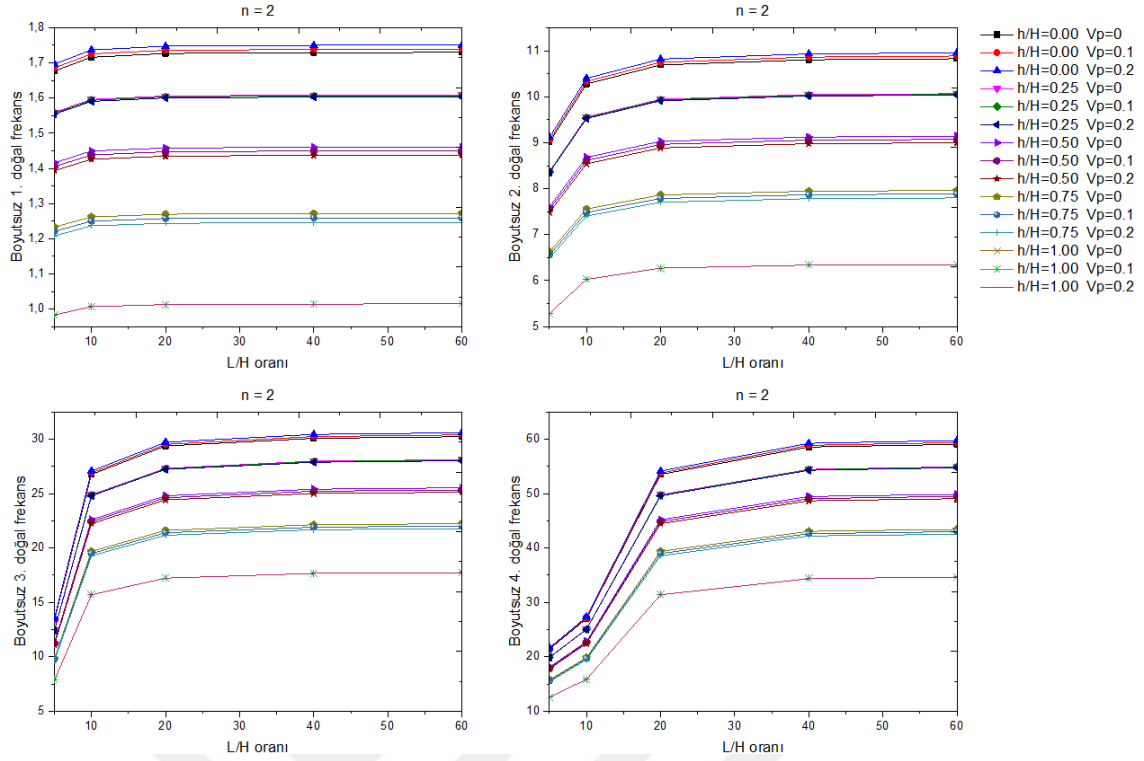
Şekil 5.19. Ankastre kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı V_p değerlerinde ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi

L/H narinlik oranının $n = 2$ ve farklı çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının ve porositenin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.20'den görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri yatay seyretmektedir. Şekil 5.20'den yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir. Porosite $h/H = 0.25$ değerine kadar boyutsuz doğal frekans değerlerini yükseltirken, $h/H = 0.50$ değerinden itibaren boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir.



Şekil 5.20. Basit mesnetli kirişte $n = 2$ polinom derecesi için farklı h/H oranlarında ve V_p değerlerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi

L/H narinlik oranının $n = 2$ ve farklı çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının ve porositinin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.21'den görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir. Şekil 5.21'den yine görüleceği üzere h/H oranı yükseldikçe boyutsuz doğal frekans değerleri düşmektedir. Porosite $h/H = 0.25$ değerine kadar boyutsuz doğal frekans değerlerini yükseltirken, $h/H = 0.50$ değerinden itibaren boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürmektedir.



Şekil 5.21. Ankastre kirişte $n = 2$ polinom derecesi için farklı h/H oranlarında ve V_p değerlerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi

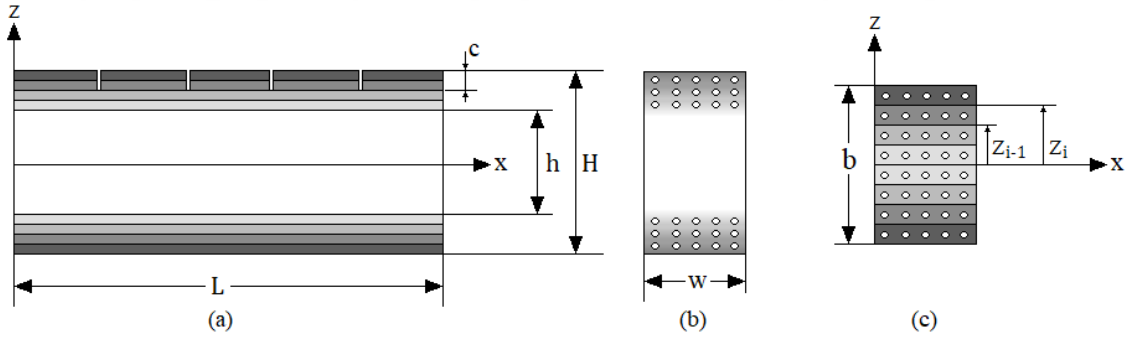
5.4 Kusurlu ve Hasarlı FDM ile Kaplı Alüminyum Kirişin Serbest Titreşim Analizi

Bu çalışmada çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri porositeli ve çatlaklı FDM ile kaplı simetrik yapıda basit mesnetli ve ankastre sandviç bir kirişin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Çalışmada FDM'nin mekanik özelliklerinden olan elastisite modülü ve yoğunluğu kirişin tabaka kalınlığı boyunca bir polinom fonksiyonla değiştiği kabul edilmiştir. FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için kaplama kalınlığı 25 tabaka olarak ve her bir tabaka kendi içinde homojen izotrop olarak modellenmiştir. Bu yapılara ait efektif yoğunluk ve elastisite modülü tabakalı kompozit kiriş teorisi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Kirişin üretimi esnasında oluşabilen kusurlar FDM kaplamanın içindeki oluşabilen boşluklar (porosite) olarak değerlendirilmiştir. Kirişlerin kullanım esnasında hasar görmeleri muhtemeldir. Çalışmada genel hasar durumu birden çok çatlağı ihtiva edebilir. Ancak tez çalışmasında 4 tane eşit aralıklı çatlak modellemesi yapılarak hasar durumu incelenmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için

MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. Çalışmada çekirdek tabaka kalınlığının FDM kalınlık oranına (h/H), narinlik oranının (L/H), FDM mekanik özelliklerini belirleyen polinom parametresinin (n), porosite hacim oranının (V_p) ve çatlak derinliğinin (c) doğal frekansların üzerindeki etkisi incelenmiştir. İncelenen parametrelerin kirişin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Kirişin yapısı

Kirişin çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıdadır. Kaplama tabakası olan FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için alt ve üst kaplama yüzeyleri 25'er tabaka olarak modellenmiş olup Şekil 5.22'de gösterilmiştir. Şeklin (a) bölümünde H kirişin yüksekliğini, h çekirdek tabakasının yüksekliğini, L kirişin uzunluğunu ve c çatlakların derinliğini temsil etmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir porositeli FDM kirişin kesiti gösterilmiştir. Kiriş genişliği w olarak verilmiştir. Şeklin (c) bölümünde ise çekirdek tabakası olmaksızın sadece kaplama olan porositeli FDM'nin modellenmesi gösterilmiştir. Kaplama yüksekliği b ile temsil edilirken, z tarafsız eksenden tabakaların konumlarını belirleyen eksendir.



Şekil 5.22. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti

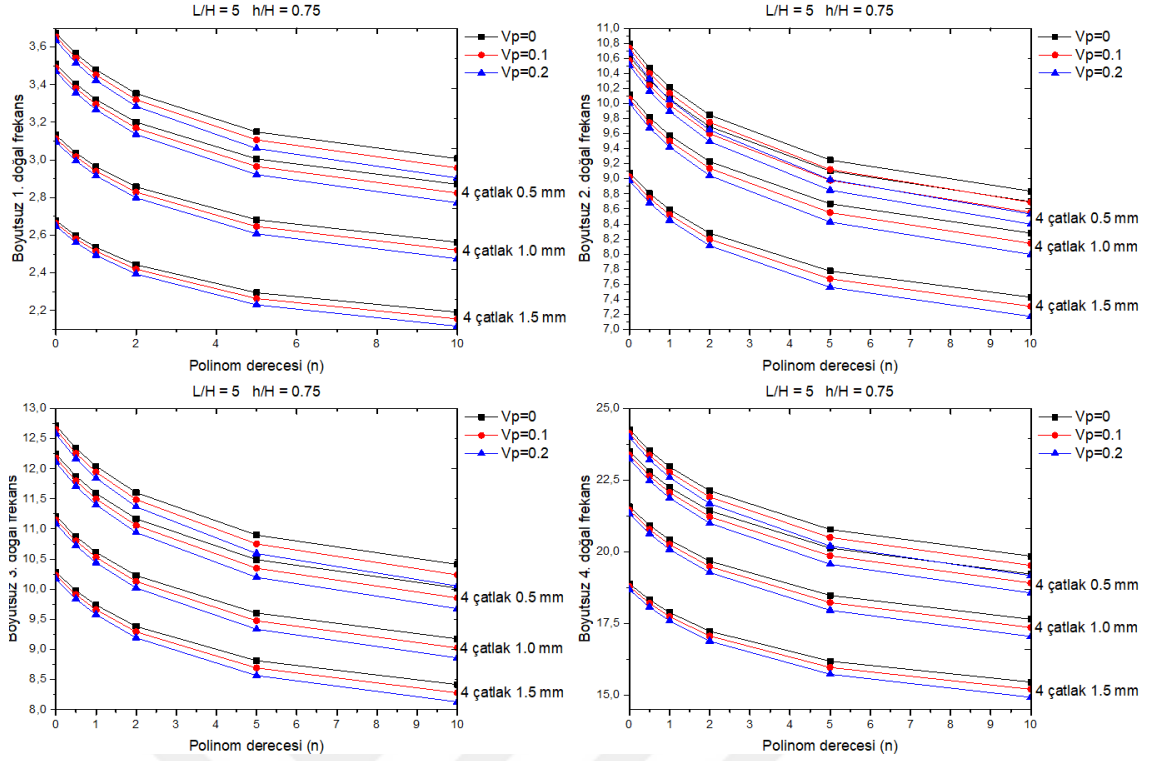
Problemin Tanımlanması ve İrdelenmesi

Ele alınan basit mesnetli ve ankastre kirişler Şekil 5.1'te verilmiştir. Kirişin geometrik özellikleri Şekil 5.22'de verilmiştir. Kiriş çekirdek tabakası alüminyum ve yüzey kaplama tabakaları FDM'den yapılmış tarafsız eksene göre simetrik yapıdadır. Kirişe ait geometrik boyutlar, kiriş yüksekliği $H = 0.005$ m ve genişlik $w = 0.02$ m. Analizlerde

kiriş sonlu eleman sayısı 100 alınarak sonuçların yakınsaması sağlanmıştır. Çalışmada FDM'nin porosite hacim oranının (V_p), çatlak derinliğinin (c), kiriş narinlik oranının (L/H), çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine oranının (h/H) ve polinom derecesinin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çatlaklar eşit aralıklı 4 çatlaktan oluşmaktadır, çatlak konumları $L_c/L = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$, olarak seçilmiştir. FDM'deki porositenin ve çatlak derinliğinin etkisini görmek için $V_p = 0, 0.1, 0.2$ ve $c = 0.5, 1.0, 1.5$ mm değerleri seçilmiştir. Kiriş narinlik oranlarının (L/H) doğal frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $L/H = 5, 10, 20, 40, 60$ değerleri seçilmiştir. Alüminyum çekirdek tabakasının ve kiriş yüksekliğine oranlarının (h/H) frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için $h/H = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1$ değerleri alınmıştır. $h/H = 1$ durumu kirişin tamamen alüminyum, $h/H = 0$ durumu is kişirin tamamen FDM olduğuna karşılık gelmektedir. Polinom derecesinin (n) frekanslar üzerindeki etkisini görmek için $n = 0, 0.5, 1, 2, 5, 10$ değerleri incelenmiştir.

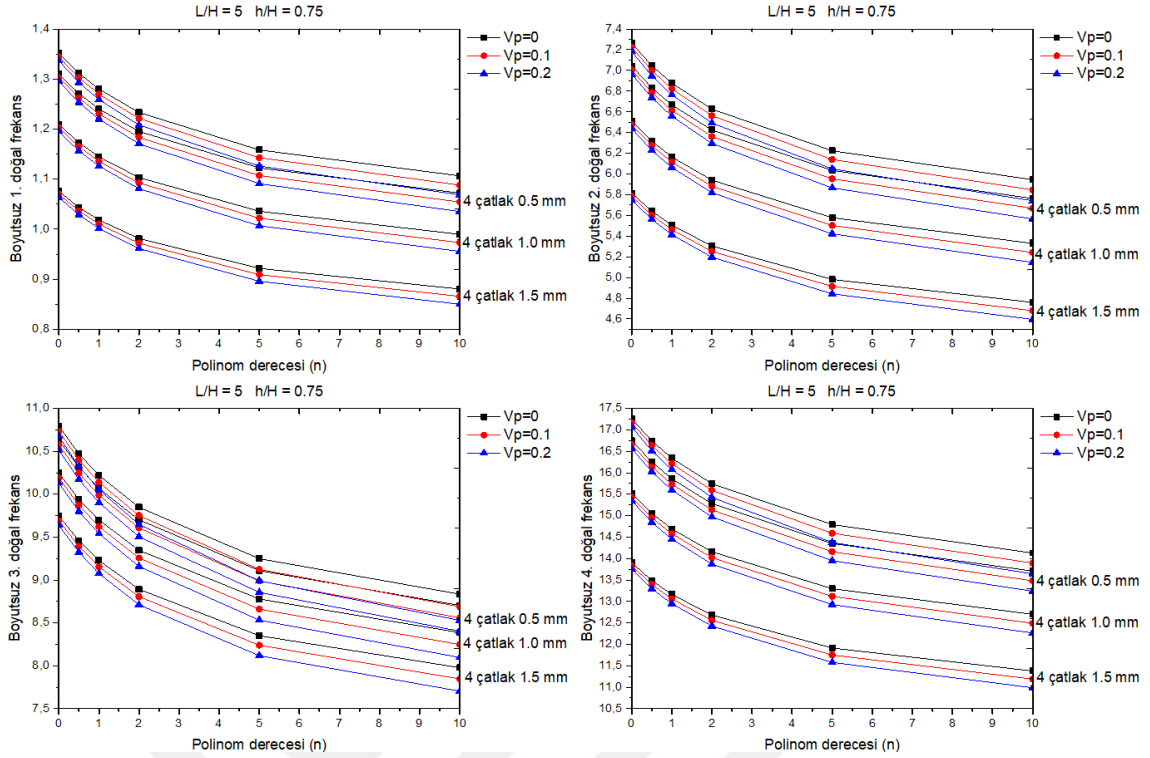
Bulgular ve tartışma

Polinom derecesinin $L/H = 5, h/H = 0.75$ oranları için ve farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı porosite hacim oranlarında (V_p) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.23'ten görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü görülmektedir. Şekil 5.23'ten yine görüleceği üzere porosite hacim oranının artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinde düşüşler yaşanmaktadır. Çatlak derinliğinin artması da boyutsuz doğal frekansları düşürmektedir ve frekans değerlerini düşürmekte porosite hacim oranının artmasından daha etkili olduğu anlaşılmaktadır. Şekil 5.23 incelenirken ilgi çekici bir sonuç ortaya çıkmaktadır. Seramik malzemelerde porositenin elastisite modülü üzerindeki etkisi metallere nazaran daha az olduğu Şekil 5.23'ten anlaşılmaktadır. Bu sonucu destekleyen literatürde çalışmalar (Kovacik, 1999; Hardin, 2007) bulunmaktadır. FDM tamamen seramik malzemedan oluşurken, yani $n = 0$ değerinde, porosite doğal frekansları az düşürürken, $n = 10$ değerinde, yani FDM metal ağırlıklı olunca, porosite doğal frekanslarını düşürmekte daha etkili olmaktadır.



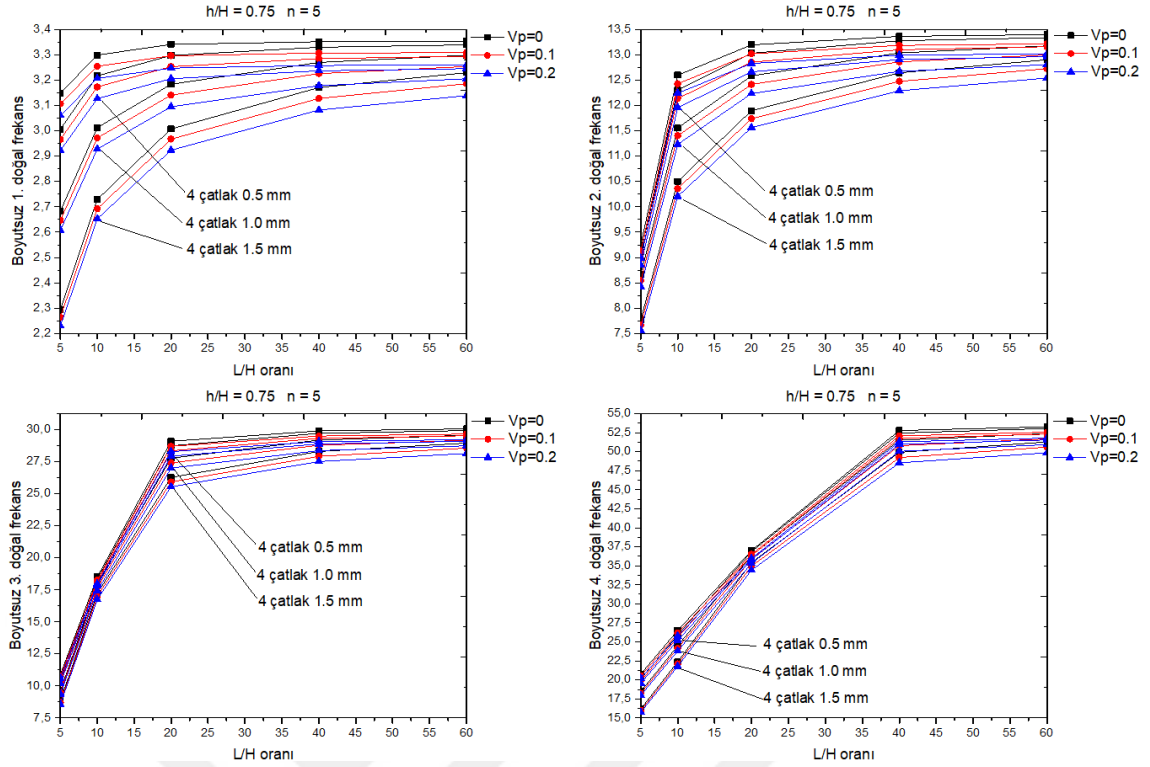
Şekil 5.23. Basit mesnetli kirişte $h/H = 0.25$ ve $L/H = 0.75$ oranı için farklı V_p porosite oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi

Polinom derecesinin $L/H = 5$, $h/H = 0.75$ oranları için ve farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı porosite hacim oranlarında (V_p) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemek açısından ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.24'ten görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü görülmektedir. Şekil 5.24'ten yine görüleceği üzere porosite hacim oranının artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinde düşüşler yaşanmaktadır. Çatlak derinliğinin artması da boyutsuz doğal frekansları düşürmektedir ve frekans değerlerini düşürmekte porosite hacim oranının artmasından daha etkili olduğu anlaşılmaktadır. Şekil 5.24 incelenirken ilgi çekici bir sonuç ortaya çıkmaktadır. Seramik malzemelerde porositenin elastisite modülü üzerindeki etkisi metallere nazaran daha az olduğu Şekil 5.24'den anlaşılmaktadır. Bu sonucu destekleyen literatürde çalışmalar (Kovacik, 1999; Hardin, 2007) bulunmaktadır. FDM tamamen seramik malzemeden oluşurken, yani $n = 0$ değerinde, porosite doğal frekansları az düşürürken, $n = 10$ değerinde, yani FDM metal ağırlıklı olunca, porosite doğal frekanslarını düşürmekte daha etkili olmaktadır.



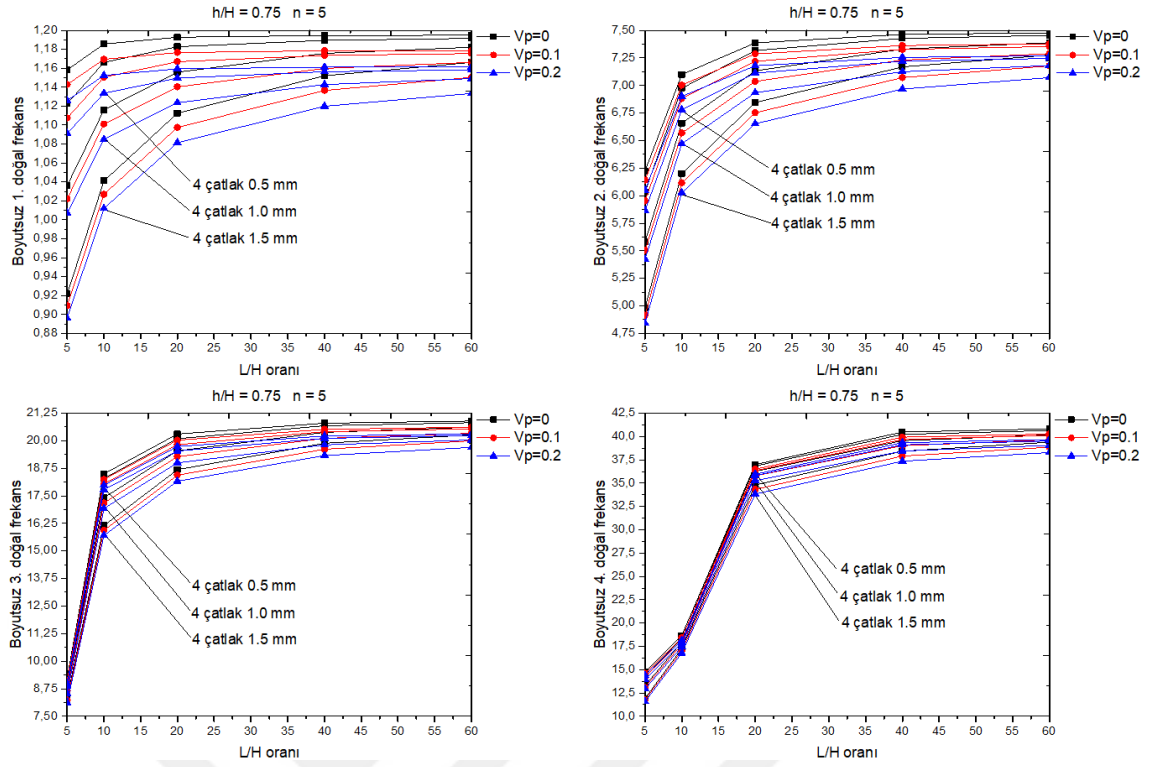
Şekil 5.24. Ankastre kirişte $h/H = 0.25$ ve $L/H = 0.75$ oranı için farklı V_p porosite oranlarında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin polinom derecesi n ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.75$, $n = 5$ polinom derecesinde ve farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı porosite hacim oranlarında (V_p) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.25'ten görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir. Şekil 5.25'ten yine görüleceği üzere boyutsuz doğal frekans değerleri porosite hacim oranı V_p arttıkça düşmektedir. Ancak ilk iki boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 10$ oranından sonra porositenin artmasıyla düşerken, üçüncü ve dördüncü boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranından sonra düşmektedir. Çatlak derinliğinin artması da boyutsuz doğal frekansları düşürmektedir ve frekans değerlerini düşürmekte porositenin artmasından daha etkilidir. Ancak ilk iki boyutsuz doğal frekans değerleri çatlak derinliğinin artmasından çok etkilenirken, üçüncü ve dördüncü boyutsuz doğal frekans değerleri çatlak derinliğinin artmasından fazla etkilenmemektedir.



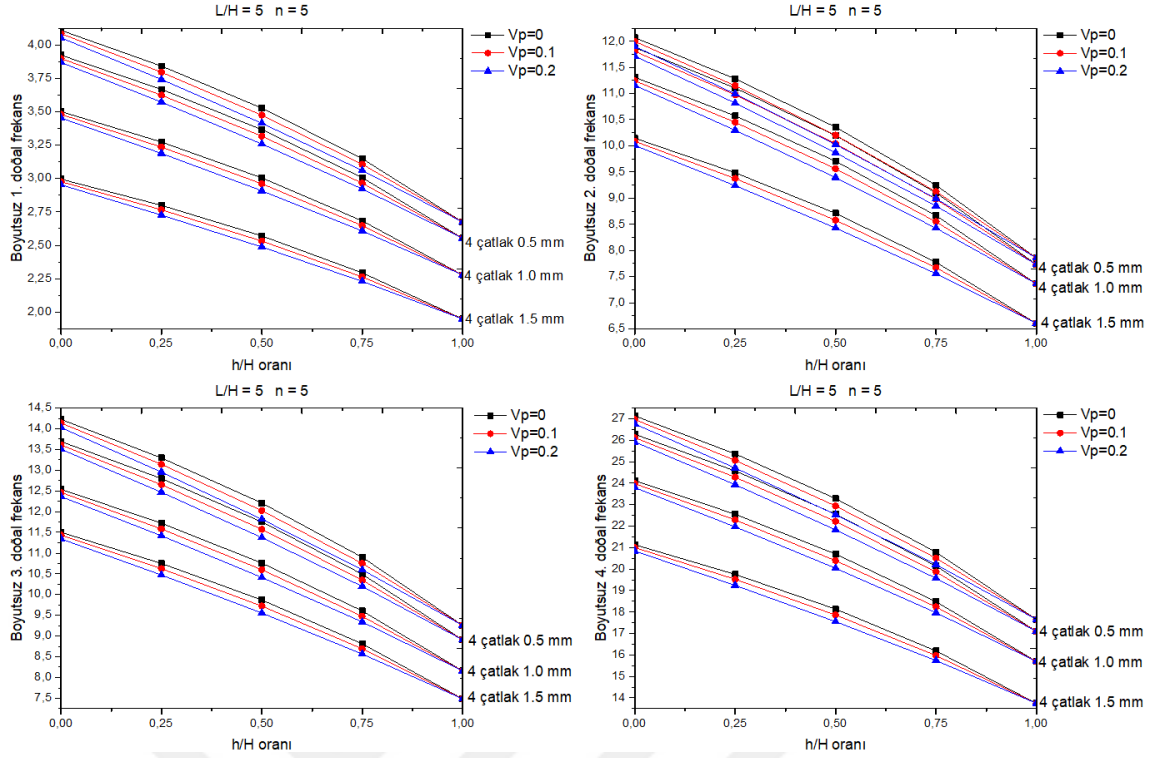
Şekil 5.25. Basit mesnetli kirişte $n = 2$ polinom derecesi ve $h/H = 0,75$ oranında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narinlik oranı L/H ile değişimi

L/H narinlik oranının $h/H = 0.75$, $n = 5$ polinom derecesinde ve farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı porosite hacim oranlarında (V_p) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.26'dan görüleceği gibi boyutsuz doğal frekans değerleri narinlik oranı L/H arttıkça yükselmektedir. Ancak ilk üç boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranına, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri hemen hemen yatay seyretmektedir. Şekil 5.26'dan yine görüleceği üzere boyutsuz doğal frekans değerleri porosite hacim oranı V_p arttıkça düşmektedir. Ancak ilk iki boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 10$ oranından sonra porositenin artmasıyla düşerken, üçüncü ve dördüncü boyutsuz doğal frekans değerleri $L/H = 20$ oranından sonra düşmektedir. Çatlak derinliğinin artması da boyutsuz doğal frekansları düşürmektedir ve frekans değerlerini düşürmekte porositenin artmasından daha etkilidir. Ancak ilk iki boyutsuz doğal frekans değerleri çatlak derinliğinin artmasından çok etkilenirken, üçüncü ve dördüncü boyutsuz doğal frekans değerleri çatlak derinliğinin artmasından fazla etkilenmediği görülmüştür.



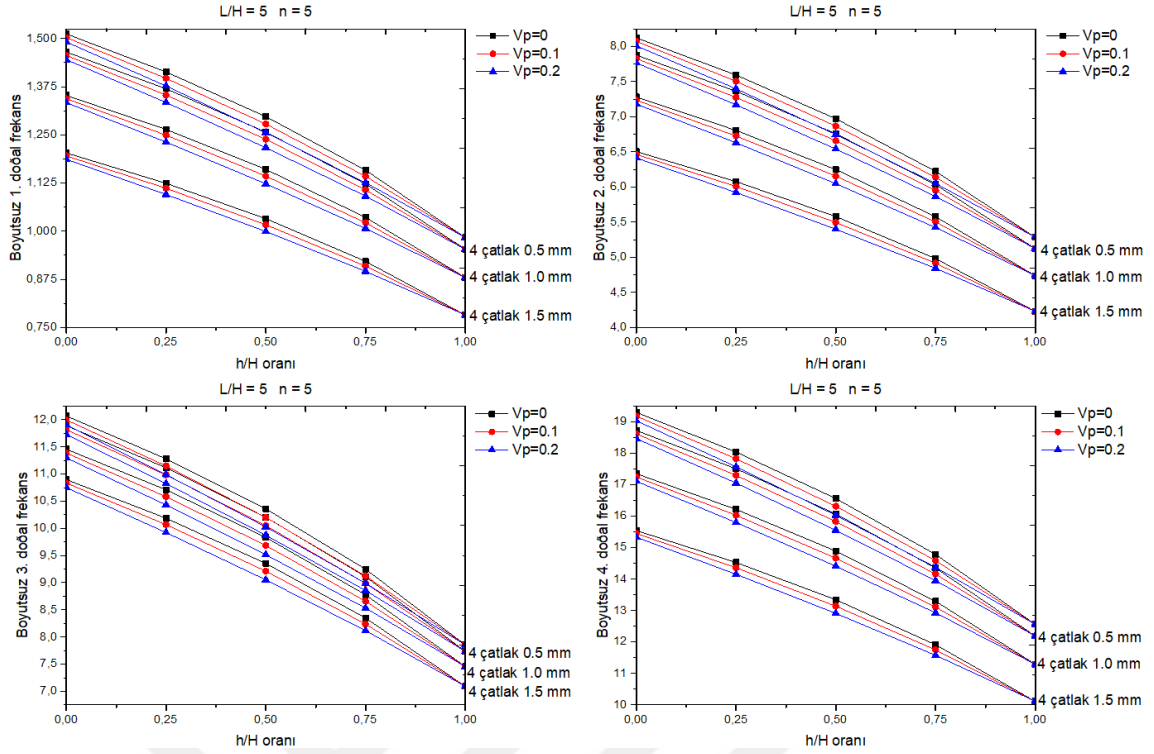
Şekil 5.26. Ankastre kirişte $n = 2$ polinom derecesi ve $h/H = 0,75$ oranında ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin narınlık oranı L/H ile değişimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 5$, $n = 5$ polinom derecesinde ve farklı porosite hacim oranlarında boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.27’den görüleceği gibi h/H oranı yükseldikçe doğal frekans değerleri düşmektedir. Şekil 5.27’den görüleceği üzere h/H oranına bağlı olarak porositenin doğal frekansları düşürdüğü görülmektedir. Kiriş tamamen FDM’den oluşurken, yani $h/H = 0$ oranında porositenin etkisi kısıtlı olduğu görülmektedir. Alüminyum çekirdek tabaka eklenince porositenin etkisi artmaktadır. $h/H = 1$ oranında ise kiriş tamamen homojen izotrop çekirdek tabakasından ibaret olup porositeden bağımsız olmaktadır, çünkü porosite sadece FDM’ye etkilemektedir. Çatlak derinliğinin artmasında yaşanan doğal frekans değerlerindeki düşüş, porosite hacim oranlarının artmasındaki doğal frekansları düşürmeden daha etkili olduğu görülmüştür.



Şekil 5.27. Basit mesnetli kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğaı frekans değeriinin h/H oranları ile değışimi

Çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının $L/H = 5$, $n = 5$ polinom derecesinde ve farklı porosite hacim oranlarında boyutsuz doğaı frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.28’den görüleceğı gibi h/H oranı yükseldikçe doğaı frekans değeri düşmektedir. Şekil 5.28’den görüleceğı üzere h/H oranına bağılı olarak porositenin doğaı frekansları düşürdüğü görülmektedir. Kiriş tamamen FDM’den oluşurken, yani $h/H = 0$ oranında porositenin etkisi kısıtlı olduğı görülmektedir. Alüminyum çekirdek tabaka eklenince porositenin etkisi artmaktadır. $h/H = 1$ oranında ise kiriş tamamen homojen izotrop çekirdek tabakasından ibaret olup porositeden bağımsız olmaktadır, çünkü porosite sadece FDM’ye etkilemektedir. Çatlak derinliğinin artmasında yaşanan doğaı frekans değeriindeki düşüş, porosite hacim oranlarının artmasındaki doğaı frekansları düşürmeden daha etkili olduğı görülmüştür.



Şekil 5.28. Ankastre kirişte $L/H = 20$ oranı için farklı polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin h/H oranları ile değişimi

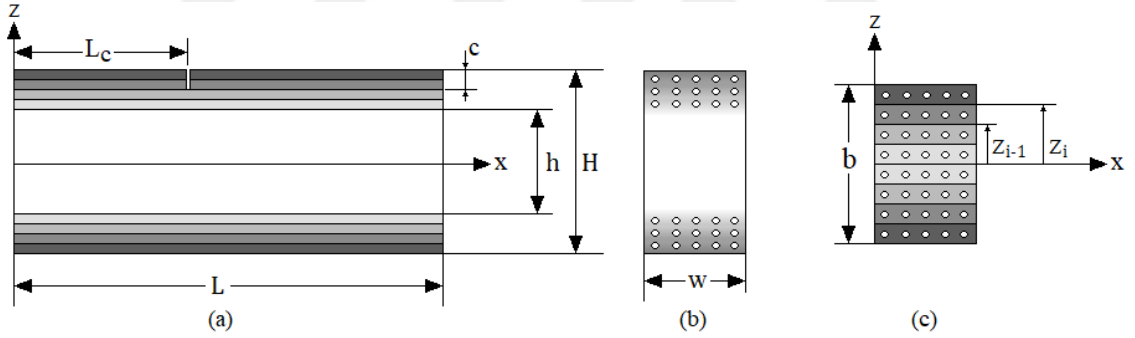
5.5. Hasarlı ve Gözenekli FDM ile Kaplı Alüminyum Kirişin Modal Analizi

Bu çalışmada çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri porositeli ve çatlaklı FDM ile kaplı simetrik yapıda basit mesnetli ve ankastre sandviç bir kirişin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Çalışmada FDM'nin mekanik özelliklerinden olan elastisite modülü ve yoğunluğu kirişin tabaka kalınlığı boyunca bir polinom fonksiyonla değiştiği farz edilmiştir. FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için kaplama kalınlığı 25 tabakalı ve her bir tabaka kendi içinde homojen izotrop olarak modellenmiştir. Bu yapılara ait efektif yoğunluk ve efektif elastisite modülü tabakalı kompozit kiriş teorisi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmada birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. Kirişin üretimi esnasında oluşabilen kusurlar FDM kaplamanın içindeki oluşabilen boşluklar (porosite) olarak değerlendirilmiştir. Kirişlerin kullanım esnasında hasar görmeleri muhtemel bir durumdur. Bu çalışmada tek çatlaklı hasar durumu incelenmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılmıştır. Çalışmada FDM'nin mekanik özelliklerini belirleyen polinom parametresinin (n), porosite hacim oranının (V_p), çatlak konumunun (L_c) ve

çatlak derinliğinin (c) doğal frekansların üzerindeki etkisi incelenmiştir. İncelenen parametrelerin kirişin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Kirişin yapısı

Kirişin çekirdek tabakası alüminyum ve yüzeyleri FDM ile kaplı simetrik yapıdadır. Kaplama tabakası olan FDM'yi gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için alt ve üst kaplama yüzeyleri 25'er tabaka olarak modellenmiş olup Şekil 5.29'da gösterilmiştir. Şeklin (a) bölümünde H kirişin yüksekliğini, h çekirdek tabakasının yüksekliğini, L kirişin uzunluğunu, L_c çatlak konumunu ve c çatlağın derinliğini temsil etmektedir. Şeklin (b) bölümünde gerçek bir porositeli FDM kirişin kesiti gösterilmiştir. Kiriş genişliği w olarak verilmiştir. Şeklin (c) bölümünde ise çekirdek tabakası olmaksızın sadece kaplama olan porositeli FDM'nin modellenmesi gösterilmiştir. Kaplama yüksekliği b ile temsil edilirken, z tarafsız eksenden tabakaların konumlarını belirleyen eksendir.



Şekil 5.29. FDM ile kaplı kirişin tabakalarla modellenmesi ve kesiti, gerçek FDM kirişin porositeli kesiti

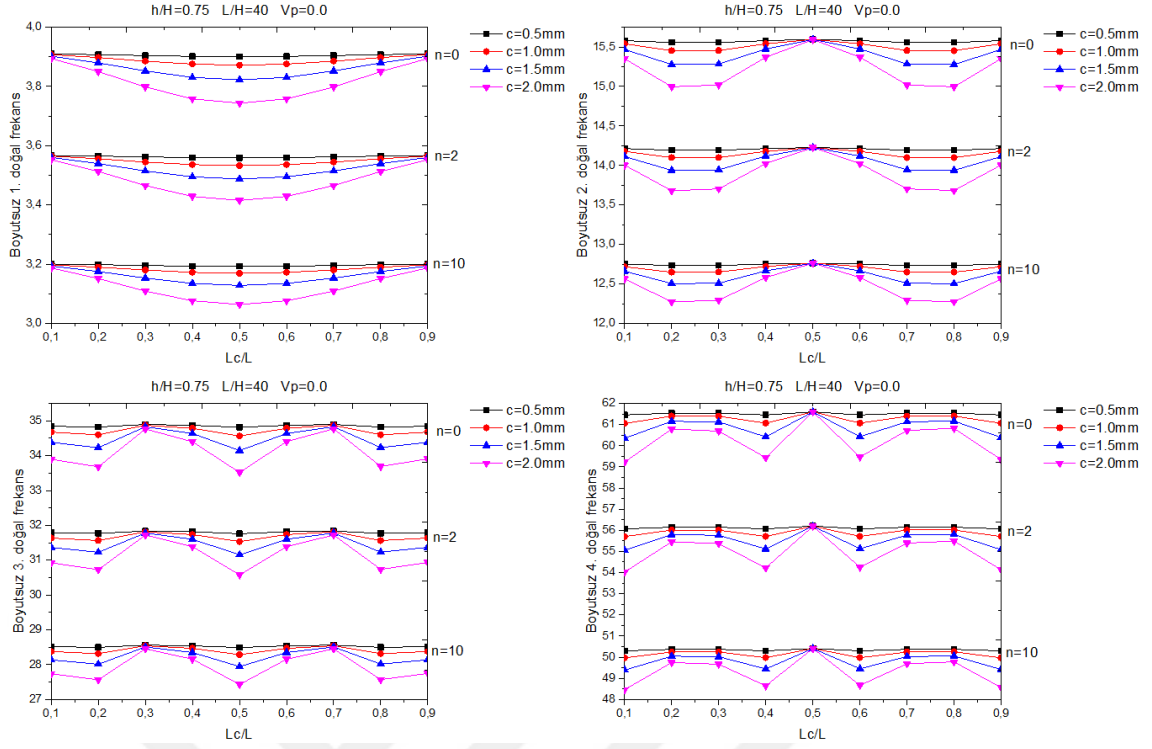
Problem Tanımlanması ve İrdelenmesi

Ele alınan basit mesnetli ve ankastre kirişler Şekil 5.1'te verilmiştir. Kirişin geometrik özellikleri Şekil 5.29'da verilmiştir. Kiriş çekirdek tabakası alüminyum ve yüzey kaplama tabakaları FDM'den yapılmış tarafsız eksene göre simetrik yapıdadır. Kirişe ait geometrik boyutlar, kiriş yüksekliği $H = 0.005$ m, uzunluk $L = 0.2$ m ve genişlik $w = 0.02$ m olarak belirlenmiştir. FDM kaplama kalınlığı sabit $h/H = 0.75$ olarak seçilmiştir. Analizlerde kiriş 100 sonlu elemana bölünmüş olup sonuçların yakınsaması sağlanmıştır. Çalışmada FDM'nin porosite hacim oranının (V_p), çatlak konumunun (L_c),

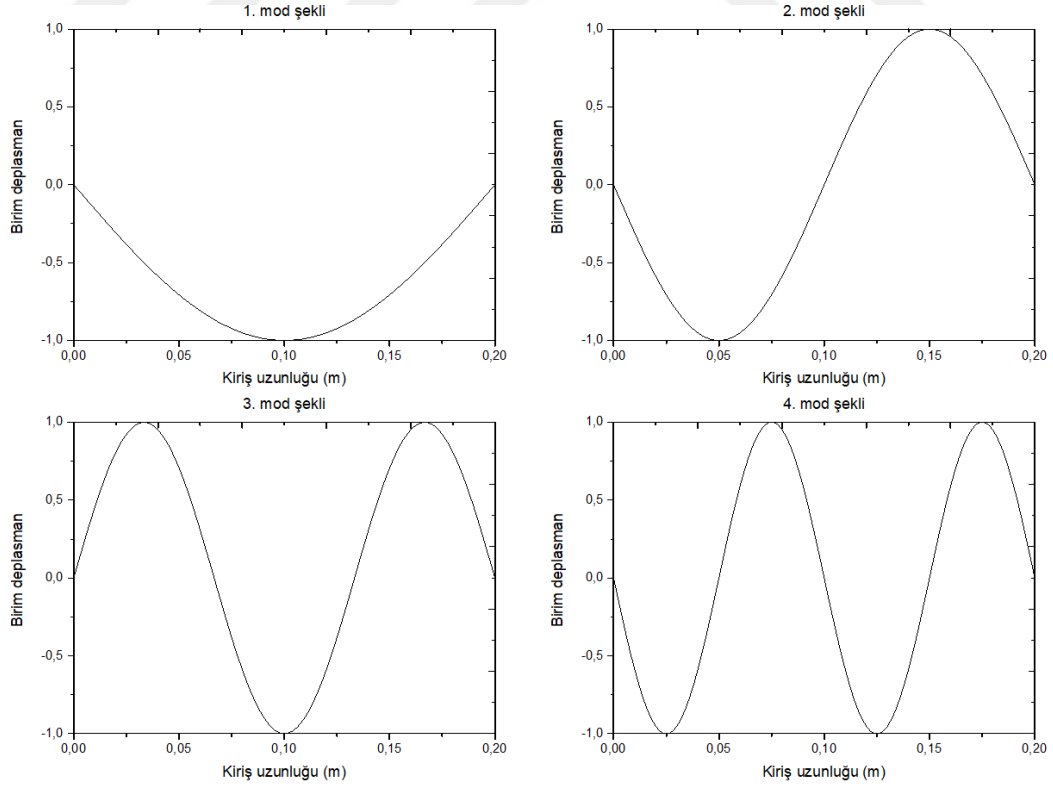
çatlak derinliğinin (c) ve polinom derecesinin (n) doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. FDM'deki porositinin etkisini görmek için $V_p = 0, 0.1, 0.2$ değerleri seçilmiştir. Çatlağın etkisini incelemek için çatlak konumu $L_c/L = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ ve çatlak derinliğinin ve $c = 0.5, 1.0, 1.5$ mm değerleri seçilmiştir. Polinom derecesinin (n) frekanslar üzerindeki etkisini görmek için $n = 0, 0.5, 1, 2, 5, 10$ değerleri seçilmiştir.

Bulgular ve tartışma

L_c/L çatlak konumunun sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $V_p = 0$ porosite hacim oranında, farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.30'dan görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü görülmektedir. Şekil 5.30'dan yine görüleceği üzere çatlak derinliğinin artmasıyla da boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Polinom derecesinin artması çatlak derinliğinin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.30'da çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğu görülmektedir. Bazı konumlarda çatlak derinliğinin etkisi yokken, bazı konumlarda büyük etkisi olmaktadır. Bu davranış Şekil 5.30 ve Şekil 5.31'i eş zamanlı bir incelenme ile açıklanabilir. Şekil 5.31'da kirişin tüm mod şekilleri için uzunluğu boyunca yaptığı deplasman gösterilmiştir ve kirişin titreşim yaparken aldığı şekli görülmektedir. Şekil 5.31'deki 1. mod şekli, Şekil 5.30'daki 1. doğal frekansa karşılık gelmektedir. Kiriş titreşim yaparken bazı konumlarda büyük eğilme momentlerine maruz kalırken, bazı konumlarda eğilme momenti sıfır veya sıfıra yakın olabilir. Basit mesnetli kirişlerde eğilme momentinin en yüksek olduğu konumlar kiriş titreşim yaparken en büyük deplasmanlar sergilediği bölgeler ile örtüşürken, eğilme momentin en düşük olduğu bölgeler de kirişin mesnetlendirildiği noktalar ve kirişin deplasmanının titreşim anında sıfır olduğu noktalar ile örtüşmektedir. Sadece 2. doğal frekans değerinden sonra mesnetlerde de yüksek eğilme momentleri oluşmaya başladığı gözlemlenmektedir.

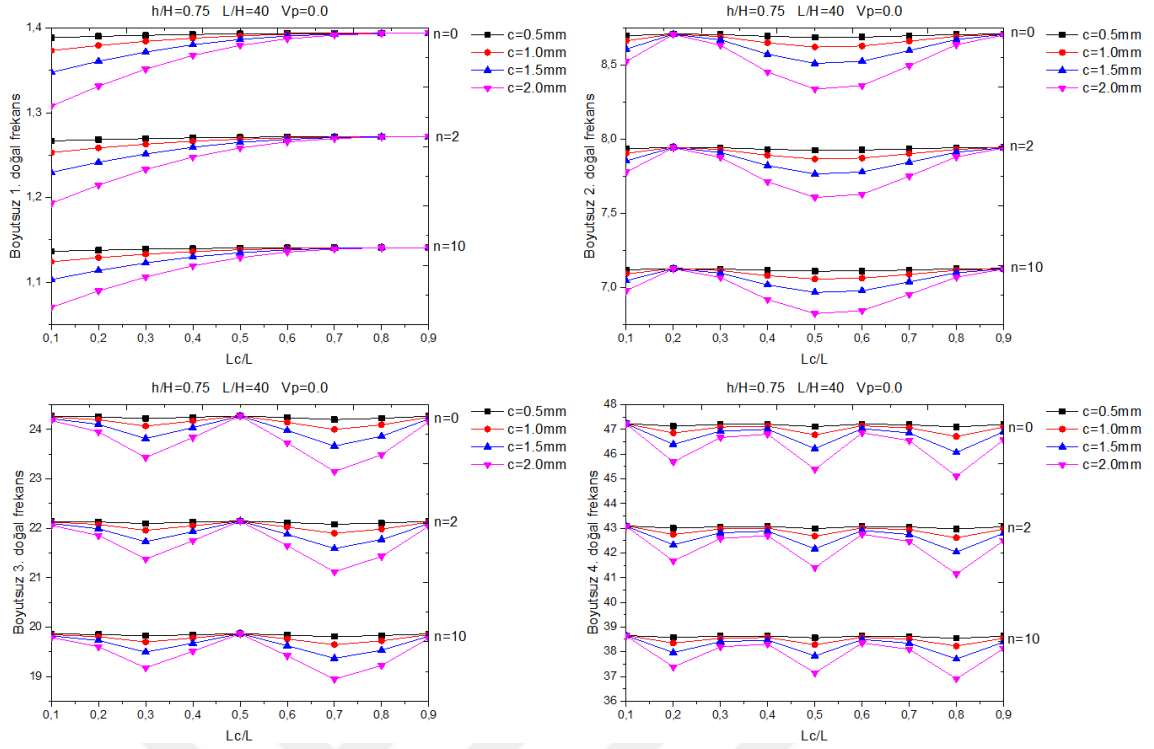


Şekil 5.30. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ ve $V_p = 0.0$ oranlarında farklı polinom derecelerinde ve çatlak derinliklerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi

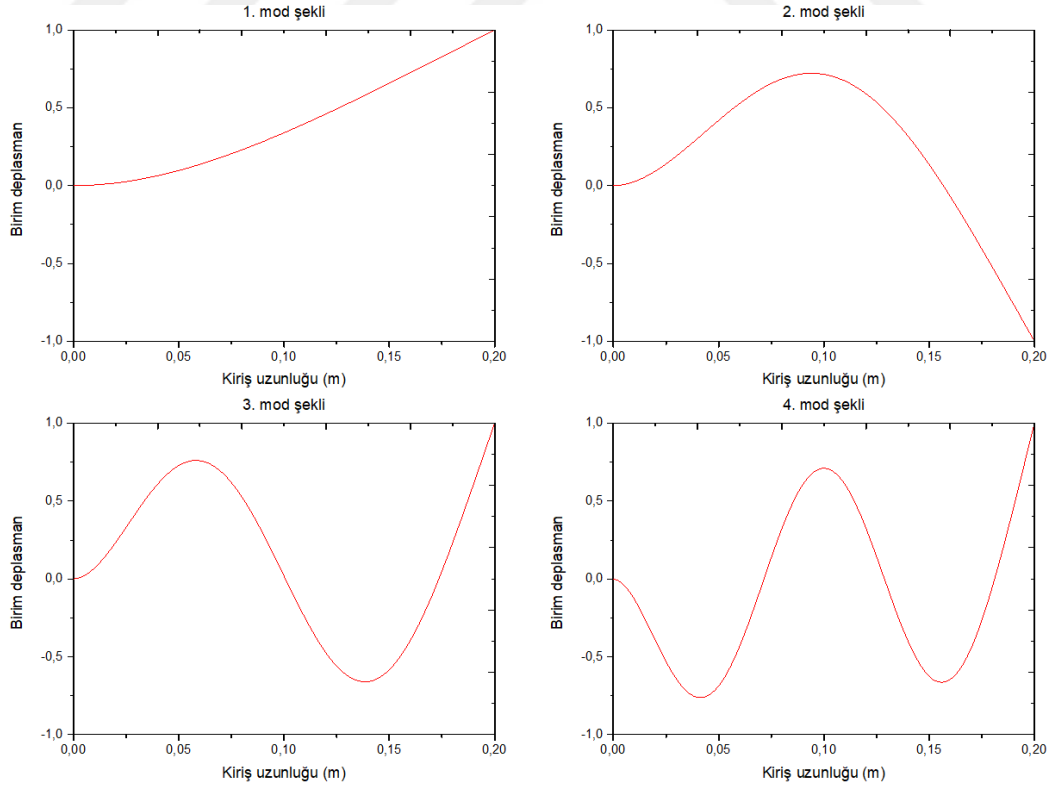


Şekil 5.31. Basit mesnetli kirişin ilk dört mod şekli

L_c/L çatlak konumunun sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $V_p = 0$ porosite hacim oranında, farklı çatlak derinliklerinde (c) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.32'den görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 5.32'den yine görüleceği üzere çatlak derinliğinin artmasıyla da boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Polinom derecesinin artması çatlak derinliğinin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.32'de çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğu görülmektedir. Bazı konumlarda çatlak derinliğinin etkisi yokken, bazı konumlarda büyük etkisi olmaktadır. Bu davranış Şekil 5.32 ve Şekil 5.33'ü eş zamanlı bir incelenme ile açıklanabilir. Şekil 5.33'te kirişin tüm mod şekilleri için uzunluğu boyunca yaptığı deplasman gösterilmiştir ve kirişin titreşim yaparken aldığı şekli görülmektedir. Şekil 5.33'teki 1. mod şekli, Şekil 5.32'deki 1. doğal frekansa karşılık gelmektedir. Kiriş titreşim yaparken bazı konumlarda büyük eğilme momentlerine maruz kalırken, bazı konumlarda eğilme momenti sıfır veya sıfıra yakın olabilmektedir. Ankastre kirişlerde eğilme momentinin en yüksek olduğu konumlar kirişin mesnetlendirildiği uç ve kirişin titreşim anındaki eğimi sıfır olan dönüm noktaları ile örtüşürken, eğilme momentinin en düşük olduğu bölgeler de kirişin serbest ucu ve kirişin deplasmanının titreşim anında sıfır olduğu noktalar ile örtüşmektedir. Sadece 2. doğal frekans değerinden sonra mesnetteki eğilme momenti kirişteki diğer momentlerin yanında düşük kaldığı gözlemlenmiştir.

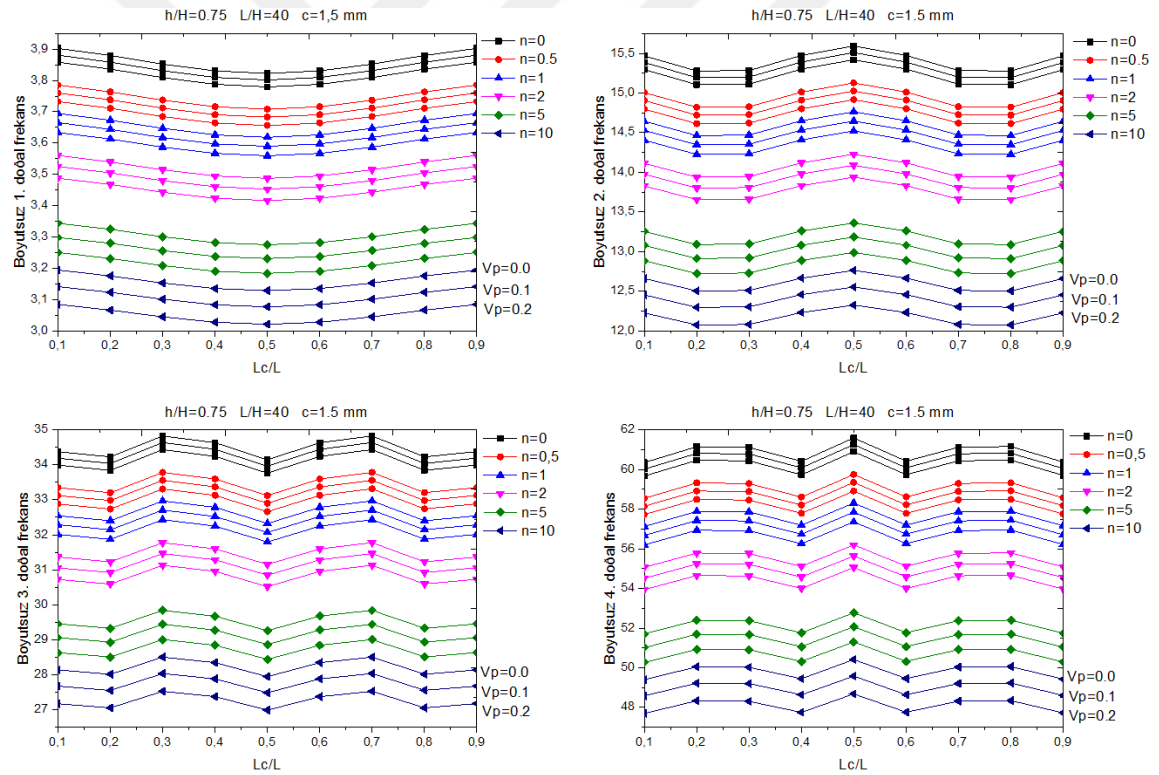


Şekil 5.32. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ ve $V_p = 0.0$ oranlarında farklı polinom derecelerinde ve çatlak derinliklerinde ilk dört boyutsuz doğa frekans değeri için çatlak konumu L_c/L ile değışimi



Şekil 5.33. Ankastre kirişin ilk dört mod şekli

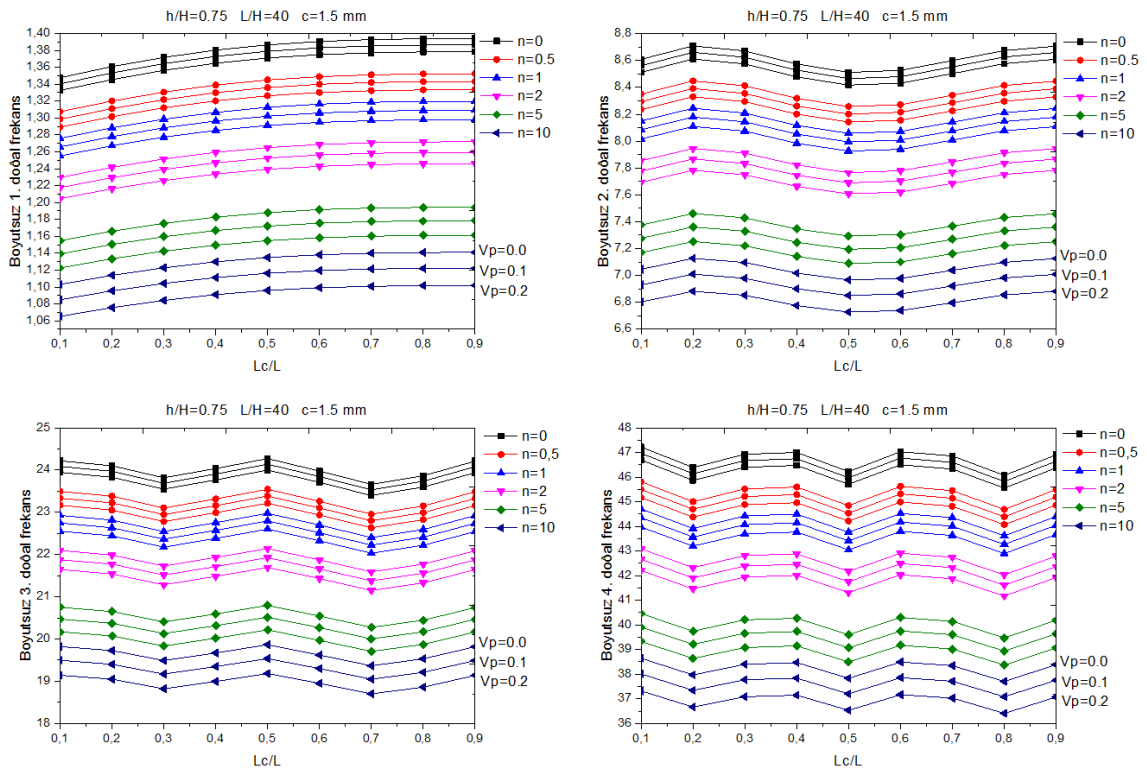
L_c/L çatlak konumunun sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde, farklı porosite hacim oranlarında (V_p) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.34'ten görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 5.34'ten yine görüleceği üzere porosite hacim oranının artmasıyla da boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Polinom derecesinin artması porositenin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.34'te çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğunu görülmektedir. Şekil 5.32'nin anlatımında geniş bir şekilde izah edilmişti ve orada açıklandığı gibi çatlak konumu eğilme momentinin yüksek olduğu konumlarla örtüşünce çatlak etkisi büyük olmaktadır. Aynı açıklama bu defa Şekil 5.34 ve 5.31'i karşılaştırarak geçerliliğini korumaktadır.



Şekil 5.34. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi

L_c/L çatlak konumunun sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde, farklı porosite hacim oranlarında (V_p) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için

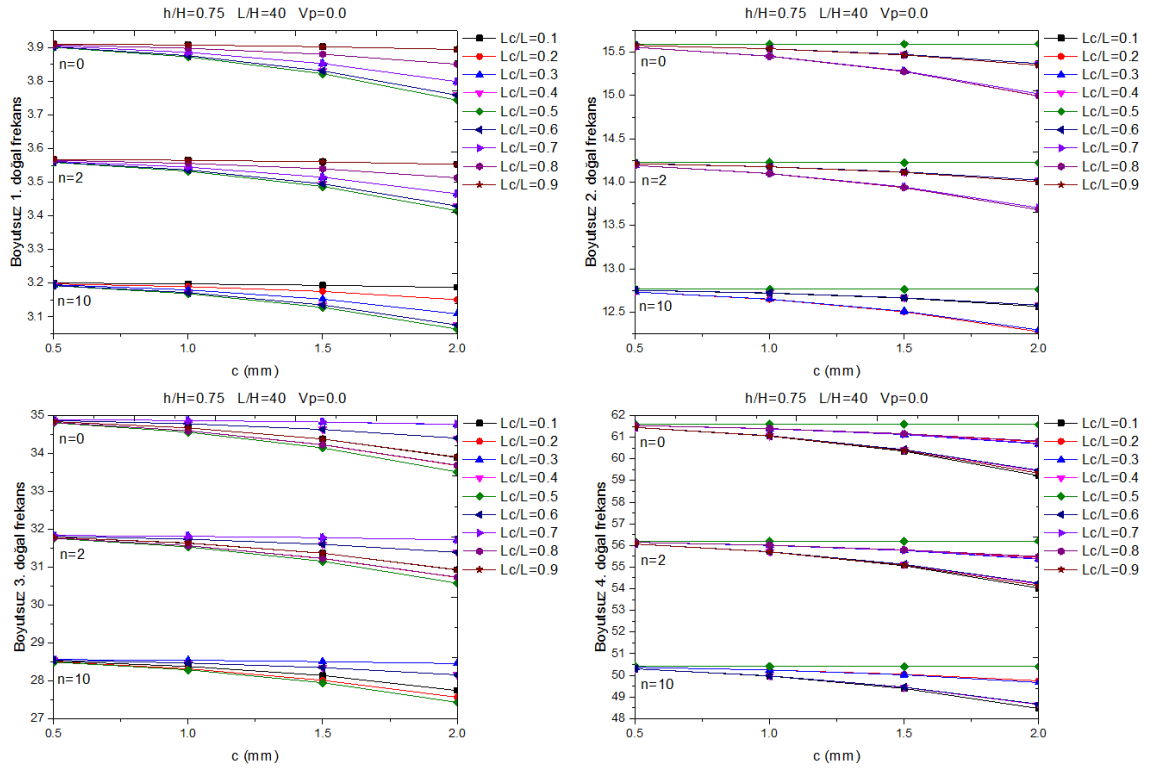
analizler yapılmıştır. Şekil 5.35'ten görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 5.35'ten yine görüleceği üzere porosite hacim oranının artmasıyla da boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Polinom derecesinin artması porositenin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.35'te çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğunu görülmektedir. Şekil 5.32'nin anlatımında geniş bir şekilde izah edilmişti ve orada açıklandığı gibi çatlak konumu eğilme momentinin yüksek olduğu konumlarla örtüşünce çatlak etkisi büyük olmaktadır. Aynı açıklama bu defa Şekil 5.35 ve 5.33'ü karşılaştırarak geçerliliğini korumaktadır.



Şekil 5.35. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $c = 1.5$ mm çatlak derinliğinde farklı porosite hacim oranlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak konumu L_c/L ile değişimi

c çatlak derinliğinin sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $V_p = 0$ porosite hacim oranında, farklı çatlak konumlarında (L_c/L) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından basit mesnetli kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.36'dan görüleceği üzere değerlerinin çatlak derinliğinin artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 5.36'dan yine görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir.

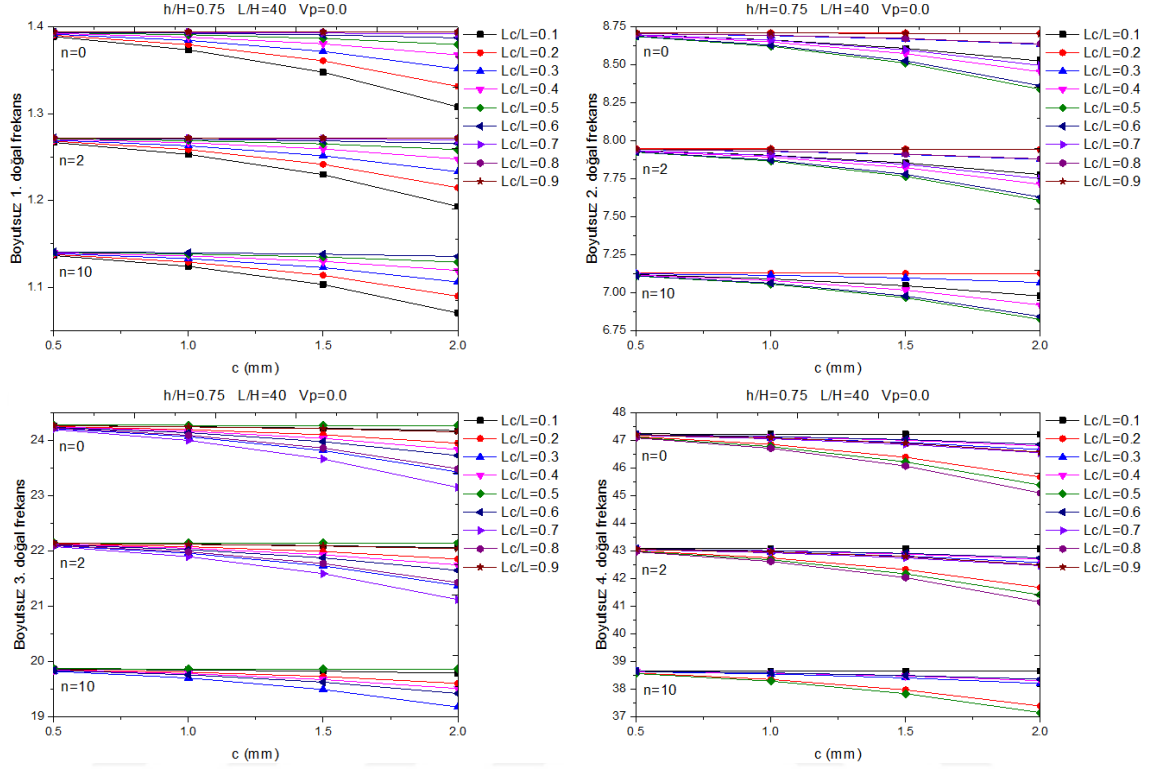
Polinom derecesinin artması çatlak derinliğinin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.36’da çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğunu görmekteyiz. Şekil 5.30’un anlatımında geniş bir şekilde izah edilmişti ve orada açıklandığı gibi çatlak konumu eğilme momentinin yüksek olduğu konumlarla örtüşünce çatlağın etkisi büyük olmaktadır. Aynı açıklama bu defa Şekil 5.36 ve 5.31’i karşılaştırarak geçerliliğini korumaktadır.



Şekil 5.36. Basit mesnetli kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $V_p = 0.0$ porosite hacim oranında farklı çatlak konumlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak derinliği ile değişimi

c çatlak derinliğinin sabit $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında, $V_p = 0$ porosite hacim oranında, farklı çatlak konumlarında (L_c/L) ve farklı polinom derecelerinde (n) boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek açısından ankastre kiriş için analizler yapılmıştır. Şekil 5.37’den görüleceği üzere değerlerinin çatlak derinliğinin artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 5.37’den yine görüleceği üzere polinom derecesi (n) artarken boyutsuz doğal frekanslar düşmektedir. Polinom derecesinin artması çatlak derinliğinin artmasından daha etkili olduğu da gözlemlenmektedir. Şekil 5.37’de çatlak konumunun çok önemli bir etken olduğu görülmüştür. Şekil 5.32’nin anlatımında geniş bir şekilde izah edilmişti ve orada

açıklandığı gibi çatlak konumu eğilme momentinin yüksek olduğu konumlarla örtüşünce çatlağın etkisi büyük olmaktadır. Aynı açıklama bu defa Şekil 5.37 ve 5.32'yi karşılaştırarak geçerliliğini korumaktadır.



Şekil 5.37. Ankastre kiriş için $h/H = 0.75$, $L/H = 40$ oranlarında ve $V_p = 0.0$ porosite hacim oranında farklı çatlak konumlarında ve polinom derecelerinde ilk dört boyutsuz doğal frekans değerlerinin çatlak derinliği ile değişimi

BÖLÜM VI

SONUÇLAR

Bu çalışmada çekirdek tabakası izotropik homojen alüminyum ve yüzeyleri porositel ve porositeli, çatlaksız ve çatlaklı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) ile kaplı simetrik bir kirişin serbest titreşim durumu incelenmiştir. FDM'nin seramik (Al_2O_3) ve alüminyumdan (Al) oluştuğu kabul edilmiştir. Malzeme özellikleri olan yoğunluk ve Young modülünün kalınlık boyunca eksponansiyel ve üstel bir (n) kuvvet parametrelili fonksiyonlarla tanımlanmıştır. FDM kaplamayı gerçeğe yakın bir şekilde temsil etmek için her bir kaplamanın kalınlığının 25 tabakadan oluştuğu ve her bir tabaka kendi içinde homojen izotrop olduğu kabul edilmiştir. FDM'ye ait efektif yoğunluk ve efektif elastisite modülü tabakalı kompozit teorisi kullanılarak belirlenmiştir. Daha sonra yapının elastisite ve yoğunluğu karışımlar kuralıyla belirlenmiştir. Çözümün hassasiyetini ve doğruluğunu arttırma amacıyla birinci mertebe kayma deformasyonu içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır. Yapıdaki çatlak kütesiz ve boyutsuz bir yay elamanı ile temsil edilmiştir. Kirişin doğal frekanslarının hesaplanması için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılıp frekans değerleri boyutsuzlaştırılarak bulunmuştur. Çalışmada kiriş narinlik (L/H) oranının, çekirdek tabaka kalınlığının kiriş yüksekliğine (h/H) oranının porosite hacim oranının (V_p), eksponansiyel fonksiyonun ve polinom derecesinin (n) çatlak konumunun (Lc/L) ve çatlak derinliğinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bulunan sonuçlar aşağıdaki gibi maddeler halinde özetlenebilir:

Mesnetlendirme;

- Ankastre kirişin boyutsuz doğal frekans değerleri basit mesnetlendirilmiş kirişin değerlerinden daha düşükken, grafiklerin seyirleri genellikle birbiriyle aynıdır.

Malzeme dağılımı;

- Eksponansiyel fonksiyon dağılımının sonuçlarının polinom fonksiyon dağılımının $n = 2$ değeri ile yaklaşık eşdeğer sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.
- Polinom derecesi n 'nin artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü görülmüştür.

Geometri;

- Kirişte L/H narinlik oranları arttıkça boyutsuz doğal frekans değerlerinin yükseldiği görülmüştür.
- İlk üç boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 20$ oranına kadar, dördüncü boyutsuz doğal frekans değeri $L/H = 40$ oranına kadar ciddi bir artış sergilerken bu oranlardan sonra boyutsuz doğal frekans değerleri neredeyse yatay seyretmektedir.

Kaplama kalınlığı ve malzeme dağılımı;

- Kirişte FDM tabaka kalınlığının artması, yani h/H oranının düşmesi, boyutsuz doğal frekans değerlerinin yükselmesine neden olmaktadır.
- $h/H = 1$ değerinde kiriş tamamen alüminyumdan oluşmaktadır ve FDM'yi etkileyen polinom derecesinden tamamen bağımsız olduğu görülmektedir.

Malzemedeki kusurlar, kaplama kalınlığı ve malzeme dağılımı;

- $h/H = 0$ oranında, yani kiriş tamamen FDM'den oluşurken, porositenin etkisi kısıtlı olduğu görülmektedir.
- Porositenin etkisi h/H oranına ve polinom derecesine bağlıdır. Düşük h/H oranlarında porosite boyutsuz doğal frekans değerlerini belirli bir polinom derecesine kadar arttırıp sonra azaltırken, yüksek h/H oranlarında porositenin her polinom derecesinde boyutsuz doğal frekans değerlerini düşürdüğü gözlemlenmiştir.
- Porositenin elastisite modülü (E) üzerindeki etkisi metallere nazaran seramiklerde daha az olmaktadır. Bu durum FDM malzemeler için de geçerlidir.

Malzemedeki kusurlar, hasarlar ve malzeme dağılımı

- Çatlak derinlikleri arttıkça, porosite hacim oranı yükseldikçe ve polinom derecesi n 'nin artmasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir.
- Polinom derecesinin artması çatlak derinliğini artmasından daha belirginken, çatlak derinliğinin artması da porositenin artmasından daha belirgindir.

Çatlak konumu;

- Çatlak konumu eğilme momentinin yüksek olduğu konumlarla örtüşünce çatlağın boyutsuz doğal frekansı düşürme etkisi büyük olmaktadır, aksi taktirde çatlağın etkisi kısıtlı kalmaktadır.
- Basit mesnetli kirişlerde eğilme momentinin yüksek olduğu konumlar kiriş titreşim yaparken büyük deplasmanlar sergilediği bölgeler ile örtüşürken, eğilme momentinin en düşük olduğu bölgeler de kirişin mesnetlendirildiği noktalar ve kirişin deplasmanının titreşim anında sıfır olduğu noktalar ile örtüşmektedir.
- Ankastre kirişlerde eğilme momentinin yüksek olduğu konumlar kirişin mesnetlendirildiği uç ve kirişin titreşim anındaki eğimi sıfır olan dönüm noktaları ile örtüşürken, eğilme momentin en düşük olduğu bölgeler de kirişin serbest ucu ve kirişin deplasmanının titreşim anında sıfır olduğu noktalar ile örtüşmektedir.
- 2. doğal frekans değerinden sonra basit mesnetli kirişlerde mesnetlere yakın eğilme momentleri oluşmaktadır ve ankastre kirişlerde kirişin uzunluğu boyunca oluşan eğilme momentlerin ankastre uçtaki eğilme momentinden daha büyük olduğu gözlemlenmektedir.

KAYNAKLAR

Akbaş, Ş.D., “Forced Vibration Analysis of functionally graded sandwich deep beams”, *Coupled System Mechanics* 8(3), 259-271, 2019.

Akbaş, Ş.D., “Post-Buckling Responses of Functionally Graded Beams with Porosities”, *Steel and Composite Structures* 24(5), 579-589, 2017.

Akbaş, Ş.D., "Free Vibration of Edge Cracked Functionally Graded Microscale Beams Based on the Modified Couple Stress Theory", *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 16(10), 1750033-1-1750033-23, 2016.

Akbaş, Ş.D., "Geometrically Nonlinear Static Analysis of Edge Cracked Timoshenko Beams Composed of Functionally Graded Material", *Mathematical Problems in Engineering* 2013, 871815, 2013.

Al Rjoub, Y.S. and Hamad, A.G., “Free Vibration of Functionally Euler-Bernoulli and Timoshenko Graded Porous Beams using the Transfer Matrix Method”, *KSCE Journal of Civil Engineering* 21(3), 792-806, 2016.

Aydın, K., "Free vibration of functionally graded beams with arbitrary number of surface cracks", *European Journal of Mechanics – A/Solids* 42, 112-124, 2013.

Aydogdu, M., “Semi-inverse method for vibration and buckling of axially functionally graded beams”, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 27(7), 683-691, 2008.

Bacciocchi, M., Luciano, R., Majorana, C., and Tarantino, A.M., “Free Vibrations of Sandwich Plates with Damaged Soft-Core and Non-Uniform Mechanical Properties: Modeling and Finite Element Analysis”, *Materials* 12, 2444, 2019.

Birman, V. and Byrd, L.W., “Vibrations of Damaged Cantilevered Beams Manufactured from Functionally Graded Materials”, *AIAA JOURNAL* 45(11), 2747-

2756, 2007.

Bouakkaz, K., Hadji, L., Zouatnia, N. and Adda Bedia, E.A., “An analytical method for free vibration analysis of functionally graded sandwich beams”, ***Wind and Structures*** 23(1), 59-73, 2016.

Byrd, L.W. and Birman, V., “Vibrations of Damaged Functionally Graded Cantilever Beams”, ***AIP Publishing*** 973, 364-370, 2008.

Çallıoğlu, H., Demir, E., Yılmaz, Y. and Sayer, M., Vibration analysis of functionally graded sandwich beam with variable cross-section”, ***Mathematical and Computational Applications*** 18(3), 351-360, 2013.

Carvalho, E.C., Gonçalves, P.B., Rega, G. and Del Prado, Z.J.G.N. “Nonlinear nonplanar vibration of a functionally graded box beam”, ***Meccanica*** 49, 1795–1819, 2014.

Cunedioglu, Y., "Free vibration analysis of edge cracked symmetric functionally graded sandwich beams", ***Structural Engineering and Mechanics*** 56(6), 1003-1020, 2015.

Daniel, I.M. and Ishai, O., Engineering mechanics of composite materials, 2nd ed., ***Oxford University Press***, New York, 2006.

Daikh, A.A. and Zenkour, A.M., “Free vibration and buckling of porous power-law and sigmoid functionally graded sandwich plates using a simple higher-order shear deformation theory”, ***Materials Research Express*** 6(11), 115707, 2019.

Demir, E., “Vibration and damping behaviors of symmetric layered functional graded sandwich beams”, ***Structural Engineering and Mechanics*** 62(6), 771-780, 2017.

Demir, E., Callioglu, H. and Sayer, M., “Free vibration of symmetric FG sandwich Timoshenko beam with simply supported edges”, ***Indian Journal of Engineering and Materials Sciences*** 20(6), 515-521, 2013.

Demirhan, P.A. and Taşkın, V., “Levy solution for bending analysis of functionally graded sandwich plates based on four variable plate theory”, **Composite Structures** 177, 80-95, 2017.

Driz, H., Benchohra, M., Bakora, A., Benachour, A., Tounsi, A. and Adda Bedia, El Abbas., “A new and simple HSDT for isotropic and functionally graded sandwich plates“, **Steel and Composite Structures** 26(4), 387-405, 2018.

Eltaher, M.A., Alshorbagy, A.E. and Mahmoud, F.F., “Determination of neutral axis position and its effect on natural frequencies of functionally graded macro/nanobeams”, **Composite Structures** 99, 193-201, 2013.

Fard, K.M. (2013), “Higher order free vibration of sandwich curved beams with a functionally graded core”, **Structural Engineering and Mechanics** 49(5), 537-554, 2014.

Ferezqi, H. Z., M. Tahani and H. E. Toussi, "Analytical Approach to Free Vibrations of Cracked Timoshenko Beams Made of Functionally Graded Materials", **Mechanics of Advanced Materials and Structures** 17(5), 353-365, 2010.

Gibson, R.F., Principles of Composite Materials, 3rd ed., **CRC Press**, Boca Raton, 2012.

Gupta, A. and Talha, M., “Influence of Porosity on the Flexural and Free Vibration Responses of Functionally Graded Plates in Thermal Environment”, **International Journal of Structural Stability and Dynamics** 18(1), 1850013, 2018.

Hardin, R. and Beckermann, C., “Effect of Porosity on the Stiffness of Cast Steel”, **Metallurgical and Materials Transactions A**. 38(12), 2992-3006, 2007.

Hofman, G.E., Eindige Elementen Methode Deel 2, **Nijgh & Van Ditmar**, Rijswijk, 1996.

Hosseini-Hashemi, Sh., Salehipour, H. and Atashipour, S.R., “Exact three-dimensional free vibration analysis of thick homogeneous plates coated by a functionally graded

layer”, *Acta Mechanica* 223, 2153-2166, 2012.

Kahya, V. and Turan, M., “Vibration and stability analysis of functionally graded sandwich beams by a multi-layer finite element”, *Composites Part B* 146, 198-212, 2018.

Kapur S., Bhattacharyya, M. and Kumar, A.N., “Bending and free vibration response of layered functionally graded beams: A theoretical model and its experimental validation”, *Composite Structures* 82, 390-402, 2008.

Ke, L., Wang, Y., Yang, J., Kitipornchai, S. and Alam, F., “Nonlinear vibration of edged cracked FGM beams using differential quadrature method” *Science China* 55(11), 2114–2121, 2012.

Ke, L.L., Yang, J., Kitipornchai, S. and Xiang, Y., “Flexural Vibration and Elastic Buckling of a Cracked Timoshenko Beam Made of Functionally Graded Materials”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 16(6), 488-502, 2009.

Kisa, M. and Brandon, J., “The effects of closure of cracks on the dynamics of a cracked cantilever beam”, *Journal of sound and vibration* 238(1), 1-18, 2000.

Kitipornchai, S., L. L. Ke, J. Yang and Y. Xiang, "Nonlinear vibration of edge cracked functionally graded Timoshenko beams", *Journal of Sound and Vibration* 324(3-5): 962-982, 2009.

Kovacik, J., “Correlation between Young’s modulus and Porosity in Porous Materials”, *Journal of Materials Science Letters* 18(13), 1007-1010, 1999.

Logan, D.L., A First Course in the Finite Element Method, 6th ed., *Cengage Learning*, Boston, 2015.

Li, X., Sun, J., Dong, J., He and X., “One-Dimensional and Two-Dimensional Analytical Solutions for Functionally Graded Beams with Different Moduli in Tension and Compression.” *Materials* 11(830), 2018.

Li, H., Zhu, X., Mei, Z., Qiu, J. and Zhang, Y., “Bending of Orthotropic Sandwich Plates with a Functionally Graded Core Subjected to Distributed Loadings”, **Acta Mechanica Sinica** 268(3), 292-301, 2013.

Liu, Y. and Shu, D.W., “Free vibration analysis of exponential functionally graded beams with a single delamination”, **Composites Part B-Engineering** 59, 166-172, 2014.

Mahmoud, M.A., “Natural frequency of axially functionally graded, tapered cantilever beams with tip masses”, **Engineering Structures** 187, 34-42, 2019.

Malik, P. and Kadoli, R., “Nonlinear bending and free vibration response of SUS316- Al_2O_3 functionally graded plasma sprayed beams: theoretical and experimental study”, **Journal of Vibration and control** 24(6), 1171–1184, 2016.

Matbully, M. S., O. Ragb and M. Nassar, "Natural frequencies of a functionally graded cracked beam using the differential quadrature method", **Applied Mathematics and Computation** 215(6), 2307-2316, 2009.

Mohcine, C., El Bekkaye, M and El Bikri, K., “Geometrically Non-Linear Free and Forced Vibration of Clamped-Clamped Functionally Graded Beam with Discontinuities”, **Procedia Engineering** 199, 1870–1875, 2017.

Mota, A.F. and Loja, M.A.R., “Mechanical Behavior of Porous Functionally Graded Nanocomposite Materials”, **Journal of Carbon Research** 5(2), 34, 2019.

Mu, L. and Zhao, G., “Fundamental Frequency Analysis of Sandwich Beams with Functionally Graded Face and Metallic Foam Core”, **Shock and Vibration** 2016(1), 3287645, 2016.

Nguyen, K., “Modal analysis of cracked continuous Timoshenko beam made of functionally graded material” **Mechanics Based Design of Structures and Machines** 48(4), 459-479, 2019.

Nguyen, V., Nguyen, T., Thai, H. and Vo, T.P., “A new inverse trigonometric shear deformation theory for isotropic and functionally graded sandwich plates”, **Composites: Part B** 66(2014), 233-246, 2014.

Panigrahi, B. and Pohit, G. “Nonlinear modelling and dynamic analysis of cracked Timoshenko functionally graded beams based on neutral surface approach”, **Proc. IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science** 0(0), 1–12, 2015.

Petyt, M., Introduction to Finite Element Vibration Analysis, 2nd ed., **Cambridge university Press**, New York, 2010.

Rajasekaran, S. and Khaniki, H.B., “Free vibration analysis of bi-directional functionally graded single/multi-cracked beams”, **International Journal of Mechanical Sciences** 144, 341–356, 2018.

Sayyad A.S. and Ghugal, Y.M., “A sinusoidal beam theory for functionally graded sandwich curved beams”, **Composite Structures** 226, 111246, 2019.

Shabani, S. and Cunedioğlu, Y., “Free vibration analysis of cracked functionally graded non-uniform beams”, **Materials Research Express** 7(1), 015707, 2020.

Shabani, S., Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli, değişken kesitli ve çatlaklı kirişlerin serbest titreşiminin incelenmesi, Doktora Tezi, **Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Niğde, s. 33-40, 2020.

Şimşek, M., “Fundamental Frequency Analysis of Functionally Graded Beams by using Different Higher-Order Beam Theories”, **Nuclear Engineering and Design** 240, 697-705, 2010.

Soltanpour, M., Ghadiri, M., Yazdi, A. and Safi, M., “Free transverse vibration analysis of size dependent Timoshenko FG cracked nanobeams resting on elastic medium”, **Microsystem Technologies** 23, 1813–1830, 2017.

Su, Z., Jin, G., Wang, Y. and Ye, X., “A general Fourier formulation for vibration

analysis of functionally graded sandwich beams with arbitrary boundary condition and resting on elastic foundations”, *Acta Mechanica* 227, 1493–1514, 2016.

Thai, H. and Vo, T.P., “Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories”, *International Journal of Mechanical Sciences* 62(1), 57-66, 2012.

Tossapanon, P. and Wattanasakulpong, N., “Flexural vibration analysis of functionally graded sandwich plates resting on elastic foundation with arbitrary boundary conditions: Chebyshev collocation technique”, *Journal of Sandwich Structures and Materials* 22(2), 156-189, 2017.

Van Lien, T., Duc, N.T. and Khiem, N.T., “Mode Shape Analysis of Multiple Cracked Functionally Graded Timoshenko Beams”, *Latin American Journal of Solids and Structures* 14, 1327-1344, 2017.

Van Lien, T., Duc and N.T., Khiem, N.T., “Free Vibration Analysis of Multiple Cracked Functionally Graded Timoshenko Beams”, *Latin American Journal of Solids and Structures* 14, 1752-1766, 2017.

Van Lien, T., Nguyen, K and Duc, N.T., “Free and forced vibration analysis of multiple cracked FGM continuous beams using dynamic stiffness method”, *Latin American Journal of Solids and Structures* 16(2), e157, 2019.

Wang, Z., Wang, X., Xu, G., Cheng, S. and Zeng, T., “Free vibration of two-directional functionally graded beams”, *Composite Structures* 135, 191–198, 2016.

Wattanasakulpong, N. and Chaikittiratana, A., "Flexural Vibration of Imperfect Functionally Graded Beams Based on Timoshenko Beam Theory: Chebyshev Collocation Method", *Meccanica* 50, 1331-1342, 2015.

Wattanasakulpong, N., Prusty, B.G., Kelly, D.W. and Hoffman, M., "Free vibration analysis of layered functionally graded beams with experimental validation", *Materials and Design* 36, 182–190, 2012.

Wei, D., Y. H. Liu and Z. H. Xiang, "An analytical method for free vibration analysis of functionally graded beams with edge cracks", *Journal of Sound and Vibration* 331(7), 1686-1700, 2012.

Yan, T., S. Kitipornchai, J. Yang and X. Q. He, "Dynamic behaviour of edge-cracked shear deformable functionally graded beams on an elastic foundation under a moving load", *Composite Structures* 93(11), 2992-3001, 2011.

Yan, T., Yang, J. and Kitipornchai, S., "Nonlinear dynamic response of an edge-cracked functionally graded Timoshenko beam under parametric excitation", *Nonlinear Dynamics* 67, 527–540, 2012.

Yang, J. and Chen, Y., "Free vibration and buckling analyses of functionally graded beams with edge cracks", *Composite Structures* 83(1), 48-60, 2007.

Yang, E.C., Zhao, X. and Li, Y.H., "Free Vibration Analysis for Cracked FGM Beams by Means of a Continuous Beam Model", *Shock and Vibration* 2015, 197049, 2015.

Yilmaz, Y. and Evran, S., "Free vibration analysis of axially layered functionally graded short beams using experimental and finite element methods", *Science and Engineering of Composite Materials* 23(4), 453-460, 2016.

Zhang, Y., Jin, G., Chen, M., Ye, T., Yang, C. and Yin, Y., "Free vibration and damping analysis of porous functionally graded sandwich plates with a viscoelastic core", *Composite Structures*, 224, 112298, 2020.

Zhang, D., Zhou, Y., "A theoretical analysis of FGM thin plates based on physical neutral surface", *Computational Materials Science* 44, 716-720, 2008.

Zhao, J., Choe, K., Xie, F., Wang, A., Shuai, C. and Wang, Q., "Three-dimensional exact solution for vibration analysis of thick functionally graded porous (FGP) rectangular plates with arbitrary boundary conditions", *Composites Part B* 155, 369-381, 2018.

EKLER

Ek-A $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve çatlaksız basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	5.15	4.96	4.81	4.56	4.11	3.75	5.40	5.20	5.03	4.78	4.31	3.93
$\omega_1 \quad .1$	5.22	5.02	4.85	4.58	4.08	3.68	5.47	5.26	5.08	4.80	4.28	3.85
$\omega_1 \quad .2$	5.30	5.09	4.91	4.61	4.05	3.58	5.56	5.33	5.14	4.83	4.25	3.75
$\omega_2 \quad 0$	15.13	14.58	14.11	13.39	12.07	11.02	20.61	19.85	19.22	18.24	16.44	15.01
$\omega_2 \quad .1$	15.33	14.74	14.25	13.46	12.00	10.80	20.88	20.08	19.41	18.33	16.34	14.71
$\omega_2 \quad .2$	15.58	14.95	14.41	13.55	11.90	10.51	21.21	20.36	19.63	18.45	16.21	14.32
$\omega_3 \quad 0$	17.83	17.18	16.63	15.78	14.22	12.99	30.26	29.15	28.23	26.78	24.14	22.05
$\omega_3 \quad .1$	18.07	17.38	16.79	15.86	14.14	12.73	30.67	29.49	28.50	26.92	23.99	21.61
$\omega_3 \quad .2$	18.36	17.61	16.98	15.97	14.03	12.39	31.15	29.89	28.83	27.10	23.81	21.02
$\omega_4 \quad 0$	34.00	32.76	31.72	30.09	27.13	24.78	43.37	41.78	40.46	38.38	34.60	31.60
$\omega_4 \quad .1$	34.46	33.14	32.03	30.25	26.96	24.28	43.96	42.26	40.85	38.59	34.39	30.97
$\omega_4 \quad .2$	35.01	33.60	32.39	30.45	26.75	23.63	44.65	42.85	41.31	38.84	34.12	30.13

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.79	4.61	4.47	4.24	3.84	3.54	5.02	4.83	4.68	4.44	4.02	3.70
$\omega_1 \quad .1$	4.82	4.63	4.48	4.23	3.80	3.46	5.05	4.85	4.69	4.43	3.98	3.62
$\omega_1 \quad .2$	4.86	4.66	4.49	4.23	3.74	3.36	5.09	4.88	4.70	4.43	3.92	3.51
$\omega_2 \quad 0$	14.07	13.54	13.12	12.45	11.28	10.39	19.16	18.45	17.86	16.96	15.37	14.15
$\omega_2 \quad .1$	14.16	13.61	13.15	12.43	11.15	10.15	19.29	18.53	17.91	16.93	15.19	13.82
$\omega_2 \quad .2$	14.27	13.68	13.19	12.41	10.99	9.85	19.44	18.63	17.96	16.90	14.97	13.42
$\omega_3 \quad 0$	16.58	15.96	15.46	14.68	13.30	12.24	28.13	27.09	26.23	24.91	22.56	20.77
$\omega_3 \quad .1$	16.69	16.04	15.49	14.65	13.14	11.96	28.33	27.21	26.30	24.87	22.30	20.30
$\omega_3 \quad .2$	16.82	16.12	15.54	14.62	12.95	11.61	28.55	27.36	26.37	24.82	21.98	19.71
$\omega_4 \quad 0$	31.62	30.44	29.48	27.99	25.36	23.35	40.32	38.82	37.59	35.70	32.34	29.77
$\omega_4 \quad .1$	31.83	30.58	29.55	27.94	25.06	22.81	40.60	39.00	37.69	35.64	31.96	29.09
$\omega_4 \quad .2$	32.08	30.75	29.64	27.89	24.70	22.15	40.91	39.21	37.80	35.57	31.50	28.25

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.32	4.16	4.04	3.85	3.53	3.29	4.53	4.36	4.23	4.03	3.69	3.45
$\omega_1 \quad .1$	4.32	4.16	4.02	3.82	3.47	3.22	4.53	4.35	4.21	4.00	3.64	3.37
$\omega_1 \quad .2$	4.32	4.15	4.01	3.79	3.41	3.13	4.53	4.34	4.20	3.97	3.58	3.28
$\omega_2 \quad 0$	12.69	12.23	11.86	11.31	10.36	9.66	17.28	16.66	16.16	15.40	14.11	13.16
$\omega_2 \quad .1$	12.69	12.21	11.82	11.22	10.20	9.45	17.28	16.62	16.09	15.28	13.90	12.87
$\omega_2 \quad .2$	12.69	12.18	11.76	11.13	10.02	9.20	17.28	16.59	16.02	15.16	13.65	12.52
$\omega_3 \quad 0$	14.95	14.41	13.98	13.32	12.21	11.39	25.38	24.46	23.73	22.61	20.72	19.33
$\omega_3 \quad .1$	14.95	14.38	13.92	13.23	12.02	11.13	25.38	24.41	23.63	22.45	20.41	18.90
$\omega_3 \quad .2$	14.95	14.35	13.86	13.11	11.81	10.84	25.38	24.36	23.53	22.26	20.05	18.39
$\omega_4 \quad 0$	28.52	27.49	26.66	25.41	23.28	21.72	36.37	35.06	34.01	32.41	29.69	27.70
$\omega_4 \quad .1$	28.52	27.43	26.56	25.22	22.93	21.23	36.37	34.99	33.87	32.17	29.25	27.08
$\omega_4 \quad .2$	28.52	27.37	26.44	25.01	22.53	20.67	36.37	34.91	33.72	31.90	28.74	26.36

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.67	3.57	3.48	3.35	3.15	3.01	3.85	3.73	3.64	3.51	3.30	3.15
$\omega_1 \quad .1$	3.66	3.54	3.45	3.32	3.11	2.96	3.83	3.71	3.62	3.48	3.25	3.10
$\omega_1 \quad .2$	3.63	3.52	3.42	3.28	3.06	2.90	3.81	3.68	3.58	3.44	3.21	3.04
$\omega_2 \quad 0$	10.79	10.47	10.22	9.85	9.25	8.83	14.70	14.26	13.92	13.41	12.60	12.03
$\omega_2 \quad .1$	10.73	10.40	10.14	9.75	9.12	8.69	14.62	14.16	13.81	13.28	12.43	11.83
$\omega_2 \quad .2$	10.67	10.32	10.05	9.65	8.99	8.53	14.54	14.06	13.69	13.14	12.24	11.62
$\omega_3 \quad 0$	12.72	12.34	12.04	11.60	10.90	10.41	21.59	20.94	20.44	19.69	18.50	17.67
$\omega_3 \quad .1$	12.65	12.26	11.95	11.49	10.75	10.24	21.47	20.80	20.27	19.50	18.25	17.38
$\omega_3 \quad .2$	12.58	12.17	11.84	11.37	10.59	10.05	21.34	20.65	20.10	19.29	17.98	17.06
$\omega_4 \quad 0$	24.26	23.53	22.97	22.13	20.79	19.86	30.94	30.01	29.29	28.23	26.51	25.32
$\omega_4 \quad .1$	24.13	23.37	22.78	21.92	20.51	19.53	30.77	29.81	29.06	27.95	26.15	24.91
$\omega_4 \quad .2$	23.99	23.20	22.59	21.68	20.20	19.17	30.59	29.59	28.81	27.65	25.77	24.45

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_1 \quad .1$	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_1 \quad .2$	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_2 \quad 0$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70
$\omega_2 \quad .1$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70
$\omega_2 \quad .2$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70	10.70
$\omega_3 \quad 0$	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
$\omega_3 \quad .1$	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
$\omega_3 \quad .2$	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	9.26	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
$\omega_4 \quad 0$	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51
$\omega_4 \quad .1$	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51
$\omega_4 \quad .2$	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	17.65	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51	22.51

Ek-A (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve çatlaksız basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$	$h/H = 0 \quad L/H = 40$
--------------------------	--------------------------

$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	5.46	5.26	5.10	4.84	4.36	3.98	5.48	5.28	5.11	4.85	4.37	3.99
$\omega_1 \ .1$	5.54	5.33	5.15	4.86	4.33	3.90	5.56	5.34	5.16	4.88	4.35	3.91
$\omega_1 \ .2$	5.63	5.40	5.21	4.89	4.30	3.80	5.64	5.42	5.22	4.91	4.31	3.81
$\omega_2 \ 0$	21.59	20.79	20.14	19.10	17.22	15.73	21.86	21.06	20.39	19.34	17.44	15.93
$\omega_2 \ .1$	21.88	21.04	20.33	19.21	17.12	15.41	22.16	21.30	20.59	19.45	17.33	15.61
$\omega_2 \ .2$	22.22	21.33	20.56	19.33	16.98	15.00	22.51	21.60	20.82	19.58	17.20	15.19
$\omega_3 \ 0$	47.60	45.86	44.41	42.13	37.98	34.69	48.92	47.13	45.64	43.30	39.03	35.65
$\omega_3 \ .1$	48.25	46.39	44.83	42.35	37.74	33.99	49.59	47.68	46.08	43.53	38.79	34.93
$\omega_3 \ .2$	49.01	47.03	45.35	42.63	37.45	33.08	50.37	48.33	46.61	43.81	38.49	33.99
$\omega_4 \ 0$	60.52	58.30	56.46	53.56	48.28	44.10	66.34	63.18	60.55	56.41	51.88	47.92
$\omega_4 \ .1$	61.34	58.98	57.00	53.84	47.98	43.21	67.51	64.15	61.32	56.82	51.65	47.15
$\omega_4 \ .2$	62.31	59.79	57.65	54.20	47.61	42.05	68.90	65.30	62.25	57.33	51.93	47.00

$h/H = 0.25 \ L/H = 20$							$h/H = 0.25 \ L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	5.08	4.89	4.74	4.50	4.08	3.75	5.10	4.91	4.75	4.51	4.09	3.76
$\omega_1 \ .1$	5.12	4.91	4.75	4.49	4.03	3.67	5.13	4.93	4.76	4.51	4.04	3.68
$\omega_1 \ .2$	5.16	4.94	4.76	4.48	3.97	3.56	5.17	4.96	4.78	4.50	3.98	3.57
$\omega_2 \ 0$	20.07	19.32	18.71	17.77	16.10	14.82	20.32	19.57	18.95	17.99	16.30	15.01
$\omega_2 \ .1$	20.21	19.41	18.76	17.74	15.91	14.48	20.46	19.66	19.00	17.96	16.11	14.66
$\omega_2 \ .2$	20.36	19.52	18.81	17.71	15.68	14.06	20.62	19.77	19.05	17.93	15.88	14.24
$\omega_3 \ 0$	44.26	42.61	41.27	39.18	35.50	32.68	45.49	43.80	42.41	40.27	36.48	33.59
$\omega_3 \ .1$	44.56	42.81	41.37	39.12	35.08	31.93	45.80	44.00	42.52	40.20	36.06	32.82
$\omega_3 \ .2$	44.91	43.04	41.49	39.05	34.58	31.01	46.16	44.24	42.64	40.13	35.54	31.87
$\omega_4 \ 0$	56.27	54.17	52.46	49.81	45.13	41.55	60.28	57.29	54.85	51.07	46.39	42.28
$\omega_4 \ .1$	56.65	54.43	52.59	49.73	44.60	40.59	60.83	57.65	55.04	50.96	46.63	42.52
$\omega_4 \ .2$	57.09	54.72	52.75	49.64	43.96	39.42	61.46	58.07	55.26	50.82	46.22	42.24

$h/H = 0.50 \ L/H = 20$							$h/H = 0.50 \ L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	4.58	4.42	4.29	4.08	3.74	3.49	4.60	4.43	4.30	4.10	3.75	3.50
$\omega_1 \ .1$	4.58	4.41	4.27	4.05	3.69	3.41	4.60	4.42	4.28	4.07	3.70	3.42
$\omega_1 \ .2$	4.58	4.40	4.25	4.02	3.62	3.32	4.60	4.41	4.26	4.03	3.63	3.33
$\omega_2 \ 0$	18.10	17.45	16.93	16.13	14.78	13.79	18.33	17.67	17.14	16.34	14.97	13.96
$\omega_2 \ .1$	18.10	17.41	16.86	16.01	14.56	13.48	18.33	17.64	17.07	16.21	14.74	13.65
$\omega_2 \ .2$	18.10	17.37	16.78	15.88	14.30	13.12	18.33	17.59	17.00	16.08	14.48	13.29
$\omega_3 \ 0$	39.92	38.48	37.33	35.57	32.59	30.41	41.03	39.55	38.36	36.56	33.50	31.25
$\omega_3 \ .1$	39.92	38.40	37.18	35.31	32.10	29.73	41.03	39.47	38.21	36.29	32.99	30.55
$\omega_3 \ .2$	39.92	38.32	37.01	35.01	31.54	28.93	41.03	39.38	38.04	35.98	32.42	29.74
$\omega_4 \ 0$	50.76	48.92	47.45	45.23	41.44	38.66	52.42	49.80	47.70	44.53	40.12	36.16
$\omega_4 \ .1$	50.76	48.82	47.26	44.89	40.81	37.79	52.42	49.66	47.43	44.05	39.23	35.92
$\omega_4 \ .2$	50.76	48.71	47.05	44.51	40.10	36.78	52.42	49.50	47.13	43.51	38.21	34.48

$h/H = 0.75 \ L/H = 20$							$h/H = 0.75 \ L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	3.90	3.78	3.69	3.56	3.34	3.19	3.91	3.79	3.70	3.57	3.35	3.20
$\omega_1 \ .1$	3.88	3.76	3.66	3.52	3.30	3.14	3.89	3.77	3.67	3.53	3.31	3.15
$\omega_1 \ .2$	3.85	3.73	3.63	3.48	3.25	3.08	3.87	3.74	3.64	3.50	3.26	3.09

ω_2 0	15.40	14.94	14.58	14.05	13.19	12.60	15.59	15.13	14.76	14.23	13.36	12.76
ω_2 .1	15.32	14.84	14.46	13.91	13.02	12.40	15.51	15.03	14.65	14.09	13.18	12.55
ω_2 .2	15.23	14.73	14.34	13.76	12.83	12.17	15.42	14.92	14.52	13.94	12.99	12.33
ω_3 0	33.96	32.94	32.15	30.98	29.10	27.80	34.90	33.86	33.04	31.84	29.91	28.57
ω_3 .1	33.78	32.72	31.90	30.68	28.71	27.34	34.71	33.63	32.78	31.53	29.50	28.10
ω_3 .2	33.58	32.48	31.62	30.35	28.28	26.84	34.51	33.38	32.50	31.20	29.07	27.59
ω_4 0	43.17	41.88	40.87	39.39	36.99	35.34	61.60	59.76	58.31	56.20	52.78	50.42
ω_4 .1	42.94	41.60	40.55	39.00	36.49	34.75	61.26	59.35	57.85	55.65	52.07	49.59
ω_4 .2	42.69	41.30	40.20	38.59	35.96	34.12	60.91	58.92	57.36	55.06	51.30	48.69

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
ω_1 .1	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
ω_1 .2	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
ω_2 0	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35
ω_2 .1	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35
ω_2 .2	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.21	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35	11.35
ω_3 0	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40
ω_3 .1	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40
ω_3 .2	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	24.71	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40
ω_4 0	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82
ω_4 .1	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82
ω_4 .2	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82	44.82

Ek-A (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranı için porositeli ve çatlaksız basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	5.49	5.28	5.12	4.85	4.38	4.00	5.10	4.91	4.76	4.52	4.09	3.77
ω_1 .1	5.56	5.35	5.17	4.88	4.35	3.92	5.14	4.93	4.77	4.51	4.04	3.68
ω_1 .2	5.65	5.42	5.23	4.91	4.32	3.81	5.18	4.96	4.78	4.50	3.98	3.57
ω_2 0	21.91	21.11	20.44	19.39	17.48	15.97	20.37	19.61	18.99	18.03	16.34	15.04
ω_2 .1	22.21	21.35	20.64	19.49	17.37	15.65	20.51	19.71	19.04	18.01	16.15	14.70
ω_2 .2	22.56	21.65	20.87	19.62	17.24	15.22	20.67	19.81	19.10	17.97	15.92	14.27
ω_3 0	49.18	47.38	45.88	43.53	39.24	35.84	45.73	44.03	42.64	40.48	36.68	33.77
ω_3 .1	49.85	47.93	46.32	43.76	39.00	35.12	46.04	44.23	42.74	40.42	36.25	32.99
ω_3 .2	50.64	48.59	46.85	44.05	38.69	34.17	46.40	44.47	42.87	40.34	35.73	32.04
ω_4 0	87.15	83.96	81.30	77.12	69.52	63.50	81.03	78.01	75.55	71.73	64.99	59.83
ω_4 .1	88.33	84.93	82.08	77.54	69.10	62.23	81.58	78.38	75.74	71.62	64.23	58.46
ω_4 .2	89.73	86.10	83.02	78.05	68.56	60.55	82.22	78.80	75.96	71.48	63.31	56.77

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.60	4.43	4.30	4.10	3.76	3.50	3.91	3.80	3.70	3.57	3.35	3.20
ω_1 .1	4.60	4.43	4.28	4.07	3.70	3.43	3.89	3.77	3.68	3.54	3.31	3.15
ω_1 .2	4.60	4.42	4.27	4.03	3.63	3.33	3.87	3.74	3.64	3.50	3.26	3.09
ω_2 0	18.38	17.71	17.18	16.37	15.00	14.00	15.63	15.16	14.80	14.26	13.39	12.79

$\omega_2 .1$	18.38	17.68	17.11	16.25	14.78	13.68	15.55	15.06	14.68	14.12	13.21	12.58
$\omega_2 .2$	18.38	17.64	17.04	16.12	14.52	13.32	15.46	14.95	14.56	13.97	13.02	12.35
$\omega_3 .0$	41.25	39.76	38.57	36.76	33.68	31.42	35.09	34.04	33.22	32.01	30.06	28.72
$\omega_3 .1$	41.25	39.68	38.41	36.48	33.17	30.71	34.90	33.81	32.95	31.70	29.66	28.24
$\omega_3 .2$	41.25	39.59	38.24	36.18	32.59	29.89	34.69	33.56	32.67	31.36	29.22	27.73
$\omega_4 .0$	73.09	70.45	68.34	65.13	59.67	55.67	62.17	60.31	58.86	56.72	53.27	50.89
$\omega_4 .1$	73.09	70.31	68.06	64.65	58.77	54.42	61.84	59.90	58.39	56.17	52.55	50.05
$\omega_4 .2$	73.09	70.15	67.76	64.10	57.75	52.97	61.48	59.47	57.89	55.57	51.78	49.14

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
$\omega_1 .1$	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
$\omega_1 .2$	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
$\omega_2 .0$	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37
$\omega_2 .1$	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37
$\omega_2 .2$	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37	11.37
$\omega_3 .0$	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53
$\omega_3 .1$	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53
$\omega_3 .2$	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53	25.53
$\omega_4 .0$	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24
$\omega_4 .1$	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24
$\omega_4 .2$	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24	45.24

Ek-B $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narınlık oranları için porositeli ve çatlaksız ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için ilk dört doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.90	1.83	1.77	1.68	1.51	1.38	1.94	1.87	1.81	1.72	1.55	1.41
$\omega_1 .1$	1.92	1.85	1.78	1.69	1.50	1.35	1.97	1.89	1.83	1.73	1.54	1.38
$\omega_1 .2$	1.95	1.87	1.81	1.70	1.49	1.32	2.00	1.92	1.85	1.74	1.53	1.35
$\omega_2 .0$	10.18	9.81	9.50	9.01	8.12	7.42	11.61	11.19	10.84	10.28	9.27	8.46
$\omega_2 .1$	10.32	9.92	9.59	9.06	8.07	7.27	11.77	11.32	10.94	10.33	9.21	8.29
$\omega_2 .2$	10.48	10.06	9.70	9.12	8.01	7.07	11.96	11.47	11.06	10.40	9.14	8.07
$\omega_3 .0$	15.13	14.58	14.11	13.39	12.07	11.02	30.26	29.15	28.23	26.78	24.14	22.05
$\omega_3 .1$	15.33	14.74	14.25	13.46	12.00	10.80	30.67	29.49	28.50	26.92	23.99	21.61
$\omega_3 .2$	15.58	14.95	14.41	13.55	11.90	10.51	31.15	29.89	28.83	27.10	23.81	21.02
$\omega_4 .0$	24.19	23.31	22.57	21.41	19.30	17.63	30.52	29.40	28.47	27.01	24.35	22.24
$\omega_4 .1$	24.52	23.58	22.78	21.52	19.18	17.27	30.93	29.74	28.74	27.15	24.20	21.79
$\omega_4 .2$	24.91	23.90	23.05	21.67	19.03	16.81	31.42	30.15	29.07	27.33	24.01	21.21

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.76	1.70	1.64	1.56	1.41	1.30	1.80	1.74	1.68	1.60	1.45	1.33
$\omega_1 .1$	1.77	1.70	1.65	1.56	1.40	1.27	1.82	1.74	1.69	1.59	1.43	1.30
$\omega_1 .2$	1.79	1.71	1.65	1.55	1.38	1.23	1.83	1.75	1.69	1.59	1.41	1.26
$\omega_2 .0$	9.47	9.11	8.83	8.38	7.59	6.99	10.80	10.40	10.07	9.56	8.66	7.97

$\omega_2 .1$	9.53	9.16	8.85	8.37	7.50	6.83	10.87	10.45	10.09	9.54	8.56	7.79
$\omega_2 .2$	9.61	9.21	8.87	8.35	7.40	6.63	10.96	10.50	10.12	9.53	8.44	7.57
$\omega_3 .0$	14.07	13.54	13.12	12.45	11.28	10.39	28.13	27.09	26.23	24.91	22.56	20.77
$\omega_3 .1$	14.16	13.61	13.15	12.43	11.15	10.15	28.33	27.21	26.30	24.87	22.30	20.30
$\omega_3 .2$	14.27	13.68	13.19	12.41	10.99	9.85	28.55	27.36	26.37	24.82	21.98	19.71
$\omega_4 .0$	22.49	21.66	20.97	19.91	18.04	16.61	28.37	27.32	26.46	25.12	22.76	20.95
$\omega_4 .1$	22.65	21.76	21.02	19.88	17.83	16.23	28.57	27.45	26.52	25.08	22.49	20.47
$\omega_4 .2$	22.82	21.87	21.09	19.84	17.57	15.76	28.79	27.59	26.60	25.03	22.17	19.88

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.59	1.53	1.49	1.42	1.30	1.21	1.63	1.57	1.52	1.45	1.33	1.24
$\omega_1 .1$	1.59	1.53	1.48	1.41	1.28	1.18	1.63	1.56	1.51	1.44	1.31	1.21
$\omega_1 .2$	1.59	1.53	1.47	1.39	1.26	1.15	1.63	1.56	1.51	1.43	1.29	1.18
$\omega_2 .0$	8.54	8.23	7.98	7.61	6.97	6.50	9.74	9.39	9.11	8.68	7.95	7.42
$\omega_2 .1$	8.54	8.21	7.95	7.55	6.87	6.36	9.74	9.37	9.07	8.62	7.83	7.25
$\omega_2 .2$	8.54	8.20	7.92	7.49	6.75	6.19	9.74	9.35	9.03	8.54	7.70	7.06
$\omega_3 .0$	12.69	12.23	11.86	11.31	10.36	9.66	25.38	24.46	23.73	22.61	20.72	19.33
$\omega_3 .1$	12.69	12.21	11.82	11.22	10.20	9.45	25.38	24.41	23.63	22.45	20.41	18.90
$\omega_3 .2$	12.69	12.18	11.76	11.13	10.02	9.20	25.38	24.36	23.53	22.26	20.05	18.39
$\omega_4 .0$	20.29	19.56	18.97	18.08	16.56	15.45	25.60	24.67	23.93	22.81	20.90	19.50
$\omega_4 .1$	20.29	19.52	18.89	17.95	16.32	15.11	25.60	24.62	23.83	22.64	20.58	19.06
$\omega_4 .2$	20.29	19.47	18.81	17.79	16.03	14.70	25.60	24.56	23.73	22.45	20.22	18.55

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.35	1.31	1.28	1.23	1.16	1.11	1.38	1.34	1.31	1.26	1.19	1.13
$\omega_1 .1$	1.34	1.30	1.27	1.22	1.14	1.09	1.38	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11
$\omega_1 .2$	1.34	1.29	1.26	1.21	1.13	1.07	1.37	1.32	1.29	1.24	1.15	1.09
$\omega_2 .0$	7.26	7.05	6.88	6.63	6.22	5.94	8.29	8.04	7.84	7.56	7.10	6.78
$\omega_2 .1$	7.22	7.00	6.82	6.56	6.14	5.85	8.24	7.98	7.78	7.49	7.00	6.67
$\omega_2 .2$	7.18	6.95	6.76	6.49	6.05	5.74	8.19	7.93	7.72	7.41	6.90	6.55
$\omega_3 .0$	10.79	10.47	10.22	9.85	9.25	8.83	21.59	20.94	20.44	19.69	18.50	17.67
$\omega_3 .1$	10.73	10.40	10.14	9.75	9.12	8.69	21.47	20.80	20.27	19.50	18.25	17.38
$\omega_3 .2$	10.67	10.32	10.05	9.65	8.99	8.53	21.34	20.65	20.10	19.29	17.98	17.06
$\omega_4 .0$	17.26	16.74	16.34	15.75	14.79	14.13	21.77	21.12	20.61	19.86	18.65	17.82
$\omega_4 .1$	17.17	16.63	16.21	15.59	14.59	13.89	21.65	20.98	20.45	19.67	18.40	17.53
$\omega_4 .2$	17.07	16.51	16.07	15.43	14.37	13.64	21.53	20.83	20.27	19.46	18.13	17.21

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .1$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .2$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_2 .0$	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03
$\omega_2 .1$	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03
$\omega_2 .2$	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	5.29	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03	6.03
$\omega_3 .0$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
$\omega_3 .1$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71

$\omega_3 .2$	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	7.85	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
$\omega_4 .0$	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84
$\omega_4 .1$	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84
$\omega_4 .2$	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	12.56	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84

Ek-B (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve çatlaksız ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.95	1.88	1.82	1.73	1.56	1.42	1.95	1.88	1.82	1.73	1.56	1.42
$\omega_1 .1$	1.98	1.90	1.84	1.74	1.55	1.39	1.98	1.90	1.84	1.74	1.55	1.40
$\omega_1 .2$	2.01	1.93	1.86	1.75	1.54	1.36	2.01	1.93	1.86	1.75	1.54	1.36
$\omega_2 .0$	12.08	11.64	11.27	10.69	9.64	8.80	12.21	11.76	11.39	10.81	9.74	8.90
$\omega_2 .1$	12.25	11.78	11.38	10.75	9.58	8.63	12.38	11.90	11.50	10.86	9.68	8.72
$\omega_2 .2$	12.44	11.94	11.51	10.82	9.51	8.40	12.57	12.06	11.63	10.93	9.61	8.48
$\omega_3 .0$	33.21	31.99	30.98	29.39	26.50	24.20	34.02	32.78	31.74	30.11	27.14	24.79
$\omega_3 .1$	33.66	32.37	31.28	29.55	26.33	23.71	34.48	33.16	32.04	30.27	26.98	24.29
$\omega_3 .2$	34.19	32.81	31.64	29.74	26.13	23.08	35.03	33.61	32.41	30.47	26.77	23.64
$\omega_4 .0$	60.52	58.30	56.46	53.56	48.28	44.10	66.21	63.78	61.77	58.59	52.82	48.25
$\omega_4 .1$	61.34	58.98	57.00	53.84	47.98	43.21	67.11	64.52	62.36	58.91	52.50	47.28
$\omega_4 .2$	62.31	59.79	57.65	54.20	47.61	42.05	68.17	65.41	63.07	59.30	52.09	46.00

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.81	1.75	1.69	1.61	1.46	1.34	1.82	1.75	1.69	1.61	1.46	1.34
$\omega_1 .1$	1.83	1.75	1.70	1.60	1.44	1.31	1.83	1.76	1.70	1.61	1.44	1.31
$\omega_1 .2$	1.84	1.76	1.70	1.60	1.42	1.27	1.84	1.77	1.70	1.60	1.42	1.27
$\omega_2 .0$	11.23	10.82	10.47	9.95	9.01	8.30	11.35	10.93	10.58	10.05	9.10	8.38
$\omega_2 .1$	11.31	10.87	10.50	9.93	8.90	8.11	11.43	10.98	10.61	10.03	9.00	8.19
$\omega_2 .2$	11.40	10.93	10.53	9.91	8.78	7.87	11.52	11.04	10.64	10.01	8.87	7.95
$\omega_3 .0$	30.88	29.73	28.79	27.34	24.77	22.80	31.63	30.46	29.49	28.00	25.37	23.36
$\omega_3 .1$	31.09	29.87	28.86	27.29	24.48	22.28	31.85	30.60	29.57	27.96	25.07	22.82
$\omega_3 .2$	31.33	30.03	28.95	27.24	24.12	21.63	32.10	30.76	29.65	27.91	24.71	22.16
$\omega_4 .0$	56.27	54.17	52.46	49.81	45.13	41.55	61.56	59.27	57.39	54.49	49.37	45.45
$\omega_4 .1$	56.65	54.43	52.59	49.73	44.60	40.59	61.98	59.55	57.54	54.41	48.79	44.41
$\omega_4 .2$	57.09	54.72	52.75	49.64	43.96	39.42	62.46	59.87	57.71	54.31	48.09	43.13

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.64	1.58	1.53	1.46	1.34	1.25	1.64	1.58	1.53	1.46	1.34	1.25
$\omega_1 .1$	1.64	1.57	1.52	1.45	1.32	1.22	1.64	1.58	1.53	1.45	1.32	1.22
$\omega_1 .2$	1.64	1.57	1.52	1.44	1.29	1.19	1.64	1.57	1.52	1.44	1.29	1.19
$\omega_2 .0$	10.13	9.77	9.47	9.03	8.27	7.72	10.24	9.87	9.57	9.12	8.36	7.80
$\omega_2 .1$	10.13	9.75	9.44	8.96	8.15	7.55	10.24	9.85	9.54	9.06	8.23	7.62
$\omega_2 .2$	10.13	9.73	9.39	8.89	8.01	7.34	10.24	9.83	9.49	8.98	8.09	7.42
$\omega_3 .0$	27.85	26.85	26.04	24.82	22.74	21.22	28.53	27.51	26.68	25.43	23.30	21.73
$\omega_3 .1$	27.85	26.79	25.94	24.64	22.40	20.74	28.53	27.45	26.57	25.24	22.95	21.25
$\omega_3 .2$	27.85	26.73	25.82	24.43	22.01	20.19	28.53	27.38	26.45	25.02	22.54	20.68

ω_4 0	50.76	48.92	47.45	45.23	41.44	38.66	55.53	53.53	51.92	49.48	45.33	42.30
ω_4 .1	50.76	48.82	47.26	44.89	40.81	37.79	55.53	53.41	51.71	49.11	44.65	41.34
ω_4 .2	50.76	48.71	47.05	44.51	40.10	36.78	55.53	53.29	51.48	48.70	43.87	40.24

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
ω_1 .1	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
ω_1 .2	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
ω_2 0	8.62	8.36	8.16	7.86	7.39	7.06	8.71	8.45	8.25	7.95	7.46	7.13
ω_2 .1	8.57	8.31	8.10	7.79	7.29	6.94	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01
ω_2 .2	8.52	8.25	8.03	7.70	7.18	6.81	8.61	8.33	8.11	7.79	7.25	6.88
ω_3 0	23.69	22.98	22.43	21.62	20.30	19.39	24.27	23.55	22.98	22.14	20.80	19.87
ω_3 .1	23.56	22.83	22.25	21.40	20.03	19.07	24.14	23.39	22.80	21.93	20.52	19.54
ω_3 .2	23.43	22.66	22.06	21.18	19.73	18.73	24.00	23.22	22.60	21.69	20.22	19.18
ω_4 0	43.17	41.88	40.87	39.39	36.99	35.34	47.23	45.82	44.72	43.09	40.47	38.66
ω_4 .1	42.94	41.60	40.55	39.00	36.49	34.75	46.98	45.51	44.36	42.67	39.93	38.02
ω_4 .2	42.69	41.30	40.20	38.59	35.96	34.12	46.70	45.18	43.98	42.22	39.34	37.33

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
ω_1 .1	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
ω_1 .2	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
ω_2 0	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34
ω_2 .1	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34
ω_2 .2	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34	6.34
ω_3 0	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66
ω_3 .1	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66
ω_3 .2	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.24	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66	17.66
ω_4 0	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37
ω_4 .1	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37
ω_4 .2	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	31.42	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37	34.37

Ek-B (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranı için porositeli ve çatlaksız ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.95	1.88	1.82	1.73	1.56	1.42	1.82	1.75	1.69	1.61	1.46	1.34
ω_1 .1	1.98	1.90	1.84	1.74	1.55	1.40	1.83	1.76	1.70	1.61	1.44	1.31
ω_1 .2	2.01	1.93	1.86	1.75	1.54	1.36	1.84	1.77	1.70	1.60	1.42	1.27
ω_2 0	12.23	11.79	11.41	10.83	9.76	8.91	11.37	10.95	10.61	10.07	9.12	8.40
ω_2 .1	12.40	11.92	11.52	10.88	9.70	8.74	11.45	11.00	10.63	10.05	9.02	8.21
ω_2 .2	12.60	12.09	11.65	10.96	9.62	8.50	11.54	11.06	10.66	10.03	8.89	7.97
ω_3 0	34.18	32.93	31.89	30.25	27.27	24.91	31.78	30.60	29.63	28.13	25.49	23.47
ω_3 .1	34.64	33.31	32.19	30.41	27.10	24.41	32.00	30.74	29.70	28.09	25.19	22.93
ω_3 .2	35.19	33.77	32.56	30.61	26.89	23.75	32.25	30.91	29.79	28.04	24.83	22.26
ω_4 0	66.77	64.32	62.29	59.09	53.27	48.65	62.08	59.77	57.88	54.96	49.79	45.84

$\omega_4 .1$	67.67	65.07	62.89	59.41	52.94	47.68	62.50	60.05	58.03	54.87	49.21	44.79
$\omega_4 .2$	89.73	86.10	83.02	78.05	68.56	60.55	82.22	78.80	75.96	71.48	63.31	56.77

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.64	1.58	1.53	1.46	1.34	1.25	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 .1$	1.64	1.58	1.53	1.45	1.32	1.22	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_1 .2$	1.64	1.57	1.52	1.44	1.30	1.19	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
$\omega_2 \quad 0$	10.26	9.89	9.59	9.14	8.38	7.82	8.73	8.47	8.26	7.96	7.48	7.14
$\omega_2 .1$	10.26	9.87	9.55	9.07	8.25	7.64	8.68	8.41	8.20	7.88	7.38	7.03
$\omega_2 .2$	10.26	9.85	9.51	9.00	8.11	7.44	8.63	8.35	8.13	7.80	7.27	6.90
$\omega_3 \quad 0$	28.67	27.63	26.80	25.54	23.40	21.84	24.38	23.66	23.08	22.25	20.89	19.96
$\omega_3 .1$	28.67	27.58	26.69	25.35	23.05	21.34	24.25	23.50	22.90	22.03	20.61	19.63
$\omega_3 .2$	28.67	27.51	26.57	25.14	22.65	20.78	24.11	23.32	22.71	21.79	20.31	19.27
$\omega_4 \quad 0$	56.00	53.98	52.36	49.90	45.72	42.65	47.63	46.21	45.09	43.46	40.81	38.99
$\omega_4 .1$	56.00	53.87	52.15	49.53	45.03	41.69	47.38	45.90	44.74	43.03	40.27	38.34
$\omega_4 .2$	56.00	53.74	51.91	49.11	44.24	40.58	47.10	45.56	44.36	42.58	39.67	37.65

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .1$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .2$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_2 \quad 0$	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35
$\omega_2 .1$	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35
$\omega_2 .2$	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35
$\omega_3 \quad 0$	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74
$\omega_3 .1$	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74
$\omega_3 .2$	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74	17.74
$\omega_4 \quad 0$	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66
$\omega_4 .1$	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66
$\omega_4 .2$	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66	34.66

Ek-C $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.92	4.74	4.59	4.35	3.92	3.58	5.26	5.07	4.91	4.66	4.20	3.83
$\omega_1 .1$	4.98	4.79	4.63	4.38	3.90	3.51	5.33	5.13	4.96	4.68	4.17	3.76
$\omega_1 .2$	5.06	4.86	4.68	4.40	3.87	3.42	5.42	5.20	5.01	4.71	4.14	3.66
$\omega_2 \quad 0$	14.89	14.35	13.89	13.18	11.88	10.85	20.12	19.38	18.77	17.81	16.05	14.66
$\omega_2 .1$	15.09	14.51	14.03	13.25	11.81	10.63	20.39	19.61	18.95	17.90	15.95	14.37
$\omega_2 .2$	15.33	14.71	14.19	13.34	11.72	10.35	20.72	19.88	19.17	18.02	15.83	13.98
$\omega_3 \quad 0$	17.16	16.53	16.01	15.19	13.69	12.51	30.02	28.92	28.00	26.56	23.95	21.87
$\omega_3 .1$	17.39	16.73	16.16	15.27	13.61	12.25	30.42	29.25	28.27	26.71	23.80	21.43
$\omega_3 .2$	17.67	16.96	16.35	15.37	13.50	11.93	30.91	29.66	28.60	26.88	23.62	20.86
$\omega_4 \quad 0$	32.94	31.73	30.73	29.15	26.28	24.00	42.44	40.88	39.59	37.55	33.85	30.92

$\omega_4 .1$	33.39	32.10	31.02	29.31	26.12	23.52	43.01	41.36	39.97	37.76	33.65	30.30
$\omega_4 .2$	33.91	32.54	31.38	29.50	25.91	22.89	43.69	41.92	40.43	38.00	33.39	29.49

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.57	4.40	4.26	4.05	3.67	3.38	4.89	4.71	4.56	4.33	3.92	3.61
$\omega_1 .1$	4.60	4.42	4.27	4.04	3.62	3.30	4.93	4.73	4.57	4.32	3.88	3.53
$\omega_1 .2$	4.64	4.45	4.29	4.03	3.57	3.20	4.96	4.76	4.59	4.32	3.82	3.43
$\omega_2 \quad 0$	13.85	13.33	12.91	12.26	11.11	10.22	18.71	18.01	17.44	16.56	15.01	13.81
$\omega_2 .1$	13.94	13.39	12.94	12.24	10.98	9.99	18.84	18.10	17.49	16.54	14.83	13.50
$\omega_2 .2$	14.05	13.47	12.98	12.22	10.82	9.70	18.98	18.19	17.54	16.50	14.62	13.11
$\omega_3 \quad 0$	15.96	15.36	14.88	14.13	12.80	11.78	27.91	26.87	26.02	24.71	22.38	20.61
$\omega_3 .1$	16.07	15.44	14.92	14.10	12.65	11.51	28.10	27.00	26.09	24.67	22.12	20.14
$\omega_3 .2$	16.19	15.52	14.96	14.08	12.47	11.18	28.32	27.14	26.16	24.62	21.80	19.55
$\omega_4 \quad 0$	30.63	29.49	28.55	27.11	24.56	22.61	39.45	37.99	36.79	34.93	31.64	29.13
$\omega_4 .1$	30.83	29.62	28.63	27.07	24.28	22.10	39.72	38.17	36.88	34.87	31.27	28.47
$\omega_4 .2$	31.08	29.78	28.71	27.02	23.93	21.46	40.03	38.37	36.99	34.81	30.83	27.64

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.12	3.98	3.86	3.67	3.37	3.14	4.41	4.25	4.13	3.93	3.60	3.36
$\omega_1 .1$	4.12	3.97	3.84	3.65	3.32	3.07	4.41	4.25	4.11	3.90	3.55	3.29
$\omega_1 .2$	4.12	3.96	3.82	3.62	3.26	2.99	4.41	4.24	4.09	3.87	3.49	3.20
$\omega_2 \quad 0$	12.49	12.04	11.68	11.13	10.20	9.51	16.88	16.27	15.78	15.04	13.78	12.85
$\omega_2 .1$	12.49	12.01	11.63	11.05	10.04	9.30	16.88	16.23	15.72	14.93	13.57	12.57
$\omega_2 .2$	12.49	11.99	11.58	10.95	9.87	9.05	16.88	16.20	15.64	14.80	13.33	12.23
$\omega_3 \quad 0$	14.39	13.87	13.46	12.83	11.75	10.96	25.18	24.27	23.54	22.43	20.55	19.18
$\omega_3 .1$	14.39	13.85	13.40	12.73	11.57	10.72	25.18	24.22	23.44	22.27	20.24	18.74
$\omega_3 .2$	14.39	13.81	13.34	12.62	11.37	10.43	25.18	24.16	23.34	22.08	19.89	18.24
$\omega_4 \quad 0$	27.63	26.63	25.83	24.62	22.55	21.04	35.59	34.31	33.27	31.71	29.06	27.11
$\omega_4 .1$	27.63	26.57	25.73	24.43	22.21	20.57	35.59	34.24	33.14	31.48	28.62	26.50
$\omega_4 .2$	27.63	26.51	25.61	24.23	21.83	20.02	35.59	34.16	32.99	31.21	28.12	25.79

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.51	3.40	3.32	3.20	3.01	2.87	3.75	3.64	3.55	3.42	3.22	3.07
$\omega_1 .1$	3.49	3.38	3.29	3.17	2.97	2.82	3.73	3.62	3.53	3.39	3.17	3.02
$\omega_1 .2$	3.47	3.36	3.27	3.14	2.92	2.77	3.71	3.59	3.50	3.36	3.13	2.97
$\omega_2 \quad 0$	10.62	10.31	10.06	9.69	9.10	8.70	14.36	13.93	13.59	13.10	12.30	11.75
$\omega_2 .1$	10.57	10.24	9.98	9.60	8.98	8.55	14.28	13.83	13.48	12.97	12.13	11.56
$\omega_2 .2$	10.51	10.16	9.89	9.50	8.85	8.40	14.19	13.73	13.37	12.83	11.96	11.35
$\omega_3 \quad 0$	12.24	11.88	11.59	11.17	10.49	10.02	21.41	20.77	20.27	19.54	18.35	17.53
$\omega_3 .1$	12.18	11.80	11.50	11.06	10.35	9.86	21.30	20.63	20.11	19.35	18.10	17.24
$\omega_3 .2$	12.11	11.71	11.40	10.94	10.20	9.68	21.17	20.48	19.94	19.14	17.84	16.93
$\omega_4 \quad 0$	23.50	22.80	22.25	21.44	20.13	19.23	30.27	29.37	28.66	27.62	25.94	24.78
$\omega_4 .1$	23.37	22.64	22.07	21.23	19.86	18.92	30.11	29.17	28.43	27.35	25.59	24.37
$\omega_4 .2$	23.24	22.48	21.88	21.00	19.57	18.57	29.93	28.96	28.19	27.06	25.21	23.93

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
-------------------------	--	--	--	--	--	--	--------------------------	--	--	--	--	--

ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73
ω_1 .1	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73
ω_1 .2	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73
ω_2 0	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45
ω_2 .1	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45
ω_2 .2	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45	10.45
ω_3 0	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58
ω_3 .1	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58
ω_3 .2	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58	15.58
ω_4 0	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03
ω_4 .1	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03
ω_4 .2	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	17.10	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03	22.03

Ek-C (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	5.39	5.20	5.03	4.77	4.30	3.93	5.45	5.25	5.08	4.82	4.34	3.97
$\omega_1 \ .1$	5.47	5.26	5.08	4.80	4.28	3.85	5.52	5.31	5.13	4.85	4.32	3.89
$\omega_1 \ .2$	5.55	5.33	5.14	4.83	4.24	3.75	5.61	5.38	5.19	4.88	4.28	3.78
$\omega_2 \ 0$	21.31	20.53	19.88	18.86	17.00	15.53	21.72	20.92	20.26	19.22	17.32	15.82
$\omega_2 \ .1$	21.60	20.77	20.07	18.96	16.90	15.22	22.01	21.16	20.45	19.32	17.22	15.51
$\omega_2 \ .2$	21.94	21.05	20.30	19.09	16.77	14.81	22.36	21.45	20.69	19.45	17.08	15.09
$\omega_3 \ 0$	47.01	45.29	43.86	41.61	37.51	34.26	48.61	46.83	45.35	43.01	38.78	35.42
$\omega_3 \ .1$	47.65	45.82	44.28	41.83	37.28	33.57	49.26	47.37	45.78	43.25	38.54	34.71
$\omega_3 \ .2$	48.41	46.45	44.79	42.11	36.99	32.67	50.04	48.02	46.30	43.53	38.24	33.77
$\omega_4 \ 0$	60.27	58.06	56.22	53.34	48.08	43.92	85.79	82.65	80.03	75.92	68.44	62.51
$\omega_4 \ .1$	61.08	58.73	56.76	53.62	47.79	43.03	86.95	83.61	80.80	76.33	68.02	61.26
$\omega_4 \ .2$	62.05	59.54	57.41	53.97	47.41	41.88	88.33	84.76	81.72	76.83	67.49	59.61

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	5.02	4.83	4.68	4.44	4.02	3.70	5.06	4.88	4.72	4.48	4.06	3.74
$\omega_1 \ .1$	5.05	4.85	4.69	4.43	3.98	3.62	5.10	4.90	4.73	4.48	4.01	3.65
$\omega_1 \ .2$	5.09	4.88	4.70	4.42	3.92	3.51	5.14	4.92	4.75	4.47	3.96	3.55
$\omega_2 \ 0$	19.81	19.08	18.47	17.54	15.89	14.63	20.19	19.44	18.83	17.87	16.19	14.91
$\omega_2 \ .1$	19.95	19.17	18.52	17.51	15.71	14.30	20.33	19.53	18.87	17.85	16.00	14.57
$\omega_2 \ .2$	20.11	19.27	18.58	17.48	15.48	13.88	20.49	19.64	18.93	17.81	15.77	14.15
$\omega_3 \ 0$	43.71	42.09	40.76	38.70	35.06	32.28	45.19	43.51	42.14	40.01	36.25	33.37
$\omega_3 \ .1$	44.01	42.28	40.86	38.64	34.65	31.54	45.50	43.71	42.24	39.94	35.82	32.60
$\omega_3 \ .2$	44.35	42.51	40.98	38.56	34.15	30.62	45.86	43.95	42.37	39.87	35.31	31.66
$\omega_4 \ 0$	56.03	53.95	52.24	49.60	44.94	41.38	79.76	76.80	74.37	70.61	63.97	58.90
$\omega_4 \ .1$	56.42	54.20	52.38	49.53	44.42	40.43	80.31	77.16	74.56	70.50	63.22	57.55
$\omega_4 \ .2$	56.86	54.49	52.53	49.43	43.78	39.26	80.93	77.57	74.77	70.37	62.32	55.88

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$						
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	-----------------------------	--	--	--	--	--	--

ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.52	4.36	4.23	4.03	3.69	3.45	4.57	4.40	4.27	4.07	3.73	3.48
ω_1 .1	4.52	4.35	4.21	4.00	3.64	3.37	4.57	4.39	4.25	4.04	3.67	3.40
ω_1 .2	4.52	4.34	4.19	3.97	3.57	3.28	4.57	4.38	4.23	4.01	3.61	3.31
ω_2 0	17.87	17.23	16.71	15.93	14.59	13.61	18.21	17.56	17.03	16.23	14.87	13.87
ω_2 .1	17.87	17.19	16.64	15.81	14.37	13.31	18.21	17.52	16.96	16.11	14.65	13.56
ω_2 .2	17.87	17.15	16.57	15.67	14.12	12.95	18.21	17.48	16.88	15.97	14.39	13.20
ω_3 0	39.43	38.01	36.87	35.13	32.19	30.03	40.77	39.30	38.11	36.32	33.28	31.05
ω_3 .1	39.43	37.93	36.72	34.87	31.71	29.36	40.77	39.21	37.96	36.06	32.78	30.35
ω_3 .2	39.43	37.84	36.55	34.58	31.15	28.58	40.77	39.12	37.79	35.75	32.21	29.54
ω_4 0	50.55	48.72	47.26	45.04	41.27	38.50	71.95	69.35	67.27	64.11	58.74	54.80
ω_4 .1	50.55	48.62	47.07	44.71	40.65	37.63	71.95	69.21	67.00	63.64	57.86	53.57
ω_4 .2	50.55	48.51	46.86	44.33	39.93	36.63	71.95	69.05	66.70	63.10	56.85	52.14

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	3.85	3.73	3.64	3.51	3.30	3.15	3.89	3.77	3.68	3.54	3.33	3.18
$\omega_1 \ .1$	3.83	3.71	3.61	3.48	3.25	3.10	3.86	3.74	3.65	3.51	3.28	3.13
$\omega_1 \ .2$	3.81	3.68	3.58	3.44	3.21	3.04	3.84	3.72	3.62	3.47	3.24	3.07
$\omega_2 \ 0$	15.20	14.75	14.39	13.87	13.03	12.44	15.49	15.03	14.67	14.13	13.27	12.68
$\omega_2 \ .1$	15.12	14.65	14.28	13.73	12.85	12.24	15.41	14.93	14.55	14.00	13.10	12.47
$\omega_2 \ .2$	15.03	14.54	14.16	13.59	12.66	12.02	15.32	14.82	14.43	13.85	12.90	12.24
$\omega_3 \ 0$	33.54	32.54	31.75	30.60	28.74	27.45	34.68	33.64	32.83	31.64	29.71	28.38
$\omega_3 \ .1$	33.36	32.32	31.50	30.30	28.35	27.00	34.49	33.41	32.57	31.33	29.31	27.91
$\omega_3 \ .2$	33.16	32.08	31.23	29.98	27.93	26.51	34.29	33.17	32.29	30.99	28.88	27.41
$\omega_4 \ 0$	43.00	41.71	40.70	39.23	36.84	35.19	61.20	59.37	57.94	55.84	52.44	50.09
$\omega_4 \ .1$	42.76	41.43	40.38	38.84	36.34	34.61	60.87	58.97	57.48	55.29	51.73	49.27
$\omega_4 \ .2$	42.51	41.13	40.04	38.43	35.81	33.98	60.52	58.54	56.99	54.70	50.97	48.37

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \ 0$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83
$\omega_1 \ .1$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83
$\omega_1 \ .2$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83	2.83
$\omega_2 \ 0$	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27
$\omega_2 \ .1$	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27
$\omega_2 \ .2$	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.06	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27	11.27
$\omega_3 \ 0$	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23
$\omega_3 \ .1$	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23
$\omega_3 \ .2$	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	24.41	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23	25.23
$\omega_4 \ 0$	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54
$\omega_4 \ .1$	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54
$\omega_4 \ .2$	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	31.29	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54	44.54

Ek-C (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \ V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10

ω_1 0	5.46	5.26	5.10	4.83	4.36	3.98	5.08	4.89	4.73	4.50	4.07	3.75
ω_1 .1	5.54	5.32	5.14	4.86	4.33	3.90	5.11	4.91	4.75	4.49	4.02	3.66
ω_1 .2	5.62	5.40	5.20	4.89	4.30	3.79	5.15	4.94	4.76	4.48	3.97	3.56
ω_2 0	21.82	21.02	20.35	19.31	17.40	15.90	20.28	19.53	18.91	17.96	16.27	14.98
ω_2 .1	22.11	21.26	20.55	19.41	17.30	15.58	20.42	19.62	18.96	17.93	16.08	14.63
ω_2 .2	22.46	21.55	20.78	19.54	17.16	15.16	20.58	19.73	19.01	17.89	15.85	14.21
ω_3 0	48.97	47.17	45.68	43.34	39.07	35.68	45.53	43.84	42.45	40.30	36.52	33.62
ω_3 .1	49.63	47.72	46.12	43.57	38.83	34.96	45.84	44.04	42.56	40.24	36.09	32.85
ω_3 .2	50.42	48.38	46.65	43.85	38.52	34.03	46.20	44.28	42.68	40.17	35.57	31.90
ω_4 0	86.77	83.59	80.95	76.79	69.22	63.23	80.67	77.67	75.22	71.42	64.71	59.57
ω_4 .1	87.94	84.56	81.72	77.20	68.80	61.96	81.23	78.04	75.41	71.30	63.95	58.20
ω_4 .2	89.34	85.72	82.66	77.71	68.26	60.29	81.86	78.46	75.63	71.17	63.03	56.52

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.58	4.42	4.28	4.08	3.74	3.49	3.90	3.78	3.69	3.55	3.34	3.19
ω_1 .1	4.58	4.41	4.27	4.05	3.68	3.41	3.88	3.75	3.66	3.52	3.29	3.14
ω_1 .2	4.58	4.40	4.25	4.02	3.62	3.32	3.85	3.73	3.63	3.48	3.25	3.08
ω_2 0	18.30	17.64	17.11	16.30	14.94	13.94	15.56	15.10	14.73	14.20	13.33	12.74
ω_2 .1	18.30	17.60	17.04	16.18	14.71	13.62	15.48	15.00	14.62	14.06	13.16	12.53
ω_2 .2	18.30	17.56	16.96	16.05	14.46	13.26	15.39	14.89	14.49	13.91	12.96	12.30
ω_3 0	41.07	39.59	38.40	36.59	33.53	31.28	34.93	33.89	33.07	31.87	29.93	28.59
ω_3 .1	41.07	39.51	38.24	36.32	33.02	30.58	34.74	33.66	32.81	31.56	29.53	28.12
ω_3 .2	41.07	39.41	38.07	36.02	32.45	29.76	34.54	33.42	32.53	31.22	29.10	27.61
ω_4 0	72.77	70.15	68.04	64.84	59.41	55.43	61.90	60.05	58.60	56.48	53.04	50.66
ω_4 .1	72.77	70.00	67.77	64.36	58.52	54.18	61.57	59.64	58.14	55.92	52.33	49.83
ω_4 .2	72.77	69.84	67.46	63.82	57.50	52.74	61.21	59.21	57.64	55.33	51.56	48.93

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
ω_1 .1	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
ω_1 .2	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
ω_2 0	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32
ω_2 .1	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32
ω_2 .2	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32
ω_3 0	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42
ω_3 .1	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42
ω_3 .2	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42	25.42
ω_4 0	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04
ω_4 .1	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04
ω_4 .2	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04	45.04

Ek-D $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10

ω_1 0	1.84	1.77	1.71	1.63	1.46	1.34	1.91	1.84	1.78	1.69	1.52	1.39
ω_1 .1	1.86	1.79	1.73	1.63	1.46	1.31	1.93	1.86	1.80	1.70	1.51	1.36
ω_1 .2	1.89	1.81	1.75	1.64	1.44	1.28	1.96	1.88	1.82	1.71	1.50	1.33
ω_2 0	9.87	9.51	9.21	8.74	7.88	7.19	11.41	10.99	10.64	10.10	9.10	8.31
ω_2 .1	10.01	9.62	9.30	8.78	7.83	7.05	11.56	11.12	10.75	10.15	9.05	8.15
ω_2 .2	10.16	9.75	9.40	8.84	7.77	6.86	11.75	11.27	10.87	10.22	8.98	7.93
ω_3 0	14.90	14.36	13.90	13.19	11.89	10.86	29.92	28.82	27.91	26.48	23.87	21.80
ω_3 .1	15.11	14.52	14.04	13.26	11.82	10.64	30.33	29.16	28.18	26.62	23.72	21.36
ω_3 .2	15.34	14.72	14.20	13.35	11.73	10.36	30.81	29.56	28.50	26.80	23.54	20.79
ω_4 0	23.48	22.62	21.90	20.78	18.73	17.11	30.05	28.95	28.03	26.59	23.97	21.90
ω_4 .1	23.79	22.88	22.11	20.89	18.61	16.76	30.46	29.29	28.30	26.74	23.83	21.46
ω_4 .2	24.17	23.19	22.36	21.02	18.47	16.31	30.94	29.69	28.63	26.91	23.64	20.88

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.71	1.64	1.59	1.51	1.37	1.26	1.77	1.71	1.65	1.57	1.42	1.31
ω_1 .1	1.72	1.65	1.60	1.51	1.35	1.23	1.79	1.72	1.66	1.57	1.41	1.28
ω_1 .2	1.73	1.66	1.60	1.51	1.33	1.20	1.80	1.73	1.66	1.56	1.39	1.24
ω_2 0	9.18	8.84	8.56	8.12	7.36	6.78	10.61	10.21	9.89	9.39	8.51	7.83
ω_2 .1	9.24	8.88	8.58	8.11	7.27	6.62	10.68	10.26	9.92	9.38	8.41	7.65
ω_2 .2	9.31	8.93	8.60	8.10	7.17	6.43	10.76	10.32	9.94	9.36	8.29	7.43
ω_3 0	13.86	13.34	12.92	12.27	11.11	10.23	27.82	26.78	25.94	24.63	22.31	20.54
ω_3 .1	13.95	13.40	12.95	12.25	10.98	10.00	28.01	26.91	26.00	24.59	22.05	20.07
ω_3 .2	14.06	13.48	12.99	12.22	10.83	9.71	28.23	27.05	26.08	24.54	21.73	19.49
ω_4 0	21.83	21.02	20.35	19.32	17.51	16.12	27.94	26.90	26.05	24.73	22.41	20.63
ω_4 .1	21.98	21.11	20.40	19.29	17.30	15.75	28.13	27.03	26.12	24.69	22.15	20.16
ω_4 .2	22.15	21.23	20.46	19.26	17.05	15.29	28.35	27.17	26.19	24.65	21.83	19.57

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.54	1.48	1.44	1.37	1.26	1.17	1.60	1.54	1.50	1.43	1.31	1.22
ω_1 .1	1.54	1.48	1.43	1.36	1.24	1.15	1.60	1.54	1.49	1.42	1.29	1.19
ω_1 .2	1.54	1.48	1.43	1.35	1.22	1.12	1.60	1.54	1.48	1.40	1.26	1.16
ω_2 0	8.28	7.98	7.74	7.38	6.76	6.31	9.57	9.22	8.95	8.53	7.81	7.29
ω_2 .1	8.28	7.96	7.71	7.32	6.66	6.16	9.57	9.21	8.91	8.46	7.69	7.12
ω_2 .2	8.28	7.95	7.67	7.26	6.54	6.00	9.57	9.18	8.87	8.39	7.56	6.93
ω_3 0	12.50	12.05	11.69	11.14	10.20	9.52	25.09	24.19	23.46	22.36	20.49	19.11
ω_3 .1	12.50	12.02	11.64	11.06	10.05	9.31	25.09	24.14	23.37	22.19	20.18	18.68
ω_3 .2	12.50	12.00	11.59	10.96	9.88	9.06	25.09	24.08	23.26	22.01	19.83	18.19
ω_4 0	19.69	18.98	18.41	17.54	16.07	15.00	25.20	24.29	23.56	22.46	20.58	19.20
ω_4 .1	19.69	18.94	18.33	17.41	15.83	14.66	25.20	24.24	23.47	22.29	20.27	18.77
ω_4 .2	19.69	18.90	18.25	17.27	15.56	14.27	25.20	24.19	23.36	22.10	19.91	18.26

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.31	1.27	1.24	1.20	1.12	1.07	1.36	1.32	1.29	1.24	1.17	1.11
ω_1 .1	1.30	1.26	1.23	1.18	1.11	1.05	1.35	1.31	1.28	1.23	1.15	1.10
ω_1 .2	1.30	1.25	1.22	1.17	1.09	1.04	1.35	1.30	1.27	1.22	1.13	1.08
ω_2 0	7.04	6.83	6.67	6.43	6.03	5.76	8.14	7.90	7.71	7.43	6.97	6.66

$\omega_2 .1$	7.00	6.79	6.61	6.36	5.95	5.67	8.10	7.84	7.64	7.35	6.88	6.55
$\omega_2 .2$	6.96	6.74	6.56	6.29	5.87	5.57	8.05	7.79	7.58	7.28	6.78	6.43
$\omega_3 .0$	10.63	10.31	10.07	9.70	9.11	8.70	21.35	20.71	20.21	19.47	18.29	17.47
$\omega_3 .1$	10.57	10.24	9.99	9.61	8.99	8.56	21.23	20.57	20.05	19.28	18.04	17.18
$\omega_3 .2$	10.51	10.17	9.90	9.50	8.86	8.40	21.11	20.42	19.88	19.08	17.78	16.87
$\omega_4 .0$	16.75	16.25	15.86	15.28	14.35	13.71	21.44	20.80	20.30	19.56	18.37	17.55
$\omega_4 .1$	16.66	16.14	15.73	15.13	14.16	13.48	21.32	20.66	20.13	19.37	18.12	17.26
$\omega_4 .2$	16.56	16.02	15.60	14.97	13.95	13.24	21.20	20.51	19.96	19.16	17.86	16.94

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_1 .1$	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_1 .2$	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_2 .0$	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92
$\omega_2 .1$	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92
$\omega_2 .2$	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.12	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92	5.92
$\omega_3 .0$	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53
$\omega_3 .1$	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53
$\omega_3 .2$	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53	15.53
$\omega_4 .0$	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60
$\omega_4 .1$	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60
$\omega_4 .2$	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	12.19	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60	15.60

Ek-D (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.93	1.86	1.81	1.71	1.54	1.41	1.95	1.87	1.82	1.72	1.55	1.42
$\omega_1 .1$	1.96	1.89	1.82	1.72	1.53	1.38	1.97	1.90	1.83	1.73	1.54	1.39
$\omega_1 .2$	1.99	1.91	1.84	1.73	1.52	1.34	2.00	1.92	1.85	1.74	1.53	1.35
$\omega_2 .0$	11.97	11.53	11.17	10.59	9.55	8.72	12.15	11.71	11.34	10.75	9.69	8.85
$\omega_2 .1$	12.13	11.67	11.27	10.65	9.49	8.55	12.32	11.84	11.44	10.81	9.63	8.68
$\omega_2 .2$	12.32	11.83	11.40	10.72	9.42	8.32	12.51	12.01	11.58	10.88	9.56	8.44
$\omega_3 .0$	32.87	31.67	30.67	29.09	26.22	23.95	33.84	32.60	31.57	29.95	27.00	24.66
$\omega_3 .1$	33.32	32.03	30.96	29.25	26.06	23.47	34.30	32.98	31.87	30.11	26.83	24.16
$\omega_3 .2$	33.84	32.48	31.31	29.44	25.86	22.84	34.84	33.43	32.24	30.31	26.62	23.51
$\omega_4 .0$	60.26	58.06	56.22	53.33	48.08	43.91	65.80	63.39	61.39	58.23	52.50	47.95
$\omega_4 .1$	61.08	58.73	56.76	53.62	47.78	43.03	66.69	64.13	61.98	58.55	52.18	46.99
$\omega_4 .2$	62.05	59.54	57.41	53.97	47.41	41.87	67.75	65.01	62.69	58.93	51.77	45.72

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.80	1.73	1.68	1.59	1.44	1.33	1.81	1.74	1.69	1.60	1.45	1.34
$\omega_1 .1$	1.81	1.74	1.68	1.59	1.43	1.30	1.82	1.75	1.69	1.60	1.43	1.31
$\omega_1 .2$	1.83	1.75	1.69	1.59	1.41	1.26	1.84	1.76	1.70	1.60	1.41	1.27
$\omega_2 .0$	11.13	10.72	10.38	9.85	8.93	8.22	11.30	10.88	10.53	10.00	9.06	8.34

$\omega_2 .1$	11.21	10.77	10.40	9.84	8.82	8.03	11.38	10.93	10.56	9.99	8.96	8.15
$\omega_2 .2$	11.29	10.82	10.43	9.82	8.70	7.80	11.46	10.99	10.59	9.97	8.83	7.91
$\omega_3 .0$	30.56	29.43	28.50	27.06	24.51	22.57	31.46	30.29	29.34	27.85	25.24	23.23
$\omega_3 .1$	30.77	29.56	28.57	27.01	24.22	22.05	31.68	30.44	29.41	27.81	24.94	22.70
$\omega_3 .2$	31.01	29.72	28.65	26.96	23.88	21.41	31.93	30.60	29.50	27.76	24.58	22.04
$\omega_4 .0$	56.03	53.95	52.24	49.60	44.94	41.37	61.18	58.91	57.04	54.16	49.07	45.18
$\omega_4 .1$	56.41	54.20	52.37	49.52	44.41	40.42	61.60	59.18	57.19	54.08	48.49	44.14
$\omega_4 .2$	56.85	54.49	52.53	49.43	43.78	39.25	62.08	59.50	57.35	53.97	47.80	42.86

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.62	1.56	1.52	1.45	1.32	1.24	1.63	1.57	1.53	1.45	1.33	1.24
$\omega_1 .1$	1.62	1.56	1.51	1.44	1.30	1.21	1.63	1.57	1.52	1.44	1.31	1.22
$\omega_1 .2$	1.62	1.56	1.50	1.42	1.28	1.18	1.63	1.57	1.51	1.43	1.29	1.18
$\omega_2 .0$	10.04	9.68	9.39	8.95	8.20	7.65	10.19	9.82	9.53	9.08	8.32	7.76
$\omega_2 .1$	10.04	9.66	9.35	8.88	8.07	7.47	10.19	9.80	9.49	9.01	8.20	7.59
$\omega_2 .2$	10.04	9.63	9.31	8.80	7.93	7.28	10.19	9.78	9.45	8.94	8.05	7.39
$\omega_3 .0$	27.57	26.57	25.77	24.57	22.51	21.00	28.38	27.36	26.54	25.29	23.17	21.62
$\omega_3 .1$	27.57	26.52	25.67	24.38	22.17	20.53	28.38	27.30	26.43	25.10	22.82	21.13
$\omega_3 .2$	27.57	26.46	25.56	24.18	21.78	19.98	28.38	27.24	26.31	24.89	22.42	20.57
$\omega_4 .0$	50.54	48.72	47.25	45.04	41.26	38.50	55.19	53.20	51.60	49.18	45.06	42.04
$\omega_4 .1$	50.54	48.62	47.07	44.70	40.64	37.63	55.19	53.09	51.39	48.81	44.38	41.09
$\omega_4 .2$	50.54	48.51	46.85	44.32	39.93	36.63	55.19	52.97	51.16	48.40	43.60	40.00

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.13	1.39	1.35	1.31	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 .1$	1.37	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11	1.38	1.34	1.30	1.25	1.17	1.12
$\omega_1 .2$	1.36	1.32	1.29	1.23	1.15	1.09	1.37	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10
$\omega_2 .0$	8.54	8.28	8.08	7.79	7.32	6.99	8.67	8.41	8.21	7.91	7.43	7.10
$\omega_2 .1$	8.49	8.23	8.02	7.71	7.22	6.87	8.62	8.35	8.14	7.83	7.33	6.98
$\omega_2 .2$	8.44	8.17	7.95	7.63	7.11	6.75	8.57	8.29	8.07	7.75	7.22	6.85
$\omega_3 .0$	23.45	22.75	22.20	21.39	20.09	19.19	24.14	23.42	22.86	22.03	20.69	19.76
$\omega_3 .1$	23.32	22.59	22.02	21.18	19.82	18.88	24.01	23.26	22.67	21.81	20.41	19.43
$\omega_3 .2$	23.19	22.43	21.84	20.96	19.53	18.53	23.87	23.09	22.48	21.58	20.11	19.08
$\omega_4 .0$	42.99	41.71	40.70	39.22	36.84	35.19	46.94	45.54	44.44	42.83	40.22	38.42
$\omega_4 .1$	42.76	41.42	40.38	38.84	36.34	34.61	46.69	45.23	44.09	42.41	39.68	37.79
$\omega_4 .2$	42.51	41.12	40.03	38.43	35.81	33.98	46.42	44.90	43.71	41.96	39.10	37.10

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .1$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .2$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_2 .0$	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31
$\omega_2 .1$	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31
$\omega_2 .2$	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.21	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31	6.31
$\omega_3 .0$	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57
$\omega_3 .1$	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57

$\omega_3 .2$	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.06	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57	17.57
$\omega_4 .0$	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16
$\omega_4 .1$	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16
$\omega_4 .2$	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	31.28	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16	34.16

Ek-D (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranı için porositeli ve 4 tane 0.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.95	1.88	1.82	1.73	1.56	1.42	1.81	1.74	1.69	1.60	1.45	1.34
$\omega_1 .1$	1.98	1.90	1.84	1.73	1.55	1.39	1.82	1.75	1.69	1.60	1.44	1.31
$\omega_1 .2$	2.01	1.93	1.86	1.75	1.53	1.35	1.84	1.76	1.70	1.60	1.42	1.27
$\omega_2 .0$	12.19	11.75	11.38	10.79	9.73	8.89	11.34	10.92	10.57	10.04	9.09	8.37
$\omega_2 .1$	12.36	11.88	11.49	10.85	9.67	8.71	11.42	10.97	10.60	10.02	8.99	8.18
$\omega_2 .2$	12.56	12.05	11.62	10.92	9.59	8.47	11.50	11.03	10.63	10.00	8.86	7.94
$\omega_3 .0$	34.06	32.81	31.77	30.14	27.17	24.82	31.67	30.49	29.52	28.03	25.40	23.38
$\omega_3 .1$	34.52	33.19	32.08	30.30	27.00	24.32	31.88	30.63	29.60	27.99	25.10	22.85
$\omega_3 .2$	35.07	33.65	32.44	30.50	26.79	23.66	32.13	30.80	29.69	27.94	24.74	22.18
$\omega_4 .0$	66.49	64.06	62.03	58.84	53.05	48.45	61.82	59.52	57.64	54.73	49.59	45.65
$\omega_4 .1$	67.39	64.80	62.63	59.16	52.72	47.48	62.25	59.80	57.79	54.64	49.00	44.60
$\omega_4 .2$	68.46	65.69	63.34	59.55	52.31	46.20	62.73	60.12	57.96	54.54	48.30	43.31

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.63	1.58	1.53	1.46	1.33	1.25	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 .1$	1.63	1.57	1.52	1.45	1.31	1.22	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_1 .2$	1.63	1.57	1.52	1.43	1.29	1.18	1.38	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10
$\omega_2 .0$	10.23	9.86	9.56	9.11	8.35	7.79	8.70	8.44	8.24	7.94	7.45	7.12
$\omega_2 .1$	10.23	9.84	9.52	9.05	8.22	7.61	8.65	8.38	8.17	7.86	7.35	7.00
$\omega_2 .2$	10.23	9.82	9.48	8.97	8.08	7.41	8.60	8.32	8.10	7.78	7.25	6.88
$\omega_3 .0$	28.56	27.53	26.71	25.45	23.32	21.76	24.30	23.57	23.00	22.17	20.82	19.89
$\omega_3 .1$	28.56	27.48	26.60	25.26	22.97	21.27	24.17	23.41	22.82	21.95	20.54	19.56
$\omega_3 .2$	28.56	27.41	26.48	25.05	22.57	20.70	24.02	23.24	22.62	21.72	20.24	19.20
$\omega_4 .0$	55.77	53.76	52.14	49.69	45.53	42.48	47.44	46.02	44.91	43.28	40.65	38.83
$\omega_4 .1$	55.77	53.64	51.93	49.32	44.84	41.52	47.18	45.71	44.55	42.85	40.10	38.19
$\omega_4 .2$	55.77	53.52	51.70	48.91	44.06	40.42	46.91	45.37	44.17	42.40	39.51	37.49

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .1$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_1 .2$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
$\omega_2 .0$	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33
$\omega_2 .1$	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33
$\omega_2 .2$	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33	6.33
$\omega_3 .0$	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68
$\omega_3 .1$	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68

$\omega_3 .2$	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68	17.68
$\omega_4 .0$	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52
$\omega_4 .1$	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52
$\omega_4 .2$	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52	34.52

Ek-E $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	4.39	4.23	4.09	3.88	3.50	3.20	4.93	4.75	4.60	4.36	3.93	3.59
$\omega_1 .1$	4.45	4.28	4.13	3.91	3.48	3.13	4.99	4.80	4.64	4.38	3.91	3.52
$\omega_1 .2$	4.52	4.34	4.18	3.93	3.45	3.05	5.07	4.87	4.69	4.41	3.88	3.42
$\omega_2 .0$	14.18	13.66	13.23	12.55	11.31	10.33	18.90	18.21	17.64	16.73	15.08	13.77
$\omega_2 .1$	14.37	13.82	13.35	12.62	11.24	10.12	19.16	18.42	17.80	16.82	14.99	13.50
$\omega_2 .2$	14.60	14.01	13.51	12.70	11.16	9.85	19.46	18.68	18.01	16.93	14.87	13.14
$\omega_3 .0$	15.72	15.14	14.66	13.91	12.54	11.45	29.31	28.23	27.34	25.94	23.38	21.36
$\omega_3 .1$	15.93	15.32	14.80	13.98	12.46	11.22	29.70	28.56	27.60	26.08	23.24	20.93
$\omega_3 .2$	16.18	15.53	14.97	14.07	12.36	10.92	30.18	28.96	27.92	26.25	23.06	20.36
$\omega_4 .0$	30.24	29.13	28.21	26.76	24.12	22.03	40.06	38.59	37.37	35.45	31.96	29.19
$\omega_4 .1$	30.65	29.47	28.48	26.90	23.98	21.59	40.60	39.04	37.73	35.64	31.76	28.60
$\omega_4 .2$	31.13	29.87	28.81	27.08	23.79	21.01	41.24	39.58	38.16	35.87	31.51	27.83

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	4.08	3.93	3.80	3.61	3.27	3.01	4.58	4.41	4.27	4.06	3.67	3.38
$\omega_1 .1$	4.11	3.95	3.81	3.61	3.23	2.94	4.61	4.43	4.28	4.05	3.63	3.31
$\omega_1 .2$	4.14	3.97	3.83	3.60	3.19	2.86	4.65	4.46	4.30	4.04	3.58	3.21
$\omega_2 .0$	13.18	12.69	12.29	11.67	10.57	9.73	17.58	16.92	16.39	15.56	14.10	12.98
$\omega_2 .1$	13.27	12.75	12.32	11.65	10.45	9.51	17.70	17.00	16.43	15.53	13.93	12.68
$\omega_2 .2$	13.38	12.82	12.36	11.63	10.30	9.24	17.83	17.09	16.48	15.51	13.73	12.31
$\omega_3 .0$	14.61	14.07	13.62	12.94	11.72	10.79	27.25	26.24	25.41	24.12	21.86	20.12
$\omega_3 .1$	14.71	14.13	13.66	12.91	11.58	10.54	27.44	26.36	25.47	24.08	21.60	19.66
$\omega_3 .2$	14.83	14.21	13.70	12.89	11.42	10.24	27.65	26.50	25.55	24.04	21.29	19.09
$\omega_4 .0$	28.11	27.07	26.21	24.89	22.55	20.76	37.24	35.86	34.72	32.97	29.87	27.50
$\omega_4 .1$	28.31	27.20	26.28	24.85	22.28	20.28	37.50	36.03	34.81	32.92	29.52	26.87
$\omega_4 .2$	28.53	27.34	26.36	24.80	21.96	19.70	37.79	36.22	34.91	32.86	29.10	26.09

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.68	3.55	3.44	3.28	3.01	2.80	4.13	3.98	3.86	3.68	3.37	3.15
$\omega_1 .1$	3.68	3.54	3.43	3.26	2.96	2.74	4.13	3.98	3.85	3.66	3.32	3.08
$\omega_1 .2$	3.68	3.53	3.41	3.23	2.91	2.67	4.13	3.97	3.83	3.62	3.27	3.00
$\omega_2 .0$	11.89	11.46	11.12	10.60	9.71	9.06	15.85	15.28	14.82	14.13	12.94	12.08
$\omega_2 .1$	11.89	11.44	11.07	10.52	9.56	8.85	15.85	15.25	14.76	14.02	12.75	11.80
$\omega_2 .2$	11.89	11.41	11.02	10.43	9.40	8.62	15.85	15.22	14.70	13.90	12.53	11.49
$\omega_3 .0$	13.18	12.71	12.32	11.74	10.76	10.04	24.58	23.69	22.98	21.90	20.07	18.72
$\omega_3 .1$	13.18	12.68	12.27	11.66	10.60	9.81	24.58	23.64	22.89	21.74	19.77	18.30

$\omega_3 .2$	13.18	12.65	12.22	11.56	10.41	9.55	24.58	23.59	22.79	21.56	19.42	17.81
$\omega_4 .0$	25.36	24.45	23.71	22.60	20.70	19.32	33.60	32.38	31.41	29.94	27.43	25.59
$\omega_4 .1$	25.36	24.40	23.62	22.43	20.39	18.88	33.60	32.32	31.28	29.71	27.02	25.01
$\omega_4 .2$	25.36	24.34	23.51	22.24	20.04	18.38	33.60	32.24	31.14	29.46	26.54	24.35

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.13	3.04	2.96	2.86	2.68	2.56	3.52	3.41	3.33	3.21	3.01	2.88
$\omega_1 .1$	3.11	3.02	2.94	2.83	2.65	2.52	3.50	3.39	3.30	3.18	2.97	2.83
$\omega_1 .2$	3.10	3.00	2.92	2.80	2.61	2.47	3.48	3.36	3.27	3.14	2.93	2.78
$\omega_2 .0$	10.12	9.81	9.58	9.23	8.67	8.28	13.49	13.08	12.77	12.30	11.56	11.04
$\omega_2 .1$	10.06	9.75	9.50	9.14	8.55	8.14	13.41	12.99	12.67	12.18	11.40	10.86
$\omega_2 .2$	10.00	9.68	9.42	9.04	8.43	8.00	13.33	12.90	12.56	12.05	11.23	10.66
$\omega_3 .0$	11.21	10.88	10.61	10.23	9.61	9.18	20.91	20.28	19.79	19.08	17.92	17.11
$\omega_3 .1$	11.15	10.80	10.53	10.13	9.48	9.03	20.80	20.15	19.64	18.89	17.67	16.83
$\omega_3 .2$	11.09	10.72	10.44	10.02	9.34	8.86	20.67	20.00	19.47	18.69	17.41	16.53
$\omega_4 .0$	21.57	20.93	20.42	19.68	18.48	17.66	28.58	27.72	27.05	26.07	24.49	23.39
$\omega_4 .1$	21.45	20.79	20.26	19.49	18.23	17.36	28.42	27.53	26.84	25.82	24.16	23.00
$\omega_4 .2$	21.33	20.63	20.09	19.28	17.97	17.05	28.26	27.33	26.61	25.54	23.80	22.59

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56
$\omega_1 .1$	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56
$\omega_1 .2$	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.28	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56
$\omega_2 .0$	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81
$\omega_2 .1$	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81
$\omega_2 .2$	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	7.36	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81	9.81
$\omega_3 .0$	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21
$\omega_3 .1$	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21
$\omega_3 .2$	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	8.16	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21
$\omega_4 .0$	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80
$\omega_4 .1$	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80
$\omega_4 .2$	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	15.70	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80	20.80

Ek-E (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	5.21	5.02	4.86	4.61	4.15	3.79	5.35	5.15	4.99	4.73	4.27	3.90
$\omega_1 .1$	5.28	5.08	4.90	4.63	4.13	3.72	5.42	5.21	5.04	4.76	4.24	3.82
$\omega_1 .2$	5.36	5.14	4.96	4.66	4.10	3.62	5.51	5.28	5.09	4.79	4.21	3.72
$\omega_2 .0$	20.59	19.83	19.20	18.22	16.42	15.00	21.33	20.54	19.90	18.87	17.01	15.54
$\omega_2 .1$	20.86	20.06	19.39	18.32	16.32	14.70	21.61	20.78	20.09	18.97	16.91	15.23
$\omega_2 .2$	21.19	20.34	19.61	18.44	16.20	14.30	21.96	21.07	20.32	19.10	16.78	14.82
$\omega_3 .0$	45.45	43.78	42.40	40.22	36.25	33.11	47.74	45.99	44.53	42.25	38.08	34.79

$\omega_3 .1$	46.06	44.29	42.80	40.43	36.03	32.45	48.38	46.52	44.96	42.47	37.85	34.09
$\omega_3 .2$	46.79	44.90	43.29	40.70	35.75	31.58	49.15	47.16	45.48	42.75	37.56	33.17
$\omega_4 .0$	59.46	57.28	55.47	52.62	47.43	43.33	84.25	81.16	78.60	74.56	67.21	61.39
$\omega_4 .1$	60.26	57.95	56.00	52.90	47.15	42.46	85.39	82.11	79.35	74.96	66.80	60.16
$\omega_4 .2$	61.22	58.74	56.64	53.25	46.78	41.31	86.74	83.24	80.26	75.45	66.28	58.54

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	4.84	4.66	4.51	4.29	3.88	3.58	4.97	4.79	4.64	4.40	3.99	3.67
$\omega_1 .1$	4.87	4.68	4.53	4.28	3.84	3.49	5.01	4.81	4.65	4.39	3.94	3.59
$\omega_1 .2$	4.91	4.71	4.54	4.27	3.78	3.39	5.05	4.84	4.66	4.39	3.88	3.48
$\omega_2 .0$	19.14	18.43	17.84	16.94	15.35	14.13	19.83	19.09	18.49	17.55	15.90	14.64
$\omega_2 .1$	19.27	18.51	17.89	16.92	15.17	13.81	19.96	19.18	18.53	17.53	15.72	14.31
$\omega_2 .2$	19.42	18.61	17.94	16.88	14.95	13.41	20.12	19.28	18.59	17.49	15.49	13.89
$\omega_3 .0$	42.25	40.68	39.40	37.40	33.89	31.20	44.38	42.73	41.38	39.29	35.60	32.77
$\omega_3 .1$	42.54	40.87	39.49	37.35	33.49	30.48	44.69	42.93	41.49	39.23	35.18	32.02
$\omega_3 .2$	42.87	41.09	39.61	37.28	33.01	29.60	45.04	43.16	41.61	39.16	34.68	31.09
$\omega_4 .0$	55.28	53.23	51.54	48.94	44.34	40.82	78.33	75.42	73.03	69.34	62.83	57.84
$\omega_4 .1$	55.66	53.48	51.67	48.86	43.82	39.88	78.87	75.77	73.22	69.23	62.09	56.51
$\omega_4 .2$	56.09	53.76	51.82	48.77	43.19	38.73	79.48	76.18	73.43	69.10	61.20	54.88

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	4.37	4.21	4.08	3.89	3.57	3.33	4.49	4.32	4.19	4.00	3.66	3.42
$\omega_1 .1$	4.37	4.20	4.07	3.86	3.51	3.25	4.49	4.31	4.18	3.97	3.61	3.34
$\omega_1 .2$	4.37	4.19	4.05	3.83	3.45	3.17	4.49	4.30	4.16	3.93	3.54	3.25
$\omega_2 .0$	17.26	16.64	16.14	15.38	14.09	13.15	17.89	17.24	16.72	15.94	14.60	13.62
$\omega_2 .1$	17.26	16.61	16.08	15.27	13.88	12.85	17.89	17.21	16.66	15.82	14.38	13.32
$\omega_2 .2$	17.26	16.57	16.00	15.14	13.64	12.51	17.89	17.17	16.58	15.69	14.13	12.96
$\omega_3 .0$	38.11	36.74	35.63	33.96	31.12	29.03	40.04	38.59	37.43	35.67	32.69	30.50
$\omega_3 .1$	38.11	36.66	35.49	33.71	30.65	28.38	40.04	38.51	37.28	35.41	32.19	29.81
$\omega_3 .2$	38.11	36.58	35.33	33.43	30.11	27.62	40.04	38.42	37.11	35.11	31.63	29.01
$\omega_4 .0$	49.87	48.07	46.62	44.43	40.71	37.98	70.66	68.11	66.06	62.96	57.69	53.82
$\omega_4 .1$	49.87	47.97	46.44	44.11	40.10	37.13	70.66	67.97	65.80	62.49	56.82	52.61
$\omega_4 .2$	49.87	47.86	46.23	43.73	39.40	36.14	70.66	67.81	65.50	61.97	55.83	51.21

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.72	3.60	3.52	3.39	3.18	3.04	3.82	3.70	3.61	3.48	3.27	3.12
$\omega_1 .1$	3.69	3.58	3.49	3.36	3.14	2.99	3.79	3.68	3.58	3.45	3.23	3.07
$\omega_1 .2$	3.67	3.55	3.46	3.32	3.09	2.94	3.77	3.65	3.55	3.41	3.18	3.02
$\omega_2 .0$	14.69	14.25	13.90	13.40	12.58	12.02	15.21	14.76	14.40	13.88	13.04	12.45
$\omega_2 .1$	14.61	14.15	13.79	13.27	12.41	11.82	15.13	14.66	14.29	13.74	12.86	12.25
$\omega_2 .2$	14.52	14.05	13.67	13.13	12.23	11.61	15.04	14.55	14.17	13.60	12.67	12.02
$\omega_3 .0$	32.42	31.45	30.69	29.58	27.78	26.54	34.06	33.04	32.24	31.07	29.18	27.87
$\omega_3 .1$	32.24	31.24	30.45	29.29	27.41	26.10	33.87	32.81	31.98	30.77	28.79	27.41
$\omega_3 .2$	32.06	31.01	30.19	28.98	27.00	25.62	33.67	32.57	31.71	30.44	28.36	26.92
$\omega_4 .0$	42.42	41.15	40.16	38.70	36.35	34.72	60.10	58.31	56.90	54.84	51.50	49.19
$\omega_4 .1$	42.19	40.87	39.84	38.32	35.86	34.15	59.78	57.91	56.45	54.30	50.81	48.38

$\omega_4 .2$	41.94	40.57	39.50	37.91	35.33	33.53	59.43	57.49	55.97	53.72	50.06	47.50
---------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78
$\omega_1 .1$	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78
$\omega_1 .2$	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.70	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78
$\omega_2 \quad 0$	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07
$\omega_2 .1$	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07
$\omega_2 .2$	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07	11.07
$\omega_3 \quad 0$	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78
$\omega_3 .1$	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78
$\omega_3 .2$	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	23.59	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78	24.78
$\omega_4 \quad 0$	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74
$\omega_4 .1$	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74
$\omega_4 .2$	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	30.87	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74	43.74

Ek-E (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	5.39	5.20	5.03	4.77	4.30	3.93	5.02	4.83	4.68	4.44	4.02	3.70
$\omega_1 .1$	5.47	5.26	5.08	4.80	4.28	3.85	5.05	4.85	4.69	4.43	3.98	3.62
$\omega_1 .2$	5.55	5.33	5.14	4.83	4.24	3.75	5.09	4.88	4.70	4.43	3.92	3.51
$\omega_2 \quad 0$	21.55	20.76	20.10	19.07	17.19	15.70	20.04	19.29	18.68	17.74	16.07	14.79
$\omega_2 .1$	21.84	21.00	20.30	19.17	17.09	15.39	20.17	19.38	18.73	17.71	15.88	14.46
$\omega_2 .2$	22.19	21.29	20.53	19.30	16.95	14.97	20.33	19.49	18.78	17.68	15.65	14.04
$\omega_3 \quad 0$	48.37	46.60	45.13	42.81	38.59	35.25	44.97	43.30	41.93	39.81	36.07	33.21
$\omega_3 .1$	49.03	47.14	45.56	43.04	38.36	34.54	45.28	43.50	42.04	39.75	35.65	32.45
$\omega_3 .2$	49.80	47.79	46.08	43.32	38.06	33.61	45.64	43.74	42.16	39.68	35.14	31.51
$\omega_4 \quad 0$	85.71	82.57	79.96	75.85	68.38	62.46	79.69	76.73	74.30	70.55	63.92	58.84
$\omega_4 .1$	86.87	83.53	80.72	76.26	67.96	61.20	80.23	77.08	74.49	70.43	63.17	57.49
$\omega_4 .2$	88.25	84.68	81.65	76.76	67.43	59.55	80.86	77.50	74.71	70.30	62.26	55.83

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	4.52	4.36	4.23	4.03	3.69	3.45	3.85	3.73	3.64	3.51	3.30	3.15
$\omega_1 .1$	4.52	4.35	4.21	4.00	3.64	3.37	3.83	3.71	3.61	3.48	3.25	3.10
$\omega_1 .2$	4.52	4.34	4.19	3.97	3.57	3.28	3.81	3.68	3.58	3.44	3.21	3.04
$\omega_2 \quad 0$	18.07	17.42	16.90	16.10	14.75	13.77	15.37	14.91	14.55	14.03	13.17	12.58
$\omega_2 .1$	18.07	17.39	16.83	15.98	14.53	13.46	15.29	14.81	14.44	13.89	13.00	12.38
$\omega_2 .2$	18.07	17.35	16.75	15.85	14.28	13.10	15.20	14.70	14.32	13.74	12.80	12.15
$\omega_3 \quad 0$	40.57	39.11	37.93	36.15	33.12	30.90	34.51	33.48	32.67	31.48	29.57	28.24
$\omega_3 .1$	40.57	39.03	37.78	35.88	32.62	30.21	34.32	33.25	32.41	31.18	29.17	27.78
$\omega_3 .2$	40.57	38.94	37.61	35.58	32.05	29.40	34.12	33.01	32.13	30.84	28.74	27.28
$\omega_4 \quad 0$	71.88	69.29	67.21	64.05	58.69	54.75	61.15	59.32	57.89	55.79	52.39	50.05
$\omega_4 .1$	71.88	69.15	66.94	63.58	57.80	53.52	60.81	58.92	57.43	55.24	51.69	49.22

$\omega_4 .2$	71.88	68.99	66.64	63.04	56.79	52.09	60.46	58.49	56.94	54.65	50.93	48.33
---------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_1 \quad .1$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_1 \quad .2$	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80
$\omega_2 \quad 0$	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19
$\omega_2 \quad .1$	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19
$\omega_2 \quad .2$	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19	11.19
$\omega_3 \quad 0$	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
$\omega_3 \quad .1$	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
$\omega_3 \quad .2$	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
$\omega_4 \quad 0$	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49
$\omega_4 \quad .1$	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49
$\omega_4 \quad .2$	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49	44.49

Ek-F $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.69	1.63	1.58	1.50	1.35	1.24	1.83	1.76	1.70	1.62	1.46	1.33
$\omega_1 \quad .1$	1.72	1.65	1.60	1.51	1.34	1.21	1.85	1.78	1.72	1.62	1.45	1.30
$\omega_1 \quad .2$	1.75	1.67	1.61	1.52	1.33	1.18	1.88	1.80	1.74	1.64	1.44	1.27
$\omega_2 \quad 0$	9.13	8.79	8.51	8.08	7.28	6.65	10.89	10.49	10.16	9.64	8.69	7.94
$\omega_2 \quad .1$	9.25	8.89	8.60	8.12	7.24	6.52	11.04	10.61	10.26	9.69	8.64	7.78
$\omega_2 \quad .2$	9.40	9.02	8.69	8.17	7.18	6.34	11.21	10.76	10.38	9.75	8.57	7.57
$\omega_3 \quad 0$	14.36	13.83	13.40	12.71	11.46	10.46	28.49	27.44	26.57	25.21	22.72	20.76
$\omega_3 \quad .1$	14.55	14.00	13.53	12.78	11.39	10.25	28.87	27.76	26.83	25.34	22.59	20.34
$\omega_3 \quad .2$	14.79	14.19	13.68	12.86	11.30	9.98	29.33	28.14	27.14	25.51	22.41	19.79
$\omega_4 \quad 0$	21.75	20.95	20.29	19.25	17.35	15.85	29.35	28.27	27.38	25.97	23.41	21.39
$\omega_4 \quad .1$	22.05	21.20	20.49	19.35	17.25	15.53	29.75	28.60	27.64	26.11	23.27	20.96
$\omega_4 \quad .2$	22.39	21.49	20.72	19.48	17.11	15.11	30.22	29.00	27.96	26.28	23.09	20.39

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.58	1.52	1.47	1.40	1.26	1.16	1.70	1.63	1.58	1.50	1.36	1.25
$\omega_1 \quad .1$	1.59	1.52	1.47	1.39	1.25	1.14	1.71	1.64	1.59	1.50	1.35	1.22
$\omega_1 \quad .2$	1.60	1.53	1.48	1.39	1.23	1.10	1.72	1.65	1.59	1.50	1.33	1.19
$\omega_2 \quad 0$	8.49	8.17	7.91	7.51	6.81	6.27	10.13	9.75	9.44	8.96	8.12	7.48
$\omega_2 \quad .1$	8.54	8.21	7.93	7.50	6.73	6.12	10.20	9.80	9.46	8.95	8.03	7.31
$\omega_2 \quad .2$	8.61	8.25	7.95	7.49	6.63	5.94	10.27	9.85	9.49	8.93	7.91	7.09
$\omega_3 \quad 0$	13.35	12.86	12.45	11.82	10.71	9.86	26.48	25.50	24.69	23.45	21.24	19.56
$\omega_3 \quad .1$	13.44	12.92	12.48	11.80	10.58	9.63	26.67	25.62	24.76	23.41	20.99	19.11
$\omega_3 \quad .2$	13.55	12.98	12.52	11.78	10.43	9.35	26.87	25.76	24.83	23.36	20.69	18.55
$\omega_4 \quad 0$	20.22	19.47	18.86	17.90	16.22	14.93	27.29	26.27	25.44	24.16	21.89	20.15
$\omega_4 \quad .1$	20.36	19.56	18.90	17.87	16.03	14.59	27.47	26.40	25.51	24.12	21.63	19.69

$\omega_4 .2$	20.52	19.67	18.96	17.84	15.80	14.17	27.69	26.54	25.58	24.07	21.32	19.12
---------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.42	1.37	1.33	1.27	1.16	1.08	1.53	1.48	1.43	1.36	1.25	1.17
$\omega_1 \quad .1$	1.42	1.37	1.32	1.26	1.14	1.06	1.53	1.47	1.43	1.35	1.23	1.14
$\omega_1 \quad .2$	1.42	1.36	1.32	1.25	1.12	1.03	1.53	1.47	1.42	1.34	1.21	1.11
$\omega_2 \quad 0$	7.65	7.38	7.16	6.82	6.25	5.83	9.13	8.80	8.54	8.14	7.46	6.96
$\omega_2 \quad .1$	7.65	7.36	7.13	6.77	6.15	5.70	9.13	8.79	8.51	8.08	7.34	6.80
$\omega_2 \quad .2$	7.65	7.35	7.10	6.71	6.05	5.55	9.13	8.77	8.47	8.01	7.22	6.62
$\omega_3 \quad 0$	12.04	11.61	11.26	10.73	9.83	9.17	23.89	23.03	22.34	21.29	19.50	18.20
$\omega_3 \quad .1$	12.04	11.59	11.22	10.65	9.68	8.97	23.89	22.98	22.25	21.13	19.21	17.79
$\omega_3 \quad .2$	12.04	11.56	11.17	10.56	9.52	8.73	23.89	22.93	22.15	20.95	18.88	17.31
$\omega_4 \quad 0$	18.24	17.58	17.06	16.25	14.89	13.89	24.61	23.73	23.01	21.93	20.10	18.75
$\omega_4 \quad .1$	18.24	17.55	16.99	16.13	14.67	13.58	24.61	23.68	22.92	21.77	19.79	18.33
$\omega_4 \quad .2$	18.24	17.51	16.91	16.00	14.41	13.22	24.61	23.62	22.82	21.59	19.45	17.84

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.21	1.17	1.14	1.10	1.04	0.99	1.30	1.26	1.23	1.19	1.12	1.07
$\omega_1 \quad .1$	1.20	1.17	1.14	1.09	1.02	0.97	1.30	1.25	1.22	1.18	1.10	1.05
$\omega_1 \quad .2$	1.20	1.16	1.13	1.08	1.01	0.96	1.29	1.25	1.21	1.16	1.08	1.03
$\omega_2 \quad 0$	6.51	6.32	6.16	5.94	5.58	5.33	7.77	7.54	7.36	7.09	6.66	6.36
$\omega_2 \quad .1$	6.48	6.27	6.12	5.88	5.50	5.24	7.73	7.49	7.30	7.02	6.57	6.25
$\omega_2 \quad .2$	6.44	6.23	6.06	5.82	5.42	5.15	7.68	7.43	7.23	6.94	6.47	6.14
$\omega_3 \quad 0$	10.24	9.94	9.70	9.35	8.78	8.39	20.32	19.71	19.24	18.54	17.41	16.63
$\omega_3 \quad .1$	10.19	9.87	9.62	9.26	8.66	8.25	20.21	19.58	19.09	18.36	17.18	16.36
$\omega_3 \quad .2$	10.13	9.80	9.54	9.16	8.53	8.10	20.09	19.44	18.92	18.16	16.93	16.06
$\omega_4 \quad 0$	15.52	15.05	14.69	14.16	13.30	12.70	20.94	20.31	19.82	19.10	17.94	17.14
$\omega_4 \quad .1$	15.43	14.95	14.57	14.02	13.12	12.49	20.82	20.17	19.66	18.92	17.70	16.85
$\omega_4 \quad .2$	15.34	14.84	14.45	13.87	12.92	12.26	20.70	20.03	19.50	18.71	17.44	16.55

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
$\omega_1 \quad .1$	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
$\omega_1 \quad .2$	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
$\omega_2 \quad 0$	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65
$\omega_2 \quad .1$	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65
$\omega_2 \quad .2$	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65
$\omega_3 \quad 0$	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79
$\omega_3 \quad .1$	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79
$\omega_3 \quad .2$	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	7.45	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79	14.79
$\omega_4 \quad 0$	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24
$\omega_4 \quad .1$	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24
$\omega_4 \quad .2$	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	11.29	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24	15.24

Ek-F (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.89	1.82	1.76	1.67	1.51	1.38	1.92	1.85	1.79	1.70	1.53	1.40
$\omega_1 \quad .1$	1.92	1.84	1.78	1.68	1.50	1.35	1.95	1.87	1.81	1.71	1.52	1.37
$\omega_1 \quad .2$	1.95	1.87	1.80	1.69	1.49	1.31	1.98	1.90	1.83	1.72	1.51	1.34
$\omega_2 \quad 0$	11.67	11.24	10.89	10.33	9.31	8.50	11.99	11.55	11.19	10.61	9.57	8.74
$\omega_2 \quad .1$	11.83	11.37	10.99	10.38	9.25	8.33	12.15	11.69	11.29	10.67	9.51	8.56
$\omega_2 \quad .2$	12.01	11.53	11.12	10.45	9.18	8.11	12.35	11.85	11.42	10.74	9.43	8.33
$\omega_3 \quad 0$	31.97	30.80	29.82	28.29	25.50	23.30	33.35	32.12	31.11	29.51	26.60	24.30
$\omega_3 \quad .1$	32.40	31.16	30.11	28.44	25.35	22.83	33.80	32.50	31.41	29.67	26.44	23.81
$\omega_3 \quad .2$	32.91	31.58	30.45	28.63	25.15	22.21	34.33	32.95	31.77	29.86	26.23	23.17
$\omega_4 \quad 0$	59.33	57.16	55.35	52.51	47.34	43.24	64.69	62.32	60.35	57.25	51.61	47.14
$\omega_4 \quad .1$	60.14	57.82	55.88	52.79	47.05	42.37	65.57	63.05	60.93	57.56	51.30	46.19
$\omega_4 \quad .2$	61.09	58.62	56.52	53.14	46.68	41.23	66.61	63.91	61.63	57.94	50.90	44.95

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.76	1.69	1.64	1.56	1.41	1.30	1.79	1.72	1.67	1.58	1.43	1.32
$\omega_1 \quad .1$	1.77	1.70	1.64	1.55	1.39	1.27	1.80	1.73	1.67	1.58	1.42	1.29
$\omega_1 \quad .2$	1.78	1.71	1.65	1.55	1.37	1.23	1.81	1.74	1.68	1.58	1.40	1.25
$\omega_2 \quad 0$	10.85	10.45	10.12	9.60	8.70	8.01	11.15	10.73	10.40	9.87	8.94	8.23
$\omega_2 \quad .1$	10.92	10.49	10.14	9.59	8.60	7.83	11.23	10.78	10.42	9.85	8.84	8.04
$\omega_2 \quad .2$	11.01	10.55	10.17	9.57	8.48	7.60	11.31	10.84	10.45	9.84	8.71	7.81
$\omega_3 \quad 0$	29.72	28.62	27.71	26.31	23.84	21.95	31.00	29.85	28.91	27.45	24.87	22.89
$\omega_3 \quad .1$	29.93	28.75	27.78	26.27	23.56	21.44	31.22	29.99	28.98	27.40	24.58	22.37
$\omega_3 \quad .2$	30.16	28.91	27.86	26.22	23.22	20.82	31.46	30.15	29.07	27.35	24.22	21.72
$\omega_4 \quad 0$	55.17	53.12	51.44	48.84	44.25	40.73	60.15	57.91	56.08	53.25	48.24	44.41
$\omega_4 \quad .1$	55.54	53.36	51.57	48.76	43.73	39.80	60.56	58.18	56.22	53.16	47.68	43.40
$\omega_4 \quad .2$	55.98	53.65	51.72	48.67	43.10	38.65	61.03	58.50	56.39	53.06	46.99	42.14

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.59	1.53	1.48	1.41	1.29	1.21	1.61	1.55	1.51	1.44	1.32	1.23
$\omega_1 \quad .1$	1.59	1.53	1.48	1.40	1.28	1.18	1.61	1.55	1.50	1.43	1.30	1.20
$\omega_1 \quad .2$	1.59	1.52	1.47	1.39	1.25	1.15	1.61	1.55	1.50	1.41	1.27	1.17
$\omega_2 \quad 0$	9.79	9.43	9.15	8.72	7.99	7.45	10.06	9.69	9.40	8.96	8.21	7.66
$\omega_2 \quad .1$	9.79	9.41	9.11	8.66	7.87	7.29	10.06	9.67	9.37	8.90	8.09	7.49
$\omega_2 \quad .2$	9.79	9.39	9.07	8.58	7.73	7.09	10.06	9.65	9.32	8.82	7.95	7.29
$\omega_3 \quad 0$	26.81	25.84	25.07	23.89	21.89	20.42	27.97	26.96	26.15	24.92	22.83	21.30
$\omega_3 \quad .1$	26.81	25.79	24.97	23.71	21.56	19.96	27.97	26.90	26.04	24.74	22.49	20.82
$\omega_3 \quad .2$	26.81	25.73	24.86	23.51	21.18	19.43	27.97	26.84	25.93	24.53	22.10	20.27
$\omega_4 \quad 0$	49.76	47.97	46.53	44.34	40.63	37.90	54.26	52.30	50.73	48.35	44.29	41.33
$\omega_4 \quad .1$	49.76	47.87	46.34	44.01	40.02	37.05	54.26	52.19	50.52	47.99	43.63	40.40
$\omega_4 \quad .2$	49.76	47.76	46.13	43.64	39.32	36.06	54.26	52.07	50.30	47.58	42.87	39.32

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	-----------------------------	--	--	--	--	--

ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.35	1.31	1.28	1.23	1.16	1.10	1.37	1.33	1.30	1.25	1.18	1.12
ω_1 .1	1.34	1.30	1.27	1.22	1.14	1.09	1.36	1.32	1.29	1.24	1.16	1.10
ω_1 .2	1.33	1.29	1.26	1.21	1.12	1.07	1.36	1.31	1.28	1.23	1.14	1.08
ω_2 0	8.33	8.08	7.88	7.60	7.13	6.81	8.55	8.30	8.10	7.81	7.33	7.00
ω_2 .1	8.28	8.02	7.82	7.52	7.04	6.70	8.51	8.24	8.03	7.73	7.23	6.89
ω_2 .2	8.23	7.96	7.75	7.44	6.93	6.58	8.46	8.18	7.97	7.65	7.13	6.76
ω_3 0	22.81	22.12	21.59	20.81	19.54	18.67	23.79	23.08	22.52	21.70	20.38	19.47
ω_3 .1	22.68	21.97	21.42	20.60	19.28	18.36	23.66	22.92	22.34	21.49	20.11	19.15
ω_3 .2	22.55	21.82	21.24	20.38	19.00	18.03	23.52	22.76	22.15	21.26	19.81	18.80
ω_4 0	42.33	41.06	40.07	38.62	36.27	34.65	46.15	44.77	43.69	42.11	39.54	37.77
ω_4 .1	42.10	40.79	39.76	38.24	35.78	34.07	45.90	44.47	43.35	41.69	39.01	37.15
ω_4 .2	41.85	40.49	39.42	37.83	35.26	33.46	45.63	44.15	42.98	41.25	38.44	36.48

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ω_1 .1	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ω_1 .2	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ω_2 0	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23
ω_2 .1	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23
ω_2 .2	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.06	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23	6.23
ω_3 0	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31
ω_3 .1	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31
ω_3 .2	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31	17.31
ω_4 0	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58
ω_4 .1	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58
ω_4 .2	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	30.80	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58	33.58

Ek-F (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranı için porositeli ve 4 tane 1.0 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.93	1.86	1.80	1.71	1.54	1.41	1.80	1.73	1.68	1.59	1.44	1.33
ω_1 .1	1.96	1.88	1.82	1.72	1.53	1.38	1.81	1.74	1.68	1.59	1.43	1.30
ω_1 .2	1.99	1.91	1.84	1.73	1.52	1.34	1.82	1.75	1.69	1.59	1.40	1.26
ω_2 0	12.09	11.64	11.28	10.70	9.64	8.81	11.24	10.82	10.48	9.95	9.01	8.30
ω_2 .1	12.25	11.78	11.38	10.75	9.58	8.63	11.31	10.87	10.50	9.93	8.91	8.11
ω_2 .2	12.44	11.94	11.51	10.82	9.51	8.40	11.40	10.93	10.53	9.91	8.78	7.87
ω_3 0	33.72	32.48	31.46	29.84	26.90	24.57	31.35	30.19	29.23	27.75	25.15	23.15
ω_3 .1	34.18	32.86	31.76	30.00	26.74	24.08	31.57	30.33	29.30	27.71	24.85	22.62
ω_3 .2	34.72	33.31	32.12	30.20	26.53	23.43	31.81	30.49	29.39	27.66	24.49	21.96
ω_4 0	65.73	63.32	61.32	58.17	52.44	47.90	61.11	58.84	56.98	54.10	49.01	45.12
ω_4 .1	66.62	64.06	61.91	58.48	52.12	46.93	61.53	59.11	57.12	54.01	48.44	44.09
ω_4 .2	67.67	64.94	62.61	58.87	51.71	45.67	62.01	59.43	57.29	53.91	47.75	42.81

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	-----------------------------	--	--	--	--	--

ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	1.62	1.56	1.52	1.45	1.32	1.24	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.13
$\omega_1 .1$	1.62	1.56	1.51	1.43	1.30	1.21	1.37	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11
$\omega_1 .2$	1.62	1.56	1.50	1.42	1.28	1.18	1.36	1.32	1.28	1.23	1.15	1.09
$\omega_2 0$	10.14	9.77	9.48	9.03	8.28	7.72	8.62	8.36	8.16	7.87	7.39	7.06
$\omega_2 .1$	10.14	9.75	9.44	8.97	8.15	7.55	8.58	8.31	8.10	7.79	7.29	6.94
$\omega_2 .2$	10.14	9.73	9.40	8.89	8.01	7.35	8.53	8.25	8.03	7.71	7.18	6.81
$\omega_3 0$	28.28	27.26	26.44	25.20	23.09	21.54	24.06	23.34	22.77	21.95	20.61	19.69
$\omega_3 .1$	28.28	27.20	26.34	25.01	22.74	21.06	23.93	23.18	22.59	21.73	20.33	19.36
$\omega_3 .2$	28.28	27.14	26.22	24.80	22.34	20.50	23.79	23.01	22.40	21.50	20.04	19.01
$\omega_4 0$	55.13	53.14	51.54	49.12	45.00	41.99	46.89	45.49	44.39	42.78	40.18	38.38
$\omega_4 .1$	55.13	53.03	51.33	48.76	44.33	41.04	46.64	45.18	44.04	42.36	39.64	37.75
$\omega_4 .2$	55.13	52.91	51.10	48.34	43.55	39.95	46.37	44.85	43.66	41.91	39.05	37.06

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\omega_1 .1$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\omega_1 .2$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\omega_2 0$	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27
$\omega_2 .1$	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27
$\omega_2 .2$	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27	6.27
$\omega_3 0$	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$\omega_3 .1$	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$\omega_3 .2$	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$\omega_4 0$	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12
$\omega_4 .1$	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12
$\omega_4 .2$	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12	34.12

Ek-G $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	3.75	3.62	3.50	3.32	2.99	2.74	4.46	4.30	4.17	3.95	3.56	3.25
$\omega_1 .1$	3.80	3.66	3.54	3.34	2.98	2.68	4.53	4.35	4.21	3.97	3.54	3.19
$\omega_1 .2$	3.86	3.71	3.58	3.36	2.95	2.61	4.60	4.41	4.25	4.00	3.51	3.10
$\omega_2 0$	12.72	12.25	11.87	11.26	10.15	9.27	17.17	16.55	16.02	15.20	13.70	12.52
$\omega_2 .1$	12.89	12.40	11.98	11.32	10.09	9.08	17.41	16.74	16.18	15.28	13.62	12.26
$\omega_2 .2$	13.10	12.57	12.12	11.39	10.01	8.84	17.68	16.97	16.36	15.38	13.51	11.93
$\omega_3 0$	14.42	13.89	13.45	12.76	11.50	10.51	28.17	27.13	26.28	24.93	22.47	20.52
$\omega_3 .1$	14.61	14.05	13.58	12.83	11.43	10.29	28.55	27.45	26.53	25.06	22.33	20.11
$\omega_3 .2$	14.84	14.24	13.73	12.91	11.34	10.02	29.00	27.83	26.83	25.23	22.16	19.57
$\omega_4 0$	26.49	25.52	24.71	23.44	21.13	19.30	36.64	35.30	34.18	32.42	29.23	26.70
$\omega_4 .1$	26.84	25.81	24.95	23.57	21.00	18.91	37.13	35.71	34.51	32.60	29.05	26.16
$\omega_4 .2$	27.27	26.17	25.23	23.72	20.84	18.40	37.72	36.20	34.90	32.81	28.82	25.46

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
----------------------------	--	--	--	--	--	--	-----------------------------	--	--	--	--	--

ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	3.49	3.36	3.25	3.09	2.80	2.58	4.15	4.00	3.87	3.67	3.33	3.07
ω_1 .1	3.51	3.38	3.26	3.08	2.77	2.52	4.18	4.02	3.88	3.67	3.29	2.99
ω_1 .2	3.54	3.39	3.27	3.08	2.73	2.45	4.21	4.04	3.89	3.66	3.24	2.91
ω_2 0	11.83	11.39	11.03	10.47	9.49	8.73	15.97	15.37	14.89	14.14	12.81	11.79
ω_2 .1	11.91	11.44	11.05	10.45	9.37	8.53	16.08	15.45	14.93	14.11	12.66	11.52
ω_2 .2	12.00	11.50	11.09	10.43	9.24	8.29	16.20	15.53	14.97	14.09	12.48	11.19
ω_3 0	13.40	12.91	12.50	11.87	10.75	9.90	26.19	25.21	24.42	23.18	21.00	19.34
ω_3 .1	13.50	12.97	12.53	11.85	10.63	9.67	26.37	25.33	24.48	23.15	20.76	18.89
ω_3 .2	13.60	13.04	12.57	11.83	10.47	9.39	26.57	25.47	24.55	23.10	20.46	18.35
ω_4 0	24.63	23.71	22.96	21.80	19.75	18.18	34.06	32.80	31.76	30.16	27.32	25.15
ω_4 .1	24.79	23.82	23.02	21.77	19.52	17.77	34.30	32.95	31.84	30.11	27.00	24.58
ω_4 .2	24.99	23.95	23.09	21.72	19.24	17.25	34.56	33.13	31.93	30.05	26.61	23.86

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	3.15	3.03	2.94	2.81	2.57	2.40	3.74	3.61	3.50	3.34	3.06	2.85
ω_1 .1	3.15	3.03	2.93	2.78	2.53	2.34	3.74	3.60	3.49	3.31	3.01	2.79
ω_1 .2	3.15	3.02	2.92	2.76	2.49	2.28	3.74	3.59	3.47	3.28	2.96	2.71
ω_2 0	10.67	10.28	9.97	9.51	8.71	8.13	14.40	13.88	13.47	12.84	11.76	10.97
ω_2 .1	10.67	10.26	9.93	9.44	8.58	7.94	14.40	13.86	13.41	12.74	11.58	10.72
ω_2 .2	10.67	10.24	9.89	9.36	8.43	7.73	14.40	13.82	13.35	12.63	11.38	10.44
ω_3 0	12.09	11.66	11.31	10.77	9.87	9.21	23.62	22.77	22.09	21.05	19.29	17.99
ω_3 .1	12.09	11.63	11.26	10.69	9.72	9.00	23.62	22.72	22.00	20.89	19.00	17.59
ω_3 .2	12.09	11.60	11.21	10.60	9.55	8.76	23.62	22.67	21.90	20.72	18.66	17.12
ω_4 0	22.21	21.41	20.77	19.79	18.13	16.92	30.73	29.62	28.73	27.38	25.09	23.40
ω_4 .1	22.21	21.37	20.69	19.65	17.86	16.54	30.73	29.56	28.61	27.18	24.71	22.88
ω_4 .2	22.21	21.32	20.59	19.48	17.55	16.10	30.73	29.49	28.49	26.95	24.28	22.27

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	2.68	2.60	2.54	2.44	2.29	2.19	3.19	3.09	3.02	2.91	2.73	2.61
ω_1 .1	2.66	2.58	2.52	2.42	2.26	2.16	3.17	3.07	2.99	2.88	2.69	2.56
ω_1 .2	2.65	2.56	2.49	2.39	2.23	2.12	3.15	3.05	2.97	2.85	2.65	2.52
ω_2 0	9.07	8.80	8.59	8.28	7.78	7.43	12.25	11.89	11.60	11.18	10.50	10.03
ω_2 .1	9.03	8.74	8.52	8.20	7.67	7.30	12.19	11.81	11.51	11.07	10.36	9.86
ω_2 .2	8.97	8.68	8.45	8.11	7.56	7.17	12.12	11.72	11.41	10.95	10.20	9.68
ω_3 0	10.29	9.98	9.74	9.38	8.81	8.42	20.09	19.49	19.02	18.33	17.22	16.45
ω_3 .1	10.23	9.91	9.66	9.29	8.69	8.28	19.99	19.36	18.87	18.15	16.99	16.18
ω_3 .2	10.17	9.84	9.58	9.19	8.57	8.13	19.87	19.22	18.71	17.96	16.74	15.88
ω_4 0	18.90	18.33	17.89	17.24	16.19	15.47	26.14	25.36	24.74	23.85	22.40	21.39
ω_4 .1	18.79	18.21	17.75	17.07	15.97	15.21	26.00	25.18	24.55	23.61	22.09	21.04
ω_4 .2	18.68	18.07	17.59	16.89	15.74	14.93	25.84	25.00	24.34	23.36	21.77	20.66

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
ωV_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32
ω_1 .1	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32
ω_1 .2	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32

ω_2 0	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92
ω_2 .1	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92
ω_2 .2	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	6.60	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92
ω_3 0	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62
ω_3 .1	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62
ω_3 .2	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	7.48	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62
ω_4 0	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02
ω_4 .1	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02
ω_4 .2	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	13.75	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02	19.02

Ek-G (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.92	4.74	4.59	4.35	3.93	3.59	5.19	5.00	4.84	4.59	4.14	3.78
ω_1 .1	4.99	4.79	4.63	4.38	3.90	3.51	5.26	5.05	4.88	4.61	4.11	3.70
ω_1 .2	5.07	4.86	4.69	4.41	3.87	3.42	5.34	5.12	4.94	4.64	4.08	3.60
ω_2 0	19.46	18.75	18.16	17.22	15.53	14.18	20.68	19.93	19.30	18.30	16.50	15.07
ω_2 .1	19.73	18.97	18.33	17.32	15.43	13.90	20.96	20.16	19.48	18.40	16.40	14.77
ω_2 .2	20.04	19.23	18.54	17.43	15.31	13.52	21.30	20.43	19.70	18.52	16.27	14.37
ω_3 0	42.99	41.41	40.10	38.04	34.29	31.33	46.30	44.61	43.19	40.98	36.94	33.74
ω_3 .1	43.57	41.89	40.49	38.25	34.09	30.70	46.93	45.12	43.61	41.20	36.71	33.06
ω_3 .2	44.26	42.47	40.95	38.50	33.82	29.87	47.67	45.74	44.11	41.47	36.43	32.17
ω_4 0	57.95	55.83	54.06	51.29	46.23	42.23	81.66	78.67	76.18	72.27	65.15	59.51
ω_4 .1	58.74	56.48	54.58	51.56	45.95	41.38	82.77	79.58	76.91	72.66	64.75	58.31
ω_4 .2	59.67	57.25	55.21	51.90	45.59	40.27	84.08	80.68	77.79	73.14	64.25	56.74

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.57	4.40	4.26	4.05	3.67	3.38	4.82	4.64	4.50	4.27	3.87	3.56
ω_1 .1	4.61	4.42	4.28	4.04	3.63	3.30	4.86	4.66	4.51	4.26	3.82	3.48
ω_1 .2	4.64	4.45	4.29	4.04	3.57	3.20	4.89	4.69	4.52	4.25	3.77	3.38
ω_2 0	18.09	17.42	16.87	16.02	14.51	13.36	19.23	18.52	17.93	17.02	15.42	14.20
ω_2 .1	18.22	17.50	16.91	15.99	14.34	13.05	19.36	18.60	17.98	17.00	15.24	13.87
ω_2 .2	18.36	17.60	16.96	15.96	14.14	12.68	19.51	18.70	18.03	16.97	15.02	13.47
ω_3 0	39.97	38.48	37.27	35.38	32.06	29.51	43.05	41.45	40.14	38.11	34.53	31.79
ω_3 .1	40.24	38.66	37.36	35.33	31.68	28.84	43.34	41.64	40.24	38.05	34.12	31.06
ω_3 .2	40.56	38.87	37.47	35.26	31.23	28.00	43.68	41.87	40.36	37.98	33.63	30.16
ω_4 0	53.88	51.88	50.24	47.70	43.22	39.79	75.93	73.10	70.79	67.21	60.90	56.06
ω_4 .1	54.25	52.12	50.36	47.62	42.71	38.87	76.45	73.44	70.97	67.11	60.18	54.78
ω_4 .2	54.67	52.40	50.51	47.53	42.10	37.75	77.04	73.84	71.18	66.98	59.32	53.19

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	4.13	3.98	3.86	3.68	3.37	3.14	4.35	4.19	4.07	3.88	3.55	3.31
ω_1 .1	4.13	3.97	3.84	3.65	3.32	3.07	4.35	4.18	4.05	3.85	3.50	3.24
ω_1 .2	4.13	3.96	3.83	3.62	3.26	2.99	4.35	4.17	4.03	3.81	3.44	3.15

ω_2 0	16.32	15.73	15.26	14.54	13.33	12.43	17.35	16.72	16.22	15.46	14.16	13.21
ω_2 .1	16.32	15.70	15.20	14.44	13.12	12.15	17.35	16.69	16.15	15.34	13.95	12.92
ω_2 .2	16.32	15.66	15.13	14.31	12.90	11.83	17.35	16.65	16.08	15.21	13.71	12.57
ω_3 0	36.05	34.75	33.71	32.13	29.43	27.46	38.83	37.43	36.31	34.60	31.70	29.58
ω_3 .1	36.05	34.68	33.57	31.89	28.99	26.84	38.83	37.35	36.16	34.35	31.23	28.91
ω_3 .2	36.05	34.60	33.42	31.62	28.49	26.13	38.83	37.27	36.00	34.06	30.68	28.14
ω_4 0	48.60	46.85	45.44	43.31	39.68	37.02	68.49	66.02	64.03	61.03	55.91	52.17
ω_4 .1	48.60	46.75	45.26	42.99	39.08	36.19	68.49	65.88	63.78	60.58	55.07	50.99
ω_4 .2	48.60	46.65	45.06	42.63	38.40	35.22	68.49	65.73	63.49	60.06	54.11	49.63

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	3.51	3.40	3.32	3.20	3.01	2.87	3.70	3.59	3.50	3.38	3.17	3.03
ω_1 .1	3.49	3.38	3.30	3.17	2.97	2.83	3.68	3.57	3.48	3.34	3.13	2.98
ω_1 .2	3.47	3.36	3.27	3.14	2.92	2.77	3.66	3.54	3.45	3.31	3.08	2.92
ω_2 0	13.88	13.47	13.14	12.67	11.90	11.36	14.76	14.31	13.97	13.46	12.64	12.08
ω_2 .1	13.81	13.38	13.04	12.54	11.74	11.18	14.68	14.22	13.86	13.33	12.47	11.88
ω_2 .2	13.73	13.28	12.93	12.41	11.56	10.97	14.59	14.11	13.74	13.19	12.29	11.66
ω_3 0	30.67	29.75	29.03	27.98	26.28	25.10	33.03	32.04	31.27	30.14	28.30	27.04
ω_3 .1	30.50	29.55	28.80	27.71	25.92	24.69	32.85	31.83	31.02	29.84	27.92	26.59
ω_3 .2	30.32	29.33	28.56	27.41	25.54	24.24	32.66	31.60	30.76	29.52	27.51	26.11
ω_4 0	41.34	40.11	39.14	37.72	35.42	33.84	58.26	56.52	55.15	53.15	49.92	47.68
ω_4 .1	41.12	39.84	38.83	37.35	34.95	33.28	57.94	56.13	54.72	52.63	49.25	46.90
ω_4 .2	40.88	39.55	38.50	36.95	34.43	32.68	57.61	55.73	54.25	52.07	48.52	46.05

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69
ω_1 .1	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69
ω_1 .2	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69
ω_2 0	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74
ω_2 .1	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74
ω_2 .2	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.10	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74	10.74
ω_3 0	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04
ω_3 .1	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04
ω_3 .2	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	22.32	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04	24.04
ω_4 0	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39
ω_4 .1	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39
ω_4 .2	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	30.08	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39	42.39

Ek-E (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	5.28	5.09	4.93	4.68	4.21	3.85	4.91	4.73	4.58	4.35	3.94	3.63
ω_1 .1	5.35	5.15	4.98	4.70	4.19	3.77	4.95	4.75	4.59	4.34	3.89	3.54
ω_1 .2	5.44	5.22	5.03	4.73	4.16	3.67	4.98	4.78	4.60	4.33	3.84	3.44
ω_2 0	21.10	20.33	19.69	18.67	16.83	15.38	19.62	18.89	18.29	17.37	15.74	14.49

$\omega_2 .1$	21.39	20.56	19.87	18.78	16.73	15.07	19.75	18.98	18.34	17.34	15.55	14.16
$\omega_2 .2$	21.73	20.85	20.10	18.90	16.60	14.66	19.91	19.08	18.39	17.31	15.33	13.74
$\omega_3 .0$	47.37	45.63	44.19	41.92	37.79	34.52	44.04	42.40	41.06	38.99	35.32	32.52
$\omega_3 .1$	48.01	46.16	44.61	42.14	37.56	33.82	44.34	42.60	41.17	38.93	34.91	31.77
$\omega_3 .2$	48.77	46.80	45.12	42.42	37.27	32.91	44.69	42.83	41.29	38.85	34.41	30.85
$\omega_4 .0$	83.90	80.83	78.27	74.25	66.93	61.14	78.01	75.11	72.73	69.06	62.57	57.60
$\omega_4 .1$	85.04	81.76	79.02	74.65	66.52	59.91	78.54	75.46	72.91	68.95	61.83	56.28
$\omega_4 .2$	86.38	82.89	79.92	75.14	66.01	58.30	79.15	75.86	73.13	68.82	60.94	54.65

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	4.43	4.27	4.14	3.95	3.62	3.37	3.77	3.66	3.57	3.44	3.23	3.08
$\omega_1 .1$	4.43	4.26	4.13	3.92	3.56	3.30	3.75	3.63	3.54	3.40	3.19	3.03
$\omega_1 .2$	4.43	4.25	4.11	3.89	3.50	3.21	3.73	3.60	3.51	3.37	3.14	2.98
$\omega_2 .0$	17.70	17.06	16.55	15.77	14.45	13.48	15.05	14.60	14.25	13.73	12.90	12.32
$\omega_2 .1$	17.70	17.02	16.48	15.65	14.23	13.18	14.97	14.51	14.14	13.60	12.73	12.12
$\omega_2 .2$	17.70	16.99	16.41	15.52	13.98	12.83	14.89	14.40	14.02	13.46	12.54	11.90
$\omega_3 .0$	39.73	38.29	37.14	35.40	32.43	30.26	33.79	32.78	31.99	30.83	28.95	27.66
$\omega_3 .1$	39.73	38.22	36.99	35.14	31.95	29.58	33.61	32.56	31.74	30.53	28.57	27.20
$\omega_3 .2$	39.73	38.13	36.83	34.84	31.39	28.79	33.41	32.32	31.47	30.20	28.15	26.71
$\omega_4 .0$	70.37	67.83	65.79	62.70	57.45	53.60	59.85	58.06	56.66	54.61	51.28	48.99
$\omega_4 .1$	70.37	67.69	65.53	62.23	56.58	52.39	59.53	57.67	56.21	54.07	50.59	48.18
$\omega_4 .2$	70.37	67.53	65.23	61.71	55.59	50.99	59.18	57.25	55.73	53.50	49.85	47.31

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74
$\omega_1 .1$	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74
$\omega_1 .2$	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74
$\omega_2 .0$	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95
$\omega_2 .1$	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95
$\omega_2 .2$	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95	10.95
$\omega_3 .0$	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59
$\omega_3 .1$	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59
$\omega_3 .2$	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59	24.59
$\omega_4 .0$	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55
$\omega_4 .1$	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55
$\omega_4 .2$	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55	43.55

Ek-H $L/H = 5$ ve $L/H = 10$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 5$							$h/H = 0 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.51	1.45	1.41	1.33	1.20	1.10	1.70	1.64	1.59	1.51	1.36	1.24
$\omega_1 .1$	1.53	1.47	1.42	1.34	1.20	1.08	1.73	1.66	1.60	1.52	1.35	1.22
$\omega_1 .2$	1.55	1.49	1.44	1.35	1.19	1.05	1.75	1.68	1.62	1.53	1.34	1.18
$\omega_2 .0$	8.15	7.85	7.60	7.21	6.50	5.94	10.14	9.77	9.46	8.98	8.09	7.39

$\omega_2 .1$	8.26	7.94	7.68	7.25	6.46	5.82	10.28	9.88	9.55	9.02	8.04	7.24
$\omega_2 .2$	8.39	8.05	7.76	7.30	6.41	5.66	10.44	10.02	9.66	9.08	7.98	7.05
$\omega_3 .0$	13.66	13.16	12.75	12.09	10.90	9.96	26.43	25.46	24.66	23.39	21.09	19.26
$\omega_3 .1$	13.85	13.31	12.87	12.16	10.83	9.76	26.79	25.76	24.89	23.52	20.96	18.87
$\omega_3 .2$	14.07	13.50	13.01	12.24	10.75	9.49	27.21	26.11	25.18	23.67	20.79	18.36
$\omega_4 .0$	19.49	18.77	18.18	17.25	15.55	14.20	28.22	27.19	26.33	24.98	22.51	20.57
$\omega_4 .1$	19.75	18.99	18.35	17.34	15.45	13.91	28.60	27.50	26.58	25.11	22.38	20.15
$\omega_4 .2$	20.06	19.25	18.56	17.45	15.33	13.54	29.06	27.88	26.89	25.28	22.20	19.61

$h/H = 0.25 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.40	1.35	1.31	1.24	1.12	1.04	1.58	1.52	1.48	1.40	1.27	1.17
$\omega_1 .1$	1.41	1.36	1.31	1.24	1.11	1.01	1.59	1.53	1.48	1.40	1.26	1.14
$\omega_1 .2$	1.42	1.36	1.31	1.24	1.10	0.98	1.61	1.54	1.48	1.40	1.24	1.11
$\omega_2 .0$	7.58	7.30	7.07	6.71	6.08	5.60	9.43	9.08	8.79	8.35	7.56	6.96
$\omega_2 .1$	7.63	7.33	7.08	6.70	6.01	5.47	9.49	9.12	8.81	8.33	7.47	6.80
$\omega_2 .2$	7.69	7.37	7.10	6.69	5.92	5.31	9.57	9.17	8.84	8.32	7.37	6.61
$\omega_3 .0$	12.70	12.23	11.84	11.24	10.19	9.38	24.57	23.66	22.91	21.75	19.71	18.15
$\omega_3 .1$	12.79	12.29	11.87	11.23	10.07	9.16	24.74	23.77	22.97	21.72	19.48	17.73
$\omega_3 .2$	12.89	12.35	11.91	11.21	9.92	8.90	24.93	23.90	23.04	21.68	19.20	17.22
$\omega_4 .0$	18.12	17.44	16.89	16.04	14.53	13.38	26.24	25.26	24.47	23.23	21.05	19.38
$\omega_4 .1$	18.24	17.53	16.93	16.01	14.36	13.07	26.42	25.38	24.53	23.19	20.80	18.93
$\omega_4 .2$	18.38	17.62	16.98	15.98	14.16	12.69	26.63	25.52	24.60	23.15	20.50	18.38

$h/H = 0.50 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.26	1.22	1.18	1.13	1.03	0.96	1.43	1.38	1.34	1.27	1.17	1.09
$\omega_1 .1$	1.26	1.22	1.18	1.12	1.02	0.94	1.43	1.37	1.33	1.26	1.15	1.06
$\omega_1 .2$	1.26	1.21	1.17	1.11	1.00	0.92	1.43	1.37	1.32	1.25	1.13	1.04
$\omega_2 .0$	6.84	6.59	6.39	6.09	5.58	5.21	8.51	8.20	7.95	7.58	6.94	6.48
$\omega_2 .1$	6.84	6.58	6.37	6.05	5.50	5.09	8.51	8.18	7.92	7.52	6.84	6.33
$\omega_2 .2$	6.84	6.56	6.34	6.00	5.40	4.95	8.51	8.16	7.89	7.46	6.72	6.16
$\omega_3 .0$	11.46	11.04	10.71	10.21	9.35	8.73	22.17	21.37	20.72	19.75	18.10	16.88
$\omega_3 .1$	11.46	11.02	10.67	10.13	9.21	8.53	22.17	21.32	20.64	19.61	17.82	16.50
$\omega_3 .2$	11.46	11.00	10.62	10.05	9.05	8.30	22.17	21.27	20.55	19.44	17.51	16.06
$\omega_4 .0$	16.34	15.75	15.28	14.56	13.34	12.45	23.67	22.82	22.13	21.09	19.32	18.03
$\omega_4 .1$	16.34	15.72	15.22	14.45	13.14	12.17	23.67	22.77	22.04	20.93	19.03	17.62
$\omega_4 .2$	16.34	15.68	15.15	14.33	12.91	11.84	23.67	22.72	21.94	20.76	18.70	17.15

$h/H = 0.75 \quad L/H = 5$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.08	1.04	1.02	0.98	0.92	0.88	1.22	1.18	1.15	1.11	1.04	0.99
$\omega_1 .1$	1.07	1.04	1.01	0.97	0.91	0.87	1.21	1.17	1.14	1.10	1.03	0.98
$\omega_1 .2$	1.06	1.03	1.00	0.96	0.90	0.85	1.20	1.16	1.13	1.09	1.01	0.96
$\omega_2 .0$	5.81	5.64	5.50	5.31	4.98	4.76	7.24	7.02	6.85	6.60	6.20	5.92
$\omega_2 .1$	5.78	5.60	5.46	5.25	4.92	4.68	7.20	6.97	6.80	6.54	6.12	5.82
$\omega_2 .2$	5.75	5.56	5.41	5.20	4.84	4.60	7.15	6.92	6.74	6.47	6.03	5.72
$\omega_3 .0$	9.75	9.46	9.23	8.89	8.35	7.98	18.86	18.29	17.85	17.20	16.16	15.43
$\omega_3 .1$	9.69	9.39	9.15	8.81	8.24	7.85	18.75	18.17	17.71	17.03	15.94	15.18

$\omega_3 .2$	9.64	9.32	9.08	8.71	8.12	7.70	18.64	18.04	17.56	16.85	15.70	14.90
$\omega_4 .0$	13.90	13.49	13.16	12.68	11.91	11.38	20.13	19.53	19.06	18.37	17.25	16.48
$\omega_4 .1$	13.83	13.39	13.06	12.56	11.75	11.19	20.02	19.40	18.91	18.19	17.02	16.21
$\omega_4 .2$	13.75	13.30	12.94	12.43	11.58	10.99	19.91	19.26	18.75	18.00	16.77	15.91

$h/H = 1 \quad L/H = 5$							$h/H = 1 \quad L/H = 10$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
$\omega_1 .1$	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
$\omega_1 .2$	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
$\omega_2 .0$	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
$\omega_2 .1$	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
$\omega_2 .2$	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	4.23	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
$\omega_3 .0$	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72
$\omega_3 .1$	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72
$\omega_3 .2$	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	7.09	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72	13.72
$\omega_4 .0$	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65
$\omega_4 .1$	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65
$\omega_4 .2$	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	10.12	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65	14.65

Ek-H (Devam) $L/H = 20$ ve $L/H = 40$ narinlik oranları için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 20$							$h/H = 0 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.82	1.75	1.70	1.61	1.45	1.33	1.88	1.82	1.76	1.67	1.50	1.37
$\omega_1 .1$	1.84	1.77	1.71	1.62	1.44	1.30	1.91	1.84	1.78	1.68	1.49	1.35
$\omega_1 .2$	1.87	1.80	1.73	1.63	1.43	1.26	1.94	1.86	1.80	1.69	1.48	1.31
$\omega_2 .0$	11.20	10.79	10.45	9.91	8.93	8.16	11.73	11.30	10.94	10.38	9.36	8.55
$\omega_2 .1$	11.35	10.91	10.55	9.96	8.88	8.00	11.89	11.43	11.04	10.43	9.30	8.37
$\omega_2 .2$	11.53	11.06	10.67	10.03	8.81	7.78	12.07	11.59	11.17	10.50	9.23	8.15
$\omega_3 .0$	30.57	29.45	28.52	27.06	24.39	22.28	32.53	31.34	30.35	28.79	25.95	23.71
$\omega_3 .1$	30.99	29.79	28.79	27.20	24.24	21.83	32.97	31.70	30.64	28.95	25.80	23.23
$\omega_3 .2$	31.48	30.20	29.12	27.38	24.05	21.24	33.50	32.14	30.99	29.14	25.59	22.61
$\omega_4 .0$	56.92	54.84	53.10	50.37	45.41	41.48	62.87	60.56	58.65	55.63	50.15	45.81
$\omega_4 .1$	57.69	55.47	53.61	50.64	45.13	40.64	63.72	61.27	59.21	55.93	49.85	44.89
$\omega_4 .2$	58.61	56.24	54.22	50.98	44.78	39.55	64.73	62.11	59.89	56.30	49.46	43.68

$h/H = 0.25 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.69	1.63	1.58	1.50	1.36	1.25	1.75	1.69	1.63	1.55	1.41	1.29
$\omega_1 .1$	1.70	1.64	1.58	1.50	1.34	1.22	1.76	1.70	1.64	1.55	1.39	1.26
$\omega_1 .2$	1.72	1.65	1.59	1.49	1.32	1.19	1.78	1.70	1.64	1.55	1.37	1.23
$\omega_2 .0$	10.41	10.02	9.71	9.22	8.35	7.69	10.90	10.50	10.17	9.65	8.74	8.05
$\omega_2 .1$	10.48	10.07	9.73	9.20	8.25	7.51	10.98	10.55	10.19	9.64	8.64	7.87
$\omega_2 .2$	10.56	10.13	9.76	9.18	8.13	7.29	11.06	10.60	10.22	9.62	8.52	7.64
$\omega_3 .0$	28.42	27.37	26.50	25.16	22.80	20.99	30.25	29.12	28.20	26.78	24.26	22.33
$\omega_3 .1$	28.62	27.50	26.57	25.12	22.53	20.51	30.45	29.26	28.27	26.73	23.98	21.82

$\omega_3 .2$	28.84	27.64	26.65	25.08	22.21	19.91	30.69	29.42	28.36	26.68	23.63	21.19
$\omega_4 .0$	52.92	50.95	49.34	46.85	42.45	39.08	58.45	56.28	54.50	51.74	46.88	43.16
$\omega_4 .1$	53.28	51.19	49.47	46.78	41.95	38.18	58.85	56.54	54.63	51.66	46.33	42.17
$\omega_4 .2$	53.70	51.47	49.61	46.69	41.35	37.08	59.31	56.84	54.79	51.56	45.67	40.95

$h/H = 0.50 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.50 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.53	1.47	1.43	1.36	1.25	1.16	1.58	1.52	1.48	1.41	1.29	1.20
$\omega_1 .1$	1.53	1.47	1.42	1.35	1.23	1.14	1.58	1.52	1.47	1.40	1.27	1.18
$\omega_1 .2$	1.53	1.46	1.42	1.34	1.21	1.11	1.58	1.52	1.47	1.39	1.25	1.15
$\omega_2 .0$	9.39	9.05	8.78	8.37	7.67	7.15	9.84	9.48	9.20	8.76	8.03	7.49
$\omega_2 .1$	9.39	9.03	8.75	8.31	7.55	6.99	9.84	9.46	9.16	8.70	7.91	7.32
$\omega_2 .2$	9.39	9.01	8.71	8.24	7.42	6.81	9.84	9.44	9.12	8.63	7.77	7.13
$\omega_3 .0$	25.64	24.72	23.97	22.85	20.93	19.53	27.29	26.30	25.51	24.31	22.28	20.78
$\omega_3 .1$	25.64	24.66	23.88	22.68	20.62	19.09	27.29	26.25	25.41	24.13	21.94	20.32
$\omega_3 .2$	25.64	24.61	23.77	22.49	20.26	18.58	27.29	26.19	25.29	23.93	21.56	19.77
$\omega_4 .0$	47.74	46.02	44.63	42.54	38.97	36.36	52.72	50.82	49.29	46.98	43.04	40.16
$\omega_4 .1$	47.74	45.92	44.46	42.22	38.39	35.54	52.72	50.72	49.10	46.63	42.40	39.26
$\omega_4 .2$	47.74	45.82	44.26	41.87	37.72	34.60	52.72	50.60	48.88	46.24	41.66	38.21

$h/H = 0.75 \quad L/H = 20$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.30	1.26	1.23	1.18	1.11	1.06	1.34	1.30	1.27	1.23	1.15	1.10
$\omega_1 .1$	1.29	1.25	1.22	1.17	1.10	1.05	1.34	1.30	1.26	1.21	1.14	1.08
$\omega_1 .2$	1.28	1.24	1.21	1.16	1.08	1.03	1.33	1.29	1.25	1.20	1.12	1.06
$\omega_2 .0$	7.99	7.75	7.56	7.29	6.84	6.54	8.37	8.12	7.92	7.63	7.17	6.85
$\omega_2 .1$	7.95	7.70	7.50	7.22	6.75	6.43	8.32	8.06	7.86	7.56	7.07	6.73
$\omega_2 .2$	7.90	7.64	7.44	7.14	6.65	6.31	8.27	8.00	7.79	7.48	6.97	6.61
$\omega_3 .0$	21.81	21.16	20.65	19.90	18.69	17.85	23.21	22.51	21.97	21.17	19.89	19.00
$\omega_3 .1$	21.69	21.01	20.48	19.70	18.44	17.56	23.08	22.36	21.80	20.97	19.62	18.68
$\omega_3 .2$	21.57	20.86	20.31	19.49	18.17	17.24	22.95	22.20	21.61	20.74	19.33	18.34
$\omega_4 .0$	40.61	39.39	38.44	37.05	34.79	33.24	44.85	43.51	42.46	40.92	38.43	36.71
$\omega_4 .1$	40.39	39.13	38.14	36.68	34.33	32.69	44.61	43.21	42.12	40.52	37.91	36.10
$\omega_4 .2$	40.15	38.84	37.81	36.29	33.82	32.10	44.35	42.90	41.76	40.09	37.35	35.45

$h/H = 1 \quad L/H = 20$							$h/H = 1 \quad L/H = 40$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
$\omega_1 .1$	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
$\omega_1 .2$	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
$\omega_2 .0$	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
$\omega_2 .1$	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
$\omega_2 .2$	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	5.81	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
$\omega_3 .0$	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89
$\omega_3 .1$	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89
$\omega_3 .2$	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89	16.89
$\omega_4 .0$	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64
$\omega_4 .1$	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64
$\omega_4 .2$	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	29.55	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64	32.64

Ek-H (Devam) $L/H = 60$ narinlik oranı için porositeli ve 4 tane 1.5 mm çatlaklı ankastre FD kirişin polinom fonksiyon dereceleri için doğal frekans değerleri

$h/H = 0 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.25 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.91	1.84	1.78	1.69	1.52	1.39	1.77	1.71	1.65	1.57	1.42	1.31
$\omega_1 \quad .1$	1.93	1.86	1.80	1.70	1.51	1.36	1.79	1.72	1.66	1.57	1.41	1.28
$\omega_1 \quad .2$	1.96	1.88	1.82	1.71	1.50	1.33	1.80	1.72	1.66	1.56	1.39	1.24
$\omega_2 \quad 0$	11.90	11.47	11.10	10.53	9.50	8.67	11.07	10.66	10.32	9.80	8.88	8.17
$\omega_2 \quad .1$	12.06	11.60	11.21	10.59	9.44	8.50	11.14	10.70	10.34	9.78	8.77	7.98
$\omega_2 \quad .2$	12.25	11.76	11.34	10.66	9.36	8.27	11.23	10.76	10.37	9.76	8.65	7.75
$\omega_3 \quad 0$	33.15	31.94	30.93	29.34	26.45	24.16	30.82	29.68	28.74	27.29	24.72	22.76
$\omega_3 \quad .1$	33.60	32.31	31.22	29.49	26.29	23.67	31.03	29.81	28.81	27.24	24.43	22.24
$\omega_3 \quad .2$	34.13	32.75	31.58	29.69	26.08	23.03	31.27	29.98	28.89	27.19	24.08	21.59
$\omega_4 \quad 0$	64.44	62.08	60.12	57.03	51.41	46.96	59.91	57.69	55.86	53.04	48.05	44.24
$\omega_4 \quad .1$	65.31	62.80	60.69	57.34	51.10	46.01	60.32	57.96	56.00	52.96	47.49	43.23
$\omega_4 \quad .2$	66.35	63.67	61.39	57.71	50.70	44.78	60.79	58.27	56.17	52.86	46.81	41.97

$h/H = 0.50 \quad L/H = 60$							$h/H = 0.75 \quad L/H = 60$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.60	1.54	1.50	1.43	1.31	1.22	1.36	1.32	1.29	1.24	1.17	1.11
$\omega_1 \quad .1$	1.60	1.54	1.49	1.42	1.29	1.19	1.35	1.31	1.28	1.23	1.15	1.10
$\omega_1 \quad .2$	1.60	1.54	1.48	1.40	1.26	1.16	1.35	1.30	1.27	1.22	1.13	1.08
$\omega_2 \quad 0$	9.98	9.62	9.33	8.90	8.15	7.60	8.49	8.24	8.04	7.75	7.28	6.95
$\omega_2 \quad .1$	9.98	9.60	9.30	8.83	8.03	7.43	8.45	8.18	7.98	7.67	7.18	6.84
$\omega_2 \quad .2$	9.98	9.58	9.25	8.75	7.89	7.23	8.40	8.12	7.91	7.59	7.07	6.71
$\omega_3 \quad 0$	27.80	26.80	25.99	24.77	22.70	21.18	23.65	22.94	22.39	21.58	20.26	19.36
$\omega_3 \quad .1$	27.80	26.74	25.89	24.59	22.36	20.70	23.52	22.79	22.21	21.37	19.99	19.04
$\omega_3 \quad .2$	27.80	26.68	25.77	24.38	21.97	20.15	23.38	22.62	22.02	21.14	19.70	18.69
$\omega_4 \quad 0$	54.05	52.10	50.53	48.16	44.12	41.17	45.97	44.60	43.52	41.94	39.39	37.63
$\omega_4 \quad .1$	54.05	51.99	50.33	47.80	43.46	40.24	45.72	44.30	43.18	41.53	38.86	37.01
$\omega_4 \quad .2$	54.05	51.87	50.10	47.40	42.70	39.17	45.46	43.97	42.81	41.09	38.29	36.34

$h/H = 1 \quad L/H = 60$						
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_1 \quad .1$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_1 \quad .2$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\omega_2 \quad 0$	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18
$\omega_2 \quad .1$	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18
$\omega_2 \quad .2$	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18
$\omega_3 \quad 0$	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21
$\omega_3 \quad .1$	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21
$\omega_3 \quad .2$	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21	17.21
$\omega_4 \quad 0$	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45
$\omega_4 \quad .1$	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45
$\omega_4 \quad .2$	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45	33.45

Ek-I $h/H = 0.75$ ve $L/H = 40$ oranları için porositeli ve tek çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom dereceleri, çatlak konumu ve derinliği için doğal frekans değerleri

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.1 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.1 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.91	3.79	3.70	3.57	3.35	3.20	3.91	3.79	3.70	3.56	3.35	3.20
$\omega_1 \quad .1$	15.58	15.11	14.75	14.21	13.35	12.75	15.54	15.08	14.71	14.18	13.32	12.72
$\omega_1 \quad .2$	34.84	33.80	32.99	31.79	29.85	28.52	34.67	33.64	32.83	31.63	29.71	28.38
$\omega_2 \quad 0$	61.46	59.62	58.18	56.07	52.66	50.30	61.05	59.23	57.80	55.70	52.31	49.97
$\omega_2 \quad .1$	3.89	3.77	3.67	3.53	3.31	3.15	3.89	3.76	3.67	3.53	3.30	3.15
$\omega_2 \quad .2$	15.50	15.01	14.63	14.08	13.17	12.54	15.46	14.97	14.59	14.04	13.14	12.51
$\omega_3 \quad 0$	34.65	33.57	32.72	31.48	29.45	28.05	34.49	33.41	32.57	31.32	29.31	27.91
$\omega_3 \quad .1$	61.12	59.21	57.72	55.52	51.95	49.47	60.72	58.82	57.34	55.15	51.61	49.14
$\omega_3 \quad .2$	3.87	3.74	3.64	3.49	3.26	3.09	3.86	3.74	3.64	3.49	3.25	3.09
$\omega_4 \quad 0$	15.41	14.90	14.51	13.93	12.98	12.31	15.37	14.86	14.47	13.89	12.94	12.28
$\omega_4 \quad .1$	34.45	33.33	32.44	31.14	29.02	27.54	34.29	33.17	32.29	30.99	28.88	27.41
$\omega_4 \quad .2$	60.77	58.78	57.22	54.93	51.18	48.57	60.37	58.40	56.85	54.57	50.85	48.25

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.2 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.2 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.91	3.79	3.70	3.57	3.35	3.20	3.90	3.78	3.69	3.56	3.34	3.19
$\omega_1 \quad .1$	15.56	15.09	14.73	14.19	13.33	12.73	15.45	14.99	14.63	14.10	13.24	12.65
$\omega_1 \quad .2$	34.82	33.78	32.96	31.77	29.84	28.50	34.60	33.56	32.75	31.56	29.64	28.32
$\omega_2 \quad 0$	61.54	59.70	58.26	56.15	52.73	50.37	61.40	59.56	58.12	56.01	52.61	50.25
$\omega_2 \quad .1$	3.89	3.77	3.67	3.53	3.30	3.15	3.88	3.76	3.66	3.52	3.29	3.14
$\omega_2 \quad .2$	15.47	14.99	14.61	14.05	13.15	12.52	15.37	14.89	14.51	13.96	13.06	12.44
$\omega_3 \quad 0$	34.63	33.55	32.70	31.46	29.43	28.03	34.41	33.33	32.49	31.25	29.24	27.85
$\omega_3 \quad .1$	61.21	59.30	57.80	55.60	52.02	49.54	61.06	59.16	57.66	55.46	51.90	49.42
$\omega_3 \quad .2$	3.86	3.74	3.64	3.49	3.25	3.09	3.85	3.73	3.63	3.48	3.25	3.08
$\omega_4 \quad 0$	15.38	14.88	14.49	13.91	12.96	12.30	15.28	14.78	14.39	13.81	12.87	12.21
$\omega_4 \quad .1$	34.43	33.31	32.42	31.12	29.00	27.52	34.21	33.09	32.22	30.92	28.81	27.34
$\omega_4 \quad .2$	60.85	58.87	57.31	55.01	51.26	48.64	60.71	58.73	57.17	54.87	51.13	48.52

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.3 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.3 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.90	3.79	3.70	3.56	3.35	3.20	3.89	3.77	3.68	3.54	3.33	3.18
$\omega_1 \quad .1$	15.56	15.09	14.73	14.19	13.33	12.73	15.46	14.99	14.63	14.10	13.24	12.65
$\omega_1 \quad .2$	34.89	33.85	33.03	31.83	29.90	28.56	34.87	33.83	33.01	31.81	29.88	28.54
$\omega_2 \quad 0$	61.54	59.70	58.26	56.15	52.73	50.37	61.39	59.55	58.12	56.01	52.60	50.24
$\omega_2 \quad .1$	3.88	3.76	3.67	3.53	3.30	3.14	3.86	3.74	3.65	3.51	3.28	3.13
$\omega_2 \quad .2$	15.47	14.99	14.61	14.05	13.15	12.52	15.37	14.89	14.52	13.96	13.06	12.44
$\omega_3 \quad 0$	34.70	33.62	32.77	31.52	29.50	28.09	34.68	33.60	32.75	31.50	29.47	28.07
$\omega_3 \quad .1$	61.21	59.30	57.80	55.60	52.02	49.54	61.06	59.15	57.66	55.46	51.89	49.42
$\omega_3 \quad .2$	3.86	3.73	3.64	3.49	3.25	3.09	3.84	3.72	3.62	3.47	3.24	3.07
$\omega_4 \quad 0$	15.38	14.88	14.49	13.91	12.96	12.30	15.28	14.78	14.39	13.81	12.87	12.22
$\omega_4 \quad .1$	34.50	33.38	32.49	31.19	29.06	27.58	34.48	33.35	32.47	31.17	29.04	27.56
$\omega_4 \quad .2$	60.85	58.87	57.31	55.01	51.26	48.64	60.70	58.72	57.16	54.87	51.13	48.52

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.4 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.4 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.90	3.79	3.69	3.56	3.34	3.19	3.88	3.76	3.67	3.54	3.32	3.17
$\omega_1 \quad .1$	15.58	15.11	14.75	14.21	13.35	12.75	15.54	15.08	14.71	14.18	13.32	12.72
$\omega_1 \quad .2$	34.87	33.83	33.01	31.81	29.88	28.54	34.78	33.74	32.93	31.73	29.80	28.47
$\omega_2 \quad 0$	61.46	59.62	58.18	56.07	52.66	50.30	61.06	59.24	57.81	55.71	52.32	49.98
$\omega_2 \quad .1$	3.88	3.76	3.66	3.52	3.30	3.14	3.85	3.73	3.64	3.50	3.28	3.12
$\omega_2 \quad .2$	15.50	15.01	14.63	14.08	13.17	12.54	15.46	14.97	14.60	14.04	13.14	12.51
$\omega_3 \quad 0$	34.68	33.60	32.75	31.50	29.48	28.07	34.59	33.51	32.67	31.42	29.40	28.00
$\omega_3 \quad .1$	61.12	59.21	57.72	55.52	51.95	49.47	60.73	58.84	57.35	55.17	51.62	49.15
$\omega_3 \quad .2$	3.86	3.73	3.63	3.49	3.25	3.08	3.83	3.71	3.61	3.46	3.23	3.06
$\omega_4 \quad 0$	15.41	14.90	14.51	13.93	12.98	12.31	15.37	14.87	14.47	13.89	12.94	12.28
$\omega_4 \quad .1$	34.48	33.35	32.47	31.17	29.04	27.56	34.39	33.27	32.39	31.09	28.97	27.49
$\omega_4 \quad .2$	60.77	58.78	57.23	54.93	51.18	48.57	60.38	58.41	56.86	54.58	50.86	48.26

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.5 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.5 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.90	3.78	3.69	3.56	3.34	3.19	3.87	3.76	3.67	3.53	3.32	3.17
$\omega_1 \quad .1$	15.59	15.13	14.76	14.23	13.36	12.76	15.59	15.13	14.76	14.23	13.36	12.76
$\omega_1 \quad .2$	34.81	33.77	32.96	31.76	29.83	28.49	34.56	33.53	32.72	31.53	29.61	28.29
$\omega_2 \quad 0$	61.60	59.76	58.31	56.20	52.78	50.42	61.60	59.75	58.31	56.20	52.78	50.41
$\omega_2 \quad .1$	3.88	3.76	3.66	3.52	3.30	3.14	3.85	3.73	3.64	3.50	3.27	3.12
$\omega_2 \quad .2$	15.51	15.03	14.65	14.09	13.18	12.55	15.51	15.03	14.65	14.09	13.18	12.55
$\omega_3 \quad 0$	34.62	33.54	32.69	31.45	29.43	28.02	34.37	33.30	32.46	31.22	29.22	27.82
$\omega_3 \quad .1$	61.26	59.35	57.85	55.65	52.07	49.58	61.26	59.35	57.85	55.65	52.07	49.58
$\omega_3 \quad .2$	3.86	3.73	3.63	3.49	3.25	3.08	3.83	3.70	3.61	3.46	3.22	3.06
$\omega_4 \quad 0$	15.42	14.92	14.52	13.94	12.99	12.33	15.42	14.92	14.52	13.94	12.99	12.33
$\omega_4 \quad .1$	34.42	33.30	32.42	31.11	28.99	27.51	34.17	33.06	32.18	30.89	28.79	27.32
$\omega_4 \quad .2$	60.91	58.92	57.36	55.06	51.30	48.69	60.91	58.92	57.36	55.06	51.30	48.68

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.6 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.6 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.90	3.79	3.69	3.56	3.34	3.19	3.88	3.76	3.67	3.54	3.32	3.17
$\omega_1 \quad .1$	15.58	15.11	14.75	14.21	13.35	12.75	15.54	15.08	14.71	14.18	13.32	12.72
$\omega_1 \quad .2$	34.87	33.83	33.01	31.81	29.88	28.54	34.78	33.74	32.93	31.73	29.80	28.47
$\omega_2 \quad 0$	61.46	59.62	58.18	56.07	52.66	50.30	61.07	59.24	57.81	55.71	52.32	49.98
$\omega_2 \quad .1$	3.88	3.76	3.66	3.52	3.30	3.14	3.85	3.73	3.64	3.50	3.28	3.12
$\omega_2 \quad .2$	15.50	15.01	14.63	14.08	13.17	12.54	15.46	14.97	14.60	14.04	13.14	12.51
$\omega_3 \quad 0$	34.68	33.60	32.75	31.50	29.48	28.07	34.59	33.51	32.67	31.42	29.40	28.00
$\omega_3 \quad .1$	61.12	59.21	57.72	55.52	51.95	49.47	60.73	58.84	57.35	55.17	51.62	49.16
$\omega_3 \quad .2$	3.86	3.73	3.63	3.49	3.25	3.08	3.83	3.71	3.61	3.46	3.23	3.06
$\omega_4 \quad 0$	15.41	14.90	14.51	13.93	12.98	12.31	15.37	14.87	14.47	13.89	12.94	12.28
$\omega_4 \quad .1$	34.48	33.35	32.47	31.17	29.04	27.56	34.39	33.27	32.39	31.09	28.97	27.49
$\omega_4 \quad .2$	60.77	58.78	57.23	54.93	51.18	48.57	60.38	58.41	56.86	54.58	50.86	48.26

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.7 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.7 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	3.90	3.79	3.70	3.56	3.35	3.20	3.89	3.77	3.68	3.54	3.33	3.18
$\omega_1 \quad .1$	15.56	15.09	14.73	14.19	13.33	12.73	15.46	14.99	14.63	14.10	13.24	12.65

$\omega_1 .2$	34.89	33.85	33.03	31.83	29.90	28.56	34.87	33.83	33.01	31.81	29.88	28.54
$\omega_2 .0$	61.54	59.70	58.26	56.15	52.73	50.37	61.39	59.55	58.12	56.01	52.60	50.25
$\omega_2 .1$	3.88	3.76	3.67	3.53	3.30	3.14	3.86	3.74	3.65	3.51	3.28	3.13
$\omega_2 .2$	15.47	14.99	14.61	14.05	13.15	12.52	15.37	14.89	14.52	13.96	13.06	12.44
$\omega_3 .0$	34.70	33.62	32.77	31.52	29.50	28.09	34.68	33.60	32.75	31.50	29.47	28.07
$\omega_3 .1$	61.21	59.30	57.80	55.60	52.02	49.54	61.06	59.15	57.66	55.46	51.89	49.42
$\omega_3 .2$	3.86	3.73	3.64	3.49	3.25	3.09	3.84	3.72	3.62	3.47	3.24	3.07
$\omega_4 .0$	15.38	14.88	14.49	13.91	12.96	12.30	15.28	14.78	14.39	13.81	12.87	12.22
$\omega_4 .1$	34.50	33.38	32.49	31.19	29.06	27.58	34.48	33.35	32.47	31.17	29.04	27.56
$\omega_4 .2$	60.85	58.87	57.31	55.01	51.26	48.64	60.70	58.72	57.16	54.87	51.13	48.52

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.8 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.8 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.91	3.79	3.70	3.57	3.35	3.20	3.90	3.78	3.69	3.56	3.34	3.19
$\omega_1 .1$	15.56	15.09	14.73	14.19	13.33	12.73	15.45	14.99	14.63	14.10	13.24	12.65
$\omega_1 .2$	34.82	33.78	32.96	31.77	29.84	28.50	34.60	33.56	32.75	31.56	29.64	28.32
$\omega_2 .0$	61.54	59.70	58.26	56.15	52.73	50.37	61.40	59.56	58.12	56.02	52.61	50.25
$\omega_2 .1$	3.89	3.77	3.67	3.53	3.30	3.15	3.88	3.76	3.66	3.52	3.29	3.14
$\omega_2 .2$	15.47	14.99	14.61	14.05	13.15	12.52	15.37	14.89	14.51	13.96	13.06	12.44
$\omega_3 .0$	34.63	33.55	32.70	31.46	29.43	28.03	34.41	33.33	32.49	31.25	29.24	27.85
$\omega_3 .1$	61.21	59.30	57.80	55.60	52.02	49.54	61.06	59.16	57.66	55.47	51.90	49.42
$\omega_3 .2$	3.86	3.74	3.64	3.49	3.25	3.09	3.85	3.73	3.63	3.48	3.25	3.08
$\omega_4 .0$	15.38	14.88	14.49	13.91	12.96	12.30	15.28	14.78	14.39	13.81	12.87	12.21
$\omega_4 .1$	34.43	33.31	32.42	31.12	29.00	27.52	34.21	33.09	32.22	30.92	28.81	27.34
$\omega_4 .2$	60.85	58.87	57.31	55.01	51.26	48.64	60.71	58.73	57.17	54.88	51.14	48.53

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.9 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.9 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.91	3.79	3.70	3.57	3.35	3.20	3.91	3.79	3.70	3.56	3.35	3.20
$\omega_1 .1$	15.58	15.11	14.75	14.21	13.35	12.75	15.54	15.08	14.71	14.18	13.32	12.72
$\omega_1 .2$	34.84	33.80	32.99	31.79	29.85	28.52	34.67	33.64	32.83	31.64	29.71	28.38
$\omega_2 .0$	61.46	59.62	58.18	56.07	52.66	50.30	61.06	59.23	57.80	55.70	52.32	49.97
$\omega_2 .1$	3.89	3.77	3.67	3.53	3.31	3.15	3.89	3.76	3.67	3.53	3.30	3.15
$\omega_2 .2$	15.50	15.01	14.63	14.08	13.17	12.54	15.46	14.97	14.59	14.04	13.14	12.51
$\omega_3 .0$	34.65	33.57	32.72	31.48	29.45	28.05	34.49	33.41	32.57	31.32	29.31	27.91
$\omega_3 .1$	61.12	59.21	57.72	55.52	51.95	49.47	60.73	58.83	57.34	55.16	51.61	49.15
$\omega_3 .2$	3.87	3.74	3.64	3.49	3.26	3.09	3.86	3.74	3.64	3.49	3.25	3.09
$\omega_4 .0$	15.41	14.90	14.51	13.93	12.98	12.31	15.37	14.86	14.47	13.89	12.94	12.28
$\omega_4 .1$	34.45	33.33	32.44	31.14	29.02	27.54	34.29	33.17	32.29	30.99	28.88	27.41
$\omega_4 .2$	60.77	58.78	57.23	54.93	51.18	48.57	60.37	58.40	56.85	54.57	50.85	48.26

Ek-I (Devam) $h/H = 0.75$ ve $L/H = 40$ oranları için porositelive tek çatlaklı basit mesnetli FD kirişin polinom dereceleri, çatlak konumu ve derinliği için doğal frekans değerleri

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.1 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.1 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.90	3.79	3.69	3.56	3.34	3.19	3.89	3.78	3.69	3.55	3.34	3.19

$\omega_1 .1$	15.47	15.01	14.64	14.11	13.25	12.66	15.35	14.89	14.53	14.01	13.15	12.56
$\omega_1 .2$	34.38	33.35	32.55	31.37	29.46	28.14	33.89	32.88	32.09	30.92	29.04	27.74
$\omega_2 0$	60.35	58.55	57.13	55.06	51.71	49.40	59.22	57.45	56.06	54.03	50.74	48.47
$\omega_2 .1$	3.88	3.76	3.67	3.53	3.30	3.14	3.87	3.75	3.66	3.52	3.29	3.13
$\omega_2 .2$	15.38	14.90	14.53	13.97	13.08	12.45	15.27	14.79	14.42	13.87	12.98	12.36
$\omega_3 0$	34.19	33.12	32.29	31.06	29.06	27.67	33.71	32.66	31.83	30.62	28.65	27.28
$\omega_3 .1$	60.02	58.15	56.68	54.52	51.02	48.58	58.90	57.06	55.62	53.50	50.06	47.67
$\omega_3 .2$	3.86	3.73	3.63	3.49	3.25	3.08	3.85	3.72	3.63	3.48	3.24	3.08
$\omega_4 0$	15.30	14.80	14.40	13.83	12.88	12.23	15.18	14.68	14.29	13.72	12.79	12.13
$\omega_4 .1$	33.99	32.88	32.01	30.73	28.63	27.17	33.51	32.42	31.56	30.29	28.23	26.79
$\omega_4 .2$	59.68	57.73	56.20	53.94	50.27	47.70	58.56	56.64	55.14	52.93	49.32	46.81

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.2 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.2 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	3.88	3.76	3.67	3.54	3.32	3.18	3.85	3.74	3.65	3.51	3.30	3.15
$\omega_1 .1$	15.28	14.82	14.46	13.94	13.09	12.50	15.00	14.55	14.20	13.68	12.85	12.27
$\omega_1 .2$	34.23	33.20	32.40	31.23	29.33	28.01	33.68	32.67	31.88	30.73	28.86	27.56
$\omega_2 0$	61.15	59.32	57.89	55.79	52.40	50.05	60.79	58.97	57.55	55.46	52.08	49.75
$\omega_2 .1$	3.86	3.74	3.64	3.50	3.28	3.12	3.83	3.71	3.62	3.48	3.25	3.10
$\omega_2 .2$	15.19	14.72	14.35	13.80	12.91	12.30	14.91	14.45	14.08	13.55	12.68	12.07
$\omega_3 0$	34.04	32.98	32.15	30.92	28.93	27.55	33.50	32.45	31.63	30.43	28.47	27.11
$\omega_3 .1$	60.82	58.92	57.43	55.24	51.69	49.22	60.46	58.57	57.09	54.91	51.38	48.93
$\omega_3 .2$	3.84	3.71	3.61	3.47	3.23	3.07	3.81	3.68	3.59	3.44	3.21	3.04
$\omega_4 0$	15.11	14.61	14.23	13.65	12.72	12.07	14.83	14.34	13.96	13.40	12.49	11.85
$\omega_4 .1$	33.84	32.74	31.87	30.59	28.51	27.05	33.30	32.21	31.36	30.10	28.05	26.62
$\omega_4 .2$	60.47	58.49	56.94	54.66	50.93	48.33	60.11	58.14	56.60	54.33	50.63	48.04

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.3 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.3 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	3.85	3.74	3.65	3.51	3.30	3.15	3.80	3.68	3.60	3.47	3.25	3.11
$\omega_1 .1$	15.28	14.83	14.47	13.94	13.10	12.51	15.02	14.57	14.22	13.70	12.87	12.29
$\omega_1 .2$	34.83	33.79	32.97	31.78	29.84	28.51	34.77	33.73	32.91	31.72	29.79	28.46
$\omega_2 0$	61.12	59.29	57.86	55.77	52.37	50.03	60.69	58.87	57.45	55.37	52.00	49.67
$\omega_2 .1$	3.83	3.71	3.62	3.48	3.26	3.10	3.78	3.66	3.57	3.43	3.21	3.06
$\omega_2 .2$	15.20	14.73	14.35	13.81	12.92	12.30	14.94	14.47	14.11	13.57	12.70	12.09
$\omega_3 0$	34.64	33.56	32.71	31.46	29.44	28.04	34.58	33.50	32.65	31.41	29.39	27.99
$\omega_3 .1$	60.79	58.89	57.41	55.22	51.67	49.20	60.36	58.48	57.00	54.83	51.30	48.85
$\omega_3 .2$	3.81	3.68	3.59	3.44	3.21	3.04	3.76	3.63	3.54	3.40	3.16	3.00
$\omega_4 0$	15.11	14.62	14.23	13.66	12.73	12.08	14.85	14.37	13.99	13.42	12.51	11.87
$\omega_4 .1$	34.44	33.31	32.43	31.13	29.01	27.53	34.38	33.25	32.37	31.07	28.96	27.48
$\omega_4 .2$	60.44	58.46	56.92	54.63	50.91	48.31	60.01	58.05	56.51	54.24	50.55	47.97

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.4 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.4 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 0$	3.83	3.72	3.63	3.49	3.28	3.14	3.76	3.65	3.56	3.43	3.22	3.08
$\omega_1 .1$	15.47	15.01	14.65	14.12	13.26	12.67	15.37	14.91	14.55	14.02	13.17	12.58
$\omega_1 .2$	34.64	33.60	32.79	31.60	29.68	28.35	34.40	33.37	32.57	31.39	29.48	28.16
$\omega_2 0$	60.42	58.61	57.20	55.12	51.77	49.45	59.44	57.66	56.27	54.23	50.93	48.65
$\omega_2 .1$	3.81	3.69	3.60	3.46	3.24	3.08	3.74	3.62	3.53	3.40	3.18	3.03

$\omega_2 .2$	15.39	14.91	14.53	13.98	13.08	12.46	15.29	14.81	14.44	13.89	12.99	12.37
$\omega_3 .0$	34.45	33.37	32.53	31.29	29.28	27.88	34.22	33.15	32.31	31.08	29.08	27.69
$\omega_3 .1$	60.09	58.21	56.74	54.58	51.07	48.63	59.12	57.27	55.82	53.70	50.24	47.85
$\omega_3 .2$	3.79	3.66	3.57	3.42	3.19	3.03	3.72	3.59	3.50	3.36	3.13	2.97
$\omega_4 .0$	15.30	14.80	14.41	13.83	12.89	12.23	15.20	14.70	14.31	13.74	12.80	12.15
$\omega_4 .1$	34.25	33.13	32.25	30.96	28.85	27.37	34.02	32.91	32.03	30.75	28.65	27.19
$\omega_4 .2$	59.74	57.79	56.26	54.00	50.32	47.75	58.77	56.85	55.35	53.13	49.50	46.98

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.5 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.5 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.82	3.71	3.62	3.49	3.28	3.13	3.74	3.63	3.54	3.42	3.21	3.06
$\omega_1 .1$	15.59	15.13	14.76	14.23	13.36	12.76	15.59	15.13	14.76	14.23	13.36	12.76
$\omega_1 .2$	34.15	33.13	32.33	31.15	29.26	27.95	33.51	32.51	31.73	30.58	28.72	27.43
$\omega_2 .0$	61.60	59.75	58.31	56.20	52.78	50.41	61.59	59.75	58.31	56.19	52.77	50.41
$\omega_2 .1$	3.80	3.68	3.59	3.45	3.23	3.08	3.72	3.61	3.52	3.38	3.16	3.01
$\omega_2 .2$	15.51	15.03	14.65	14.09	13.18	12.55	15.51	15.03	14.65	14.09	13.18	12.55
$\omega_3 .0$	33.96	32.90	32.07	30.85	28.86	27.49	33.33	32.29	31.48	30.28	28.33	26.98
$\omega_3 .1$	61.26	59.35	57.85	55.64	52.07	49.58	61.26	59.35	57.85	55.64	52.06	49.58
$\omega_3 .2$	3.78	3.66	3.56	3.42	3.18	3.02	3.70	3.58	3.49	3.35	3.12	2.96
$\omega_4 .0$	15.42	14.92	14.52	13.94	12.99	12.33	15.42	14.92	14.52	13.94	12.99	12.33
$\omega_4 .1$	33.76	32.66	31.80	30.52	28.44	26.99	33.14	32.06	31.21	29.95	27.91	26.49
$\omega_4 .2$	60.90	58.92	57.36	55.05	51.30	48.68	60.90	58.91	57.35	55.05	51.30	48.68

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.6 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.6 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.83	3.72	3.63	3.49	3.28	3.14	3.76	3.65	3.56	3.43	3.22	3.08
$\omega_1 .1$	15.47	15.01	14.65	14.12	13.26	12.67	15.37	14.91	14.55	14.02	13.17	12.58
$\omega_1 .2$	34.64	33.60	32.79	31.60	29.68	28.35	34.40	33.37	32.57	31.39	29.48	28.16
$\omega_2 .0$	60.42	58.62	57.20	55.13	51.77	49.45	59.47	57.69	56.30	54.26	50.95	48.67
$\omega_2 .1$	3.81	3.69	3.60	3.46	3.24	3.08	3.74	3.62	3.53	3.40	3.18	3.03
$\omega_2 .2$	15.39	14.91	14.53	13.98	13.08	12.46	15.29	14.81	14.44	13.89	12.99	12.37
$\omega_3 .0$	34.45	33.37	32.53	31.29	29.28	27.88	34.22	33.15	32.31	31.08	29.08	27.69
$\omega_3 .1$	60.10	58.22	56.75	54.59	51.08	48.64	59.15	57.30	55.85	53.72	50.27	47.87
$\omega_3 .2$	3.79	3.66	3.57	3.42	3.19	3.03	3.72	3.59	3.50	3.36	3.13	2.97
$\omega_4 .0$	15.30	14.80	14.41	13.83	12.89	12.23	15.20	14.70	14.31	13.74	12.80	12.15
$\omega_4 .1$	34.25	33.13	32.25	30.96	28.85	27.37	34.02	32.91	32.04	30.75	28.65	27.19
$\omega_4 .2$	59.75	57.80	56.27	54.01	50.33	47.76	58.80	56.88	55.37	53.15	49.53	47.00

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.7 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.7 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	3.85	3.74	3.65	3.51	3.30	3.15	3.80	3.68	3.60	3.47	3.25	3.11
$\omega_1 .1$	15.28	14.83	14.47	13.94	13.10	12.51	15.02	14.57	14.22	13.70	12.87	12.29
$\omega_1 .2$	34.83	33.79	32.97	31.78	29.84	28.51	34.77	33.73	32.91	31.72	29.79	28.46
$\omega_2 .0$	61.13	59.30	57.87	55.77	52.38	50.03	60.72	58.90	57.48	55.40	52.03	49.70
$\omega_2 .1$	3.83	3.71	3.62	3.48	3.26	3.10	3.78	3.66	3.57	3.43	3.21	3.06
$\omega_2 .2$	15.20	14.73	14.35	13.81	12.92	12.30	14.94	14.47	14.11	13.57	12.70	12.09
$\omega_3 .0$	34.64	33.56	32.71	31.46	29.44	28.04	34.58	33.50	32.65	31.41	29.39	27.99
$\omega_3 .1$	60.80	58.90	57.41	55.22	51.67	49.21	60.39	58.50	57.03	54.85	51.33	48.88
$\omega_3 .2$	3.81	3.68	3.59	3.44	3.21	3.04	3.76	3.63	3.54	3.40	3.16	3.00

ω_4 0	15.11	14.62	14.23	13.66	12.73	12.08	14.85	14.37	13.99	13.42	12.51	11.87
ω_4 .1	34.44	33.31	32.43	31.13	29.01	27.53	34.38	33.26	32.37	31.08	28.96	27.48
ω_4 .2	60.44	58.47	56.92	54.64	50.91	48.32	60.04	58.08	56.54	54.27	50.57	47.99

$h/H = 0.75$ $L/H = 40$ $Lc/L = 0.8$ $c = 1.5$ mm							$Lc/L = 0.8$ $c = 2.0$ mm					
ω V_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	3.88	3.76	3.67	3.54	3.32	3.18	3.85	3.74	3.65	3.51	3.30	3.15
ω_1 .1	15.28	14.82	14.46	13.94	13.09	12.50	15.00	14.55	14.20	13.68	12.85	12.27
ω_1 .2	34.23	33.21	32.41	31.23	29.33	28.02	33.69	32.68	31.89	30.74	28.86	27.57
ω_2 0	61.16	59.33	57.90	55.80	52.40	50.06	60.82	59.00	57.58	55.49	52.11	49.78
ω_2 .1	3.86	3.74	3.64	3.50	3.28	3.12	3.83	3.71	3.62	3.48	3.25	3.10
ω_2 .2	15.19	14.72	14.35	13.80	12.91	12.30	14.91	14.45	14.08	13.55	12.68	12.07
ω_3 0	34.04	32.98	32.15	30.92	28.93	27.55	33.51	32.46	31.64	30.43	28.48	27.12
ω_3 .1	60.83	58.93	57.44	55.25	51.70	49.23	60.49	58.60	57.12	54.94	51.41	48.96
ω_3 .2	3.84	3.71	3.61	3.47	3.23	3.07	3.81	3.68	3.59	3.44	3.21	3.04
ω_4 0	15.11	14.61	14.23	13.65	12.72	12.07	14.83	14.34	13.96	13.40	12.49	11.85
ω_4 .1	33.85	32.74	31.87	30.59	28.51	27.05	33.31	32.22	31.37	30.11	28.06	26.63
ω_4 .2	60.47	58.50	56.95	54.66	50.94	48.34	60.14	58.17	56.63	54.36	50.66	48.07

$h/H = 0.75$ $L/H = 40$ $Lc/L = 0.9$ $c = 1.5$ mm							$Lc/L = 0.9$ $c = 2.0$ mm					
ω V_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	3.90	3.79	3.69	3.56	3.34	3.19	3.89	3.78	3.69	3.55	3.34	3.19
ω_1 .1	15.47	15.01	14.64	14.11	13.25	12.66	15.35	14.89	14.53	14.01	13.15	12.56
ω_1 .2	34.38	33.35	32.55	31.37	29.46	28.14	33.91	32.89	32.10	30.93	29.05	27.75
ω_2 0	60.38	58.58	57.16	55.09	51.74	49.42	59.34	57.57	56.18	54.14	50.84	48.57
ω_2 .1	3.88	3.76	3.67	3.53	3.30	3.14	3.87	3.75	3.66	3.52	3.29	3.13
ω_2 .2	15.39	14.90	14.53	13.97	13.08	12.45	15.27	14.79	14.42	13.87	12.98	12.36
ω_3 0	34.19	33.13	32.29	31.06	29.06	27.68	33.72	32.67	31.84	30.63	28.66	27.29
ω_3 .1	60.05	58.18	56.71	54.55	51.04	48.61	59.02	57.18	55.73	53.61	50.16	47.77
ω_3 .2	3.86	3.73	3.63	3.49	3.25	3.08	3.85	3.72	3.63	3.48	3.24	3.08
ω_4 0	15.30	14.80	14.40	13.83	12.88	12.23	15.18	14.68	14.29	13.72	12.79	12.13
ω_4 .1	34.00	32.89	32.02	30.73	28.64	27.17	33.52	32.43	31.57	30.30	28.24	26.80
ω_4 .2	59.71	57.76	56.23	53.97	50.29	47.72	58.68	56.76	55.26	53.04	49.42	46.90

Ek-J $h/H = 0.75$ ve $L/H = 40$ oranları için porositelive tek çatlaklı ankastre FD kirişin polinom dereceleri, çatlak konumu ve derinliği için doğal frekans değerleri

$h/H = 0.75$ $L/H = 40$ $Lc/L = 0.1$ $c = 0.5$ mm							$Lc/L = 0.1$ $c = 1.0$ mm					
ω V_p	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.31	1.27	1.19	1.14	1.37	1.33	1.30	1.25	1.18	1.12
ω_1 .1	8.70	8.44	8.23	7.94	7.45	7.12	8.66	8.40	8.20	7.90	7.42	7.09
ω_1 .2	24.27	23.54	22.97	22.14	20.79	19.86	24.25	23.52	22.96	22.12	20.78	19.85
ω_2 0	47.23	45.82	44.71	43.09	40.47	38.66	47.23	45.82	44.71	43.09	40.47	38.66
ω_2 .1	1.38	1.34	1.30	1.25	1.17	1.12	1.37	1.32	1.29	1.24	1.16	1.11
ω_2 .2	8.65	8.38	8.17	7.86	7.35	7.00	8.62	8.35	8.14	7.83	7.32	6.97
ω_3 0	24.13	23.38	22.79	21.92	20.51	19.53	24.12	23.36	22.77	21.91	20.50	19.52
ω_3 .1	46.98	45.51	44.36	42.67	39.93	38.02	46.97	45.51	44.36	42.67	39.92	38.02
ω_3 .2	1.37	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10	1.36	1.31	1.28	1.23	1.14	1.09

ω_4 0	8.60	8.32	8.10	7.77	7.24	6.87	8.57	8.29	8.07	7.74	7.22	6.85
ω_4 .1	23.99	23.21	22.60	21.69	20.21	19.18	23.98	23.19	22.58	21.67	20.20	19.16
ω_4 .2	46.70	45.18	43.98	42.22	39.34	37.33	46.70	45.18	43.98	42.21	39.34	37.33

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.2 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.2 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.13
ω_1 .1	8.71	8.45	8.25	7.95	7.46	7.13	8.71	8.45	8.25	7.95	7.46	7.13
ω_1 .2	24.25	23.53	22.96	22.13	20.78	19.85	24.20	23.47	22.91	22.08	20.73	19.80
ω_2 0	47.13	45.72	44.62	43.00	40.39	38.58	46.86	45.45	44.36	42.75	40.15	38.35
ω_2 .1	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.37	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11
ω_2 .2	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01
ω_3 0	24.12	23.37	22.78	21.91	20.50	19.52	24.07	23.31	22.72	21.86	20.45	19.48
ω_3 .1	46.88	45.41	44.27	42.58	39.84	37.94	46.60	45.15	44.01	42.33	39.61	37.72
ω_3 .2	1.37	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10	1.36	1.32	1.28	1.23	1.15	1.09
ω_4 0	8.61	8.33	8.11	7.79	7.25	6.88	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88
ω_4 .1	23.98	23.20	22.58	21.68	20.20	19.17	23.93	23.14	22.53	21.63	20.15	19.12
ω_4 .2	46.60	45.08	43.89	42.13	39.26	37.25	46.33	44.82	43.63	41.88	39.03	37.03

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.3 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.3 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.38	1.34	1.31	1.26	1.19	1.13
ω_1 .1	8.71	8.45	8.24	7.94	7.46	7.13	8.69	8.43	8.23	7.93	7.45	7.11
ω_1 .2	24.22	23.49	22.93	22.09	20.75	19.82	24.07	23.35	22.78	21.96	20.62	19.70
ω_2 0	47.20	45.78	44.68	43.06	40.44	38.63	47.09	45.69	44.58	42.97	40.35	38.54
ω_2 .1	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.38	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11
ω_2 .2	8.66	8.39	8.18	7.86	7.36	7.01	8.65	8.38	8.16	7.85	7.35	7.00
ω_3 0	24.09	23.33	22.74	21.88	20.47	19.49	23.94	23.19	22.60	21.74	20.34	19.37
ω_3 .1	46.94	45.47	44.33	42.64	39.90	37.99	46.84	45.38	44.23	42.54	39.81	37.91
ω_3 .2	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10	1.37	1.32	1.29	1.24	1.15	1.09
ω_4 0	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88	8.60	8.31	8.09	7.77	7.24	6.87
ω_4 .1	23.95	23.16	22.55	21.65	20.17	19.14	23.80	23.02	22.41	21.51	20.04	19.02
ω_4 .2	46.67	45.14	43.95	42.18	39.31	37.30	46.57	45.05	43.85	42.09	39.22	37.22

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.4 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.4 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.31	1.27	1.19	1.14
ω_1 .1	8.69	8.43	8.23	7.93	7.45	7.12	8.65	8.39	8.19	7.89	7.41	7.08
ω_1 .2	24.24	23.52	22.95	22.12	20.77	19.84	24.17	23.44	22.88	22.05	20.71	19.78
ω_2 0	47.21	45.79	44.69	43.07	40.45	38.64	47.13	45.72	44.62	43.00	40.38	38.58
ω_2 .1	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.38	1.34	1.30	1.25	1.17	1.12
ω_2 .2	8.65	8.38	8.17	7.85	7.35	7.00	8.60	8.33	8.12	7.81	7.31	6.96
ω_3 0	24.11	23.36	22.77	21.90	20.49	19.52	24.04	23.28	22.70	21.83	20.43	19.45
ω_3 .1	46.95	45.48	44.34	42.65	39.90	38.00	46.88	45.41	44.27	42.58	39.84	37.94
ω_3 .2	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10	1.37	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10
ω_4 0	8.60	8.32	8.10	7.77	7.24	6.87	8.55	8.27	8.05	7.73	7.20	6.84
ω_4 .1	23.97	23.19	22.58	21.67	20.19	19.16	23.90	23.12	22.50	21.60	20.13	19.10
ω_4 .2	46.68	45.15	43.96	42.19	39.32	37.31	46.60	45.08	43.89	42.13	39.25	37.25

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.5 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.5 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 \quad .1$	8.69	8.43	8.22	7.93	7.44	7.11	8.62	8.36	8.16	7.87	7.39	7.06
$\omega_1 \quad .2$	24.27	23.55	22.98	22.14	20.80	19.87	24.27	23.55	22.98	22.14	20.80	19.87
$\omega_2 \quad 0$	47.11	45.70	44.60	42.98	40.37	38.56	46.78	45.38	44.28	42.68	40.08	38.29
$\omega_2 \quad .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 \quad .2$	8.64	8.37	8.16	7.85	7.34	6.99	8.58	8.31	8.10	7.79	7.29	6.94
$\omega_3 \quad 0$	24.14	23.39	22.80	21.93	20.52	19.54	24.14	23.39	22.80	21.93	20.52	19.54
$\omega_3 \quad .1$	46.86	45.39	44.25	42.56	39.82	37.92	46.52	45.07	43.93	42.26	39.54	37.66
$\omega_3 \quad .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10
$\omega_4 \quad 0$	8.59	8.31	8.09	7.76	7.24	6.87	8.53	8.25	8.03	7.71	7.18	6.81
$\omega_4 \quad .1$	24.00	23.22	22.60	21.69	20.22	19.18	24.00	23.22	22.60	21.69	20.22	19.18
$\omega_4 \quad .2$	46.58	45.06	43.87	42.11	39.24	37.24	46.25	44.74	43.56	41.81	38.96	36.97

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.6 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.6 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 \quad .1$	8.69	8.43	8.23	7.93	7.45	7.11	8.63	8.37	8.17	7.87	7.39	7.06
$\omega_1 \quad .2$	24.24	23.51	22.94	22.11	20.77	19.84	24.14	23.42	22.85	22.02	20.68	19.76
$\omega_2 \quad 0$	47.21	45.80	44.69	43.07	40.45	38.64	47.14	45.73	44.63	43.01	40.39	38.59
$\omega_2 \quad .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 \quad .2$	8.64	8.37	8.16	7.85	7.34	6.99	8.58	8.31	8.10	7.80	7.29	6.95
$\omega_3 \quad 0$	24.11	23.35	22.76	21.90	20.49	19.51	24.01	23.26	22.67	21.81	20.40	19.43
$\omega_3 \quad .1$	46.95	45.49	44.34	42.65	39.91	38.00	46.89	45.42	44.28	42.59	39.85	37.95
$\omega_3 \quad .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10
$\omega_4 \quad 0$	8.59	8.31	8.09	7.77	7.24	6.87	8.53	8.25	8.04	7.71	7.19	6.82
$\omega_4 \quad .1$	23.96	23.18	22.57	21.66	20.19	19.16	23.87	23.09	22.48	21.58	20.11	19.08
$\omega_4 \quad .2$	46.68	45.16	43.96	42.20	39.32	37.31	46.62	45.09	43.90	42.14	39.26	37.26

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.7 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.7 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 \quad .1$	8.70	8.44	8.23	7.94	7.45	7.12	8.66	8.40	8.20	7.90	7.42	7.09
$\omega_1 \quad .2$	24.20	23.48	22.91	22.08	20.73	19.81	24.00	23.28	22.72	21.90	20.56	19.64
$\omega_2 \quad 0$	47.19	45.78	44.67	43.05	40.43	38.62	47.06	45.65	44.55	42.94	40.32	38.52
$\omega_2 \quad .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 \quad .2$	8.65	8.38	8.17	7.86	7.35	7.00	8.61	8.35	8.14	7.83	7.32	6.97
$\omega_3 \quad 0$	24.07	23.32	22.73	21.86	20.46	19.48	23.87	23.12	22.54	21.68	20.29	19.32
$\omega_3 \quad .1$	46.93	45.47	44.32	42.63	39.89	37.98	46.81	45.34	44.20	42.51	39.78	37.88
$\omega_3 \quad .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
$\omega_4 \quad 0$	8.60	8.32	8.10	7.77	7.24	6.87	8.56	8.29	8.07	7.74	7.21	6.85
$\omega_4 \quad .1$	23.93	23.15	22.53	21.63	20.16	19.13	23.73	22.96	22.35	21.45	19.99	18.97
$\omega_4 \quad .2$	46.66	45.14	43.94	42.18	39.30	37.30	46.53	45.01	43.82	42.06	39.20	37.20

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.8 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.8 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 \quad .1$	8.71	8.45	8.24	7.94	7.46	7.13	8.69	8.43	8.23	7.93	7.45	7.12

$\omega_1 .2$	24.23	23.50	22.93	22.10	20.76	19.83	24.09	23.37	22.81	21.98	20.64	19.72
$\omega_2 .0$	47.10	45.69	44.58	42.97	40.35	38.55	46.71	45.31	44.22	42.62	40.02	38.23
$\omega_2 .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 .2$	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01	8.65	8.38	8.17	7.85	7.35	7.00
$\omega_3 .0$	24.09	23.34	22.75	21.89	20.48	19.50	23.96	23.21	22.63	21.77	20.37	19.39
$\omega_3 .1$	46.84	45.38	44.23	42.55	39.81	37.91	46.46	45.01	43.87	42.20	39.49	37.60
$\omega_3 .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
$\omega_4 .0$	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88	8.60	8.32	8.10	7.77	7.24	6.87
$\omega_4 .1$	23.95	23.17	22.56	21.65	20.18	19.15	23.82	23.05	22.44	21.53	20.07	19.04
$\omega_4 .2$	46.57	45.05	43.85	42.09	39.22	37.22	46.19	44.68	43.50	41.75	38.90	36.92

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.9 \quad c = 0.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.9 \quad c = 1.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 .1$	8.71	8.45	8.25	7.95	7.46	7.13	8.71	8.45	8.24	7.95	7.46	7.13
$\omega_1 .2$	24.27	23.54	22.97	22.14	20.79	19.86	24.25	23.52	22.95	22.12	20.77	19.84
$\omega_2 .0$	47.20	45.79	44.68	43.06	40.44	38.63	47.09	45.68	44.58	42.96	40.35	38.54
$\omega_2 .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 .2$	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01
$\omega_3 .0$	24.13	23.38	22.79	21.92	20.51	19.53	24.11	23.36	22.77	21.90	20.50	19.52
$\omega_3 .1$	46.94	45.48	44.33	42.64	39.90	37.99	46.84	45.37	44.23	42.54	39.81	37.91
$\omega_3 .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
$\omega_4 .0$	8.61	8.33	8.11	7.79	7.25	6.88	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88
$\omega_4 .1$	23.99	23.21	22.60	21.69	20.21	19.18	23.97	23.19	22.58	21.67	20.19	19.16
$\omega_4 .2$	46.67	45.14	43.95	42.18	39.31	37.30	46.56	45.04	43.85	42.09	39.22	37.22

Ek-I (Devam) $h/H = 0.75$ ve $L/H = 40$ oranları için porositeli ve tek çatlaklı ankastre FD kirişin polinom dereceleri, çatlak konumu ve derinliği için doğal frekans değerleri

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.1 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.1 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.35	1.31	1.28	1.23	1.15	1.10	1.31	1.27	1.24	1.19	1.12	1.07
$\omega_1 .1$	8.61	8.35	8.15	7.85	7.38	7.05	8.53	8.27	8.07	7.78	7.30	6.98
$\omega_1 .2$	24.22	23.49	22.93	22.10	20.75	19.82	24.18	23.45	22.89	22.06	20.71	19.79
$\omega_2 .0$	47.22	45.81	44.71	43.09	40.46	38.65	47.22	45.80	44.70	43.08	40.46	38.65
$\omega_2 .1$	1.34	1.30	1.27	1.22	1.14	1.08	1.30	1.26	1.23	1.18	1.11	1.05
$\omega_2 .2$	8.56	8.29	8.08	7.78	7.28	6.93	8.48	8.21	8.01	7.70	7.21	6.86
$\omega_3 .0$	24.09	23.34	22.75	21.88	20.47	19.50	24.05	23.29	22.71	21.84	20.44	19.46
$\omega_3 .1$	46.97	45.50	44.35	42.66	39.92	38.01	46.96	45.49	44.35	42.66	39.91	38.01
$\omega_3 .2$	1.33	1.29	1.26	1.20	1.12	1.07	1.29	1.25	1.22	1.17	1.09	1.03
$\omega_4 .0$	8.51	8.23	8.02	7.69	7.17	6.80	8.43	8.15	7.94	7.62	7.10	6.74
$\omega_4 .1$	23.95	23.17	22.55	21.65	20.17	19.14	23.91	23.12	22.51	21.61	20.14	19.11
$\omega_4 .2$	46.69	45.17	43.97	42.21	39.33	37.32	46.69	45.16	43.97	42.20	39.33	37.32

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.2 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.2 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.36	1.32	1.29	1.24	1.17	1.11	1.33	1.29	1.26	1.21	1.14	1.09
$\omega_1 .1$	8.71	8.45	8.24	7.95	7.46	7.13	8.71	8.45	8.24	7.94	7.46	7.13

$\omega_1 .2$	24.10	23.38	22.82	21.99	20.65	19.73	23.95	23.23	22.67	21.85	20.52	19.60
$\omega_2 .0$	46.39	45.00	43.92	42.32	39.75	37.97	45.68	44.31	43.24	41.67	39.14	37.39
$\omega_2 .1$	1.35	1.31	1.28	1.23	1.15	1.10	1.32	1.28	1.25	1.20	1.13	1.07
$\omega_2 .2$	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01
$\omega_3 .0$	23.97	23.22	22.64	21.77	20.37	19.40	23.82	23.08	22.49	21.64	20.25	19.28
$\omega_3 .1$	46.14	44.70	43.57	41.91	39.21	37.34	45.43	44.01	42.90	41.27	38.61	36.77
$\omega_3 .2$	1.35	1.30	1.27	1.22	1.13	1.08	1.32	1.27	1.24	1.19	1.11	1.05
$\omega_4 .0$	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88
$\omega_4 .1$	23.83	23.05	22.44	21.54	20.07	19.05	23.68	22.91	22.30	21.41	19.95	18.93
$\omega_4 .2$	45.87	44.37	43.20	41.46	38.64	36.67	45.17	43.69	42.53	40.83	38.04	36.10

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.3 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.3 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.37	1.33	1.30	1.25	1.18	1.12	1.35	1.31	1.28	1.23	1.16	1.11
$\omega_1 .1$	8.67	8.41	8.21	7.91	7.43	7.10	8.64	8.38	8.17	7.88	7.40	7.07
$\omega_1 .2$	23.82	23.10	22.55	21.73	20.41	19.49	23.43	22.73	22.18	21.38	20.07	19.18
$\omega_2 .0$	46.93	45.52	44.42	42.81	40.21	38.41	46.67	45.28	44.18	42.58	39.99	38.20
$\omega_2 .1$	1.36	1.32	1.29	1.24	1.16	1.10	1.34	1.30	1.27	1.22	1.14	1.09
$\omega_2 .2$	8.62	8.35	8.14	7.83	7.33	6.98	8.59	8.32	8.11	7.80	7.30	6.95
$\omega_3 .0$	23.69	22.95	22.37	21.51	20.13	19.17	23.30	22.57	22.00	21.17	19.80	18.86
$\omega_3 .1$	46.67	45.21	44.07	42.39	39.67	37.77	46.42	44.97	43.83	42.16	39.45	37.57
$\omega_3 .2$	1.36	1.31	1.28	1.23	1.14	1.08	1.34	1.29	1.26	1.21	1.13	1.07
$\omega_4 .0$	8.57	8.29	8.07	7.75	7.22	6.85	8.54	8.26	8.04	7.72	7.19	6.82
$\omega_4 .1$	23.55	22.78	22.18	21.29	19.83	18.82	23.17	22.41	21.82	20.94	19.51	18.52
$\omega_4 .2$	46.40	44.88	43.70	41.94	39.08	37.09	46.15	44.64	43.46	41.71	38.87	36.89

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.4 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.4 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.13	1.37	1.33	1.29	1.25	1.17	1.12
$\omega_1 .1$	8.57	8.32	8.12	7.82	7.35	7.02	8.45	8.20	8.00	7.71	7.24	6.92
$\omega_1 .2$	24.04	23.32	22.75	21.93	20.59	19.67	23.84	23.12	22.57	21.75	20.42	19.51
$\omega_2 .0$	47.00	45.60	44.50	42.88	40.27	38.47	46.80	45.40	44.31	42.70	40.10	38.31
$\omega_2 .1$	1.37	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11	1.36	1.32	1.28	1.24	1.16	1.10
$\omega_2 .2$	8.53	8.26	8.05	7.75	7.25	6.90	8.41	8.15	7.94	7.64	7.15	6.81
$\omega_3 .0$	23.91	23.16	22.57	21.71	20.32	19.35	23.71	22.97	22.39	21.53	20.15	19.19
$\omega_3 .1$	46.75	45.29	44.15	42.46	39.73	37.84	46.55	45.10	43.96	42.28	39.56	37.68
$\omega_3 .2$	1.36	1.32	1.29	1.23	1.15	1.09	1.35	1.31	1.27	1.22	1.14	1.08
$\omega_4 .0$	8.48	8.20	7.98	7.66	7.14	6.78	8.36	8.09	7.87	7.56	7.04	6.68
$\omega_4 .1$	23.77	22.99	22.38	21.48	20.02	19.00	23.57	22.80	22.20	21.30	19.85	18.84
$\omega_4 .2$	46.48	44.96	43.77	42.01	39.15	37.15	46.28	44.77	43.58	41.83	38.98	36.99

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.5 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.5 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 .0$	1.39	1.35	1.31	1.27	1.19	1.13	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.13
$\omega_1 .1$	8.51	8.26	8.06	7.77	7.29	6.97	8.34	8.09	7.89	7.61	7.14	6.82
$\omega_1 .2$	24.27	23.54	22.98	22.14	20.80	19.86	24.27	23.54	22.98	22.14	20.80	19.86
$\omega_2 .0$	46.22	44.84	43.76	42.17	39.61	37.83	45.39	44.03	42.97	41.41	38.89	37.15
$\omega_2 .1$	1.38	1.34	1.30	1.25	1.17	1.12	1.37	1.33	1.30	1.25	1.17	1.11
$\omega_2 .2$	8.47	8.20	7.99	7.69	7.19	6.85	8.29	8.03	7.83	7.53	7.05	6.71

ω_3 0	24.14	23.39	22.79	21.93	20.52	19.54	24.14	23.38	22.79	21.93	20.52	19.54
ω_3 .1	45.97	44.54	43.41	41.76	39.07	37.21	45.14	43.73	42.63	41.00	38.36	36.53
ω_3 .2	1.37	1.33	1.29	1.24	1.15	1.10	1.36	1.32	1.28	1.23	1.15	1.09
ω_4 0	8.42	8.14	7.93	7.61	7.09	6.73	8.24	7.98	7.76	7.45	6.94	6.59
ω_4 .1	24.00	23.22	22.60	21.69	20.21	19.18	24.00	23.21	22.60	21.69	20.21	19.18
ω_4 .2	45.71	44.21	43.04	41.31	38.50	36.53	44.88	43.41	42.26	40.57	37.80	35.87

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.6 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.6 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.31	1.27	1.19	1.14
ω_1 .1	8.53	8.27	8.07	7.78	7.31	6.98	8.36	8.11	7.92	7.63	7.16	6.84
ω_1 .2	23.98	23.26	22.70	21.87	20.54	19.62	23.73	23.02	22.46	21.65	20.33	19.42
ω_2 0	47.03	45.63	44.52	42.91	40.30	38.49	46.86	45.46	44.36	42.75	40.15	38.35
ω_2 .1	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.38	1.34	1.30	1.25	1.17	1.12
ω_2 .2	8.48	8.22	8.01	7.70	7.21	6.86	8.32	8.06	7.85	7.55	7.07	6.73
ω_3 0	23.85	23.10	22.52	21.66	20.27	19.30	23.60	22.86	22.28	21.43	20.06	19.10
ω_3 .1	46.78	45.32	44.17	42.49	39.76	37.86	46.60	45.15	44.01	42.33	39.61	37.72
ω_3 .2	1.38	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10	1.37	1.33	1.29	1.24	1.16	1.10
ω_4 0	8.43	8.16	7.94	7.62	7.10	6.74	8.27	8.00	7.79	7.47	6.96	6.61
ω_4 .1	23.71	22.93	22.33	21.43	19.97	18.95	23.46	22.70	22.09	21.21	19.76	18.75
ω_4 .2	46.50	44.99	43.79	42.04	39.17	37.17	46.33	44.82	43.63	41.88	39.03	37.04

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.7 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.7 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
ω_1 .1	8.60	8.34	8.14	7.85	7.37	7.04	8.50	8.24	8.04	7.75	7.28	6.95
ω_1 .2	23.66	22.96	22.40	21.59	20.28	19.37	23.15	22.45	21.91	21.12	19.83	18.95
ω_2 0	46.85	45.45	44.36	42.75	40.15	38.35	46.55	45.16	44.07	42.47	39.88	38.10
ω_2 .1	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.38	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
ω_2 .2	8.55	8.29	8.08	7.77	7.27	6.92	8.45	8.19	7.98	7.68	7.18	6.84
ω_3 0	23.53	22.80	22.22	21.38	20.00	19.05	23.02	22.30	21.74	20.91	19.57	18.63
ω_3 .1	46.60	45.14	44.00	42.33	39.61	37.72	46.30	44.85	43.72	42.05	39.35	37.47
ω_3 .2	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.24	1.16	1.10
ω_4 0	8.50	8.23	8.01	7.69	7.16	6.80	8.40	8.13	7.91	7.59	7.08	6.71
ω_4 .1	23.40	22.63	22.03	21.15	19.71	18.70	22.89	22.14	21.55	20.69	19.28	18.29
ω_4 .2	46.33	44.82	43.63	41.88	39.02	37.03	46.03	44.52	43.34	41.60	38.77	36.79

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.8 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.8 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
ω_1 0	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
ω_1 .1	8.67	8.41	8.21	7.91	7.43	7.10	8.64	8.38	8.18	7.88	7.40	7.07
ω_1 .2	23.86	23.15	22.59	21.77	20.45	19.53	23.49	22.78	22.23	21.43	20.12	19.22
ω_2 0	46.07	44.69	43.61	42.03	39.47	37.71	45.10	43.75	42.69	41.15	38.64	36.91
ω_2 .1	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
ω_2 .2	8.63	8.36	8.15	7.84	7.33	6.98	8.59	8.32	8.11	7.80	7.30	6.95
ω_3 0	23.73	22.99	22.41	21.56	20.17	19.21	23.36	22.63	22.06	21.22	19.85	18.91
ω_3 .1	45.82	44.39	43.27	41.62	38.94	37.09	44.85	43.45	42.36	40.74	38.12	36.30
ω_3 .2	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
ω_4 0	8.58	8.30	8.08	7.75	7.22	6.86	8.54	8.26	8.04	7.72	7.19	6.83

$\omega_4 .1$	23.60	22.83	22.22	21.33	19.88	18.86	23.22	22.46	21.87	20.99	19.56	18.56
$\omega_4 .2$	45.55	44.07	42.90	41.18	38.37	36.41	44.59	43.14	41.99	40.31	37.56	35.64

$h/H = 0.75 \quad L/H = 40 \quad Lc/L = 0.9 \quad c = 1.5 \text{ mm}$							$Lc/L = 0.9 \quad c = 2.0 \text{ mm}$					
$\omega \quad V_p$	0	0.5	1	2	5	10	0	0.5	1	2	5	10
$\omega_1 \quad 0$	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14	1.39	1.35	1.32	1.27	1.19	1.14
$\omega_1 \quad .1$	8.71	8.45	8.24	7.94	7.46	7.13	8.70	8.44	8.24	7.94	7.46	7.12
$\omega_1 \quad .2$	24.21	23.49	22.92	22.09	20.75	19.82	24.15	23.43	22.87	22.04	20.70	19.77
$\omega_2 \quad 0$	46.90	45.50	44.40	42.79	40.19	38.39	46.58	45.18	44.10	42.50	39.91	38.12
$\omega_2 \quad .1$	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12	1.39	1.34	1.31	1.26	1.18	1.12
$\omega_2 \quad .2$	8.66	8.39	8.18	7.87	7.36	7.01	8.66	8.39	8.17	7.86	7.36	7.01
$\omega_3 \quad 0$	24.08	23.33	22.74	21.87	20.47	19.49	24.02	23.27	22.69	21.82	20.42	19.44
$\omega_3 \quad .1$	46.65	45.19	44.05	42.37	39.65	37.76	46.33	44.88	43.75	42.08	39.37	37.49
$\omega_3 \quad .2$	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10	1.38	1.33	1.30	1.25	1.16	1.10
$\omega_4 \quad 0$	8.61	8.33	8.11	7.78	7.25	6.88	8.61	8.33	8.10	7.78	7.25	6.88
$\omega_4 \quad .1$	23.94	23.16	22.55	21.64	20.17	19.14	23.88	23.10	22.49	21.59	20.12	19.09
$\omega_4 \quad .2$	46.38	44.86	43.67	41.92	39.06	37.07	46.06	44.55	43.37	41.63	38.79	36.81

ÖZ GEÇMİŞ

Ersoy Fatih ERDURCAN 23.03.1980 tarihinde İzmir Bornova’da doğdu. 1982 yılında Hollanda’ya taşınmıştır. İlk orta ve lise öğretimini Den Haag’ta tamamladı. 2000 yılında girdiği Delft Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü’nden Nisan 2006’da lisans ile ve Mayıs 2007’de Yüksek Lisans ile mezun oldu. Özel sektörde bir süre konstrüksiyon mühendisi olarak çalıştıktan sonra 2008-2016 arası LaHey Uygulamalı Bilimler Üniversitesinde öğretim görevlisi olarak çalışmıştır. 2015’ten itibaren faaliyet gösteren Hollanda menşeli DOS Engineering şirketinin sahibidir. 2017 yılından bu yana Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Doktora çalışmalarını sürdürmektedir.

TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER

Bu tez çalışmasından 2 (iki) adet uluslararası makale, 1 (bir) adet ulusal makale, 1 (bir) adet ulusal bildiri üretilmiştir. Bu üretilen çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

Erdurcan, E.F. and Cunedioğlu, Y., “Free Vibration Analysis of a Functionally Graded Material Coated Aluminum Beam”, *AIAA Journal* 58(2), 949-954, 2020.

Erdurcan, E.F. ve Cunedioğlu, Y. “Modal Analysis of an Aluminum Beam Coated with Porous Functionally Graded Material”, *Materials Science & Engineering Technology*, 2020.

Erdurcan, E.F. ve Cunedioğlu, Y. “Porositeli FDM ile Kaplı Alüminyum Kirişin Serbest Titreşiminin İncelenmesi,” *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi* 9(2), 1090-1099, 2020.

Erdurcan, E.F. ve Cunedioğlu, Y. “Yüzeyleri FD Malzeme ile Kaplı Alüminyum Kirişin Serbest Titreşim Analizi” **21. Ulusal Mekanik kongresi**, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde, s. 397-409, 2-6 Eylül, 2019.