

T.C.
NİĞDE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERDE LUENBERGER TABANLI
GÖZLEMLEYİCİ TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAYRAM MELİH YILMAZ

T.C.
NİĞDE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERDE LUENBERGER TABANLI
GÖZLEMLEYİCİ TASARIMI

BAYRAM MELİH YILMAZ

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Kamil Fatih DİLAVER

Haziran 2016



Bayram Melih YILMAZ tarafından **Kamil Fatih DİLAVER** danışmanlığında hazırlanan “**ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERDE LUENBERGER TABANLI GÖZLEMLEYİCİ TASARIMI**” adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Elektrik-Elektronik Mühendisliği** Ana Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. AYTEKİN BAĞIŞ, Erciyes Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Murat BARUT, Niğde Üniversitesi

Üye : Yrd. Doç. Dr. Kamil Fatih DİLAVER, Niğde Üniversitesi

ONAY:

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/....../20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun/....../20.... tarih ve sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

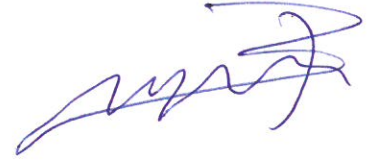
...../...../20...

Doç. Dr. Murat BARUT

MÜDÜR

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.



Bayram Melih YILMAZ

ÖZET

ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERDE LUENBERGER TABANLI GÖZLEMLEYİCİ TASARIMI

YILMAZ, Bayram Melih

Niğde Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Danışman

: Yrd. Doç. Dr. Kamil Fatih DİLAVER

Haziran 2016, 74

Bu tez çalışmasında, doğrusal zamandan bağımsız tek girişli tek çıkışlı sistemlerde zaman gecikmesine sahip olan sistemler incelenmektedir. Bir ve birden fazla zaman gecikmesi olan sistemlerin durumlarını kestirebilmek Luenberger tabanlı yeni bir metot önerilmektedir. Bu metot literatürdeki mevcut tasarım yöntemlerinden farklıdır. Önerilen gözlemleyici modelleri çeşitli örnekler kullanılarak MATLAB yardımıyla test edilmektedir. Önerilen gözlemleyici modeli zaman gecikmeli sistemler için tasarlanmış literatürde mevcut olan bir gözlemleyici modeli ile MATLAB ortamında karşılaştırılıp, sonuçlar gösterilmektedir. Yaklaşım metodu kullanılarak zaman gecikmeli sistemler için önerilen gözlemleyici modelleri literatüre tanıtılmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Luenberger gözlemleyici modeli, zaman gecikmeli sistemler, durum geri beslemeli kontrol

SUMMARY

OBSERVER DESIGN BASED ON LUENBERGER IN TIME DELAY SYSTEMS

YILMAZ, Bayram Melih

Nigde University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor : Assistant Professor Dr. Kamil Fatih DİLAVER

June 2016, 74

In this thesis, time delay systems are analysed in linear time invariant single input single output systems. In order to estimate the states of a single or multi delay system we have proposed a new method that is based on Luenberger. This method is different from the existing design patterns. The proposed models are examined by using MATLAB with different examples. The new presented observer model and the existing model are compared via MATLAB and the results are shown. We have used an approximation method to design a time delay observer and this method has been introduced to the literature.

Keywords: Luenberger observer model, time delay systems, state feedback control

ÖN SÖZ

Bu tez çalışmasının her aşamasında bilgisi ve tecrübesi ile her konuda desteklerini esirgemeyen değerli danışmanım Yrd. Doç. Dr. Kamil Fatih DİLAVER'e şükranlarımı sunarım. Ayrıca tez çalışmam sırasında bilimsel katkılarını esirgemeyen araştırma grubu arkadaşım Arş. Gör. Mehmet CANEVİ'ne teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak maddi ve manevi olarak her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
ÖN SÖZ	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
SİMGE VE KISALTMALAR	xii
BÖLÜM I GİRİŞ	1
BÖLÜM II SİSTEMLER.....	4
2.1 Zaman Gecikmesi Olmayan Sistemler	4
2.2 Zaman Gecikmeli Sistemler.....	5
2.2.1 Girişinde gecikme olan sistemler	6
2.2.2 Çıkışında gecikme olan sistemler	6
2.2.3 Durumlarında gecikme olan sistemler.....	7
2.2.4 Durumlarında çoklu gecikme olan sistemler	7
2.2.2 Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan sistemler.....	8
BÖLÜM III GÖZLEMLEYİCİLER.....	10
3.1 Gözlemlenebilirlik	10
3.2 Luenberger Gözlemleyici Modeli.....	11
3.2.1 Luenberger gözlemleyicisinin bir sistem üzerinde uygulanması	13
3.3 Zaman Gecikmeli Sistemler için Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Tasarımı	16
3.3.1 Zaman gecikmeli sistemlerde gözlemlenebilirlik.....	16
3.3.2 Durumlarında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli	17
3.3.3 Durumlarında iki gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli.....	19

3.3.4 Girişinde gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli	22
3.3.5 Çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli	23
3.3.6 Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli.....	25
BÖLÜM IV DURUMLARINDA GECİKME OLAN ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERE LUENBERGER TABANLI GÖZLEMLEYİCİ UYGULAMASI	
28	
4.1 Durumlarında Tek Gecikme olan Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Modeli Uygulaması.....	28
4.1.1 Durumlarında iki farklı gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli uygulaması.....	35
BÖLÜM V DURUM GERİ BESLEMELİ KONTROLÖR TASARIMINDA GÖZLEMLEYİCİ KULLANIMI.....	
42	
5.1 Giriş	42
5.2 Zaman Gecikmesi Olmayan Sistemlerde Gözlemleyici Tabanlı Durum Geri Beslemeli Kontrol Uygulaması	46
5.3 Durumlarında Tek Zaman Gecikmesi olan Sistemlerde Geri Beslemeli Kontrolör Tasarımında Gözlemleyici Kullanımı	55
5.4 Tek Zaman Gecikmesi olan Sistemlerde Gözlemleyici Tabanlı Durum Geri Beslemeli Kontrol Uygulaması	59
5.5 Durumlarında İki Zaman Gecikmesi olan Sistemlerde Geri Beslemeli Kontrolör Tasarımında Gözlemleyici Kullanımı	66
BÖLÜM VII SONUÇ.....	70
KAYNAKLAR	71
EKLER.....	73
ÖZ GEÇMİŞ	74

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1	Zamandan bağımsız doğrusal bir sistemin Laplace bölgesi durum uzayı blok diyagramı	4
Şekil 2.2	Zaman gecikmeli birinci dereceden bir sistemin blok diyagramı	5
Şekil 2.3	Girişinde zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı	6
Şekil 2.4	Çıkışında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı....	7
Şekil 2.5	Durumlarında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı.....	7
Şekil 2.6	Durumlarında çoklu zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı.....	8
Şekil 2.7	Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı	9
Şekil 3.1	Luenberger gözlemleyicisinin Laplace bölgesi blok diyagramı.	12
Şekil 3.2	Sistemin x_1 durumu ve gözlemleyicinin \hat{x}_1 durumunun zamana göre değişimi	15
Şekil 3.3	Sistemin x_2 durumunu ve gözlemleyicinin \hat{x}_2 durumunun zaman göre değişimi	15
Şekil 3.4	Sistemin x_3 durumunun ve gözlemleyicinin \hat{x}_3 durumunun zamana göre değişimi	16
Şekil 3.5	Durumlarında gecikme olan Luenberger Gözlemleyicisinin Laplace bölgesi blok diyagramı	18
Şekil 3.6	Durumlarında iki farklı gecikme olan Luenberger Gözlemleyicisinin Laplace bölgesi blok diyagramı.	20
Şekil 3.7	Girişinde gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı	23
Şekil 3.8	Çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı.	25
Şekil 3.9	Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı Gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı	27
Şekil 4.1	$x_1(t)$ durumu için hata sinyali	31
Şekil 4.2	$x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri.....	31
Şekil 4.3	$x_2(t)$ durumu için hata sinyali	32

Şekil 4.4	$x_2(t)$ ve $\hat{x}_2(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri	32
Şekil 4.5	$x_2(t)$ durumu için hata sinyali.	33
Şekil 4.6	$x_3(t)$ ve $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri	33
Şekil 4.7	$x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirim (hata dinamiğinin bütün kutupları -1 noktasında).....	34
Şekil 4.8	$x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirim (hata dinamiğinin bütün kutupları -3 noktasında).....	34
Şekil 4.9	$x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirim (hata dinamiğinin bütün kutupları -5 noktasında).....	35
Şekil 4.10	$x_1(t)$ durumu için hata sinyali	38
Şekil 4.11	$x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri.....	38
Şekil 4.12	$x_2(t)$ durumu için hata sinyali.....	39
Şekil 4.13	$x_2(t)$ ve $\hat{x}_2(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri.....	39
Şekil 4.14	$x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre kestirimleri (hata dinamiğini bütün kutupları -3 noktasında)	40
Şekil 4.15	$x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre kestirimleri (hata dinamiğini bütün kutupları -5 noktasında)	40
Şekil 4.16	$x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre kestirimleri (hata dinamiğini bütün kutupları -7,5 noktasında)	41
Şekil 5.1	Gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrol sisteminin Laplace bölgesi blok diyagramı.....	45
Şekil 5.2	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	48
Şekil 5.3	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	51
Şekil 5.4	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	51
Şekil 5.5	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	52
Şekil 5.6	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	52
Şekil 5.7	Durum geri beslemeli kontrolde oturma sürelerinin karşılaştırılması.....	53
Şekil 5.8	Durum geri beslemeli kontrolde oturma değerlerinin karşılaştırılması.....	53
Şekil 5.9	Durum geri beslemeli kontrolde tepe sürelerinin karşılaştırılması.....	54
Şekil 5.10	Durum geri beslemeli kontrolde oturma sürelerinin karşılaştırılması.....	54
Şekil 5.11	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	60
Şekil 5.12	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	62
Şekil 5.13	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	62
Şekil 5.14	$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	63

Şekil 5.15 $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi	64
Şekil 5.16 Durum geri beslemeli kontrolde oturma sürelerinin karşılaştırılması.....	64
Şekil 5.17 Durum geri beslemeli kontrolde oturma değerlerinin karşılaştırılması.....	65
Şekil 5.18 Durum geri beslemeli kontrolde tepe sürelerinin karşılaştırılması.....	65
Şekil 5.18 Durum geri beslemeli kontrolde tepe değerlerinin karşılaştırılması.....	65



SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
A	Sistem matrisi
A_d	Gecikmeli sistem matrisi
B	Giriş matrisi
B_d	Gecikmeli giriş matrisi
C	Çıkış matrisi
C_d	Gecikmeli çıkış matrisi
D	Geçiş matrisi
u	Kontrol girişi
r	Referans giriş işareti
L	Luenberger kazancı
K	Geri besleme kazancı
V	Giriş kazancı
τ_x	Sistem durumlarındaki gecikme
τ_u	Sistem girişindeki gecikme
τ_y	Sistem çıkışındaki gecikme

BÖLÜM I

GİRİŞ

Kontrol sistemlerinin (kapalı çevrim sistemler) temel amacı kontrol edilen sistemin çıkışının belirli bir referans işaretini takip etmesini sağlamaktır. Bu amaca ulaşabilmek için kapalı çevrim sistemin belirli koşulları sağlıyor olması gerekmektedir. Kontrol sistemlerinde amaca ulaşmak için kontrolör adı verilen bir alt sistem bulunur. Kontrolörün tasarlanabilmesi için kontrol değişkenlerinin bilinmesi gerekmektedir. Kontrol değişkenleri ölçülen ve kontrol edilen durumlardır. Ayarlanmış değişken, kontrol edilen değerleri istenilen şekilde düzenlemek için kontrolör tarafından koşulun miktarını değiştirilmiş halidir. Kontrolün anlamı sistemde kontrol edilen değişkenin değerini belirlemek ve sisteme doğru çalışması için ayarlanmış değişkenleri uygulamak yada istenen değerden limitler dahilinde sapmasını sağlamaktır (Nise, 2011).

Sistemlerin durum geri beslemesiyle kontrol edilebilmesi için bütün durum değişkenlerinin zamana göre değişimlerinin bilinmesi gerekmektedir. Bazı durum değişkenleri sensörler yardımıyla belirlenebilmektedir. Fakat bazı hallerde maliyet yüksekliği, ölçmenin yapılacağı yerin fiziksel koşullarının uygun olmaması yada ölçümü doğru şekilde yapabilecek bir algılayıcının bulunmamasından dolayı bazı durumların değişimini tespit etmek mümkün olmayabilir. Bu tür durumlarda durum değişkenlerini belirleyebilmek için kestirim yöntemleri kullanılır (Wang ve Luenberger, 1964).

Kapalı çevrim kontrol sistemlerinde geri besleme bulunur. Bu geri besleme sayesinde referans işaretle sistem çıkış işareti arasındaki hata işareti elde edilir. Kontrolör bu hata işaretini kullanarak sistem girişine verilecek uygun kontrol işaretini üretir. Bu üretilen kontrol işareti hatayı sıfırlamaya çalışacağı gibi sistemin maruz kaldığı gürültülerin de sistem çıkışına etkisinin minimize edilmesini sağlar (Fortman ve Williamson, 1972). Açık çevrim kontrol sistemlerinde geri besleme yoktur. Çıkış sinyaline bakılarak giriş sinyalini ayarlamak yada hatayı azaltabilmek söz konusu değildir.

Durum geri beslemeli kontrol sistemlerinde bütün durum değişkenlerine ihtiyaç duyulur. Fakat sistemdeki bütün durum değişkenleri pratik veya ekonomik sebeplerden dolayı ölçülmez veya ölçülemezler. Bundan dolayı ölçülmeyen veya ölçülemeyen durum de-

ğişkenlerinin kestirim yoluyla belirlenmesi gerekir. Donanımsal olarak belirlenemeyen durum değişkenlerinin tahmin edilmesi gözlemlemek olarak adlandırılır (Nise, 2011).

Fiziksel sistemlerde zaman gecikmesi sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Zaman gecikmesi, sistem bileşenlerinin yapısından kaynaklanabileceği gibi sistemi kontrol edebilmek için bilinçli olarak da oluşturulabilir. İklimlendirme sistemleri incelendiğinde zaman gecikmesi yapılmadığı durumda rölenin sürekli açılıp kapandığı ve bu sebepten kaynaklı sistemi kontrol etmenin mümkün olmadığı görülmektedir. Sistemin analizini ve tasarımını etkilemeyen zaman gecikmeleri ihmal edilebildiği gibi bu gecikmeler sürekli veya uzun süreli olduklarında sistemin modelini bozabilmektedirler. Gecikmeler genellikle sistemlerin farklı parçaları arasında yada bilginin iletimi esnasında meydana gelmektedir (Yi vd., 2009).

Luenberger (1971)'de lineer tabanlı gözlemleyicileri geliştirmiştir. Geliştirilen bu teoride ölçülmesi mümkün olan çıkış değişkenlerinden sistemin bütün durum değişkenleri kestirilir. İçinde Luenberger gözlemleyicisi bulunan durum geri beslemeli sistemlerde geri besleme işaretleri gözlemleyici durumlarından alınır. Gözlemleyiciler durum geri beslemeli kontrol sistemlerinin tasarımını olanaklı kılmaktadırlar.

Sanayi ve teknolojideki gelişmeler ile beraber modern kontrolde durum geri beslemeli sistemler sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır. Doğrusal, zamandan bağımsız sistemlerin bilinmeyen durumlarını kestirebilmek için Wang ve Luenberger (1964)'de Luenberger gözlemleyici modelini önermiş ve Luenberger (1971)'deki çalışmasıyla durumları ölçülemeyen sistemlerin Luenberger gözlemleyici modeli kullanılarak kestirilebileceğini ispatlamıştır. Zaman gecikmesi olan sistemlerde durum geri beslemeli kontrol sistemlerinin tasarlanabilmesi için de bütün durum değişkenlerinin bilinmesi gerekmektedir. Zaman gecikmeli sistemlerde ölçüm yoluyla belirlenemeyen durum değişkenlerini kestirebilmek için Bhat ve Koivo (1976)'da Luenberger gözlemleyici modelini kullanarak yeni bir gözlemleyici modeli önermiştir. D. Salamon (1980)'de gözlemleyici ile gecikmeli zamanlı sistemlerde durum geri beslemesi arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Trinh ve Alden (1999)'daki çalışmalarında zaman gecikmeli sistemlerde istenilen durumların gözlemlenebileceği yeni bir gözlemleyici modeli önermişlerdir. Fakat bu yeni gözlemleyici modeli Luenberger gözlemleyici modelinden daha yavaş çalışmaktadır.

Literatürde doğrusal - doğrusal olmayan , tek giriş tek çıkışlı - çok giriş çok çıkışlı , zaman gecikmeli - zaman gecikmesi olmayan vb. gibi sistem modelleri mevcuttur. Zaman gecik-

meli sistem modellerinin analizi zaman gecikmesi olmayan sistem modellerinin analizine kıyasla daha zordur. Zaman gecikmesine sahip sistemler doğrusal olmadıklarından dolayı doğrusal sistemler için geliştirilen klasik analiz yöntemleriyle incelenemezler. Bu yüzden zaman gecikmeli sistemlere yönelik farklı analiz metodları kullanılmalıdır.

Gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrol sisteminin daha düzgün çalışabilmesi için gözlemleyicinin davranışının sistemden daha hızlı olması ve gözlemleyici durumlarının sistem durumlarını yeterince kısa bir sürede yakalaması gerekmektedir.

Bu tez çalışmasında zaman gecikmeli sistemler için Luenberger tabanlı gözlemleyici tasarımı önerilmiştir. Önerilen bu yeni tasarımın temel katkısı durumları bilinmeyen bir sistemin durumlarını daha çabuk yakalama üstünlüğü sağlamıştır. Bu tez çalışmasında Pearson ve Fiagbedzi (1980)'deki çalışmalarında kullanılan gözlemleyici modeli kullanılmış, kullanılan yaklaşım yöntemi açısından bu çalışma ile yeni bir yaklaşım yöntemi literatüre tanıtılmıştır.

Önerilen yeni tasarım ve literatürde bu konuda daha önce yayınlanmış olan bir çalışma karşılaştırılmıştır. Bunun yanında literatürden alınan bir sistem modelinde önerilen zaman gecikmeli Luenberger gözlemleyicisi durum geri beslemesinde test edilmiş ve MATLAB'de simülasyon sonuçları elde edilmiştir.

Bölüm 2'de zaman gecikmesi olmayan ve zaman gecikmesi mevcut olan sistemlerin durum uzayı denklemlerinden kısaca bahsedilmiştir.

Bölüm 3'de gözlemlenebilirlik konusundan bahsedilmiş , gecikmesi olmayan ve girişinde, çıkışında, durumlarında zaman gecikmesi mevcut olan Luenberger tabanlı gözlemleyiciler tanıtılmıştır.

Bölüm 4'de durumlarında gecikme bulunan gecikmeli zamanlı sistemler için önerilen Luenberger tabanlı gözlemleyiciler iki farklı örnekte MATLAB ortamında edilmiştir.

Bölüm 5'de kontrol edilebilirlik konusundan bahsedilmiş, durum geri beslemesi kontrolü anlatılmış ve zaman gecikmeli sistemler için önerilen Luenberger tabanlı gözlemleyiciler zaman gecikmeli sistemlerin durum geri beslemelerinde kullanılmıştır. Sonuçlar iki farklı örnekle MATLAB ortamında test edilmiştir.

BÖLÜM II

SİSTEMLER

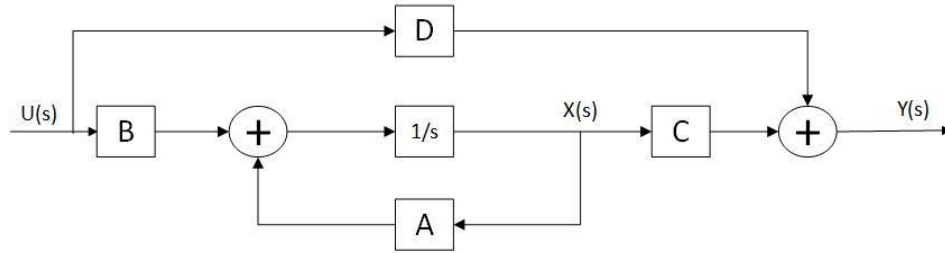
2.1 Zaman Gecikmesi Olmayan Sistemler

Bu bölümde doğrusal zamandan bağımsız (LTI), tek girişli tek çıkışlı (SISO) sistemlerden bahsedilmiştir. Bu tür sistemler durum uzayı denklemleri gösterilmiştir. Zaman gecikmeli sistemlerden bahsedilmiş, zaman gecikmesinin sistem üzerindeki etkilerine değinilmiştir. Girişinde, durumlarında ve çıkışında zaman gecikmesi olan sistemlerden bahsedilip, durum uzayı denklemleri verilmiştir.

Tek girişli - tek çıkışlı , doğrusal ve zamandan bağımsız bir sisteme ilişkin durum uzayı denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Burada $x(t) \in \mathbb{R}^n$ durum vektörü, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sistem matrisi, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ giriş matrisi, $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$ çıkış matrisi ve D iletim matrisidir. $u(t) \in \mathbb{R}^m$ giriş, $y(t) \in \mathbb{R}^r$ çıkış işaretini temsil eder. “n” ise sistemdeki durum sayısıdır (Ogata, 2010).



Şekil 2.1: Zamandan bağımsız doğrusal bir sistemin Laplace bölgesi durum uzayı blok diyagramı

Şekil 2.1’ de doğrusal zamandan bağımsız tek girişli tek çıkışlı sistemlerin Laplace bölgesi durum uzayı blok diyagramı verilmiştir. İletim matrisi $D \in \mathbb{R}^{r \times n}$ bundan sonraki ifadelerde işlem kolaylığı açısından ihmal edilecektir ve aksi belirtilmedikçe “sistem “ doğrusal zamanla değişmeyen(LTI) sistemleri belirtecektir.

2.2 Zaman Gecikmeli Sistemler

Basit elektrik sistemlerinde gecikme zamanının çok büyük bir etkisi olmamasına rağmen mekanik sistemlerde ve elektrik iletim hatlarında gecikme önemli bir rol oynamaktadır. Bu gecikmelerin olduğu sistemleri gözlemleyebilmek için zaman gecikmeli gözlemleyici sistemlere ihtiyaç duyulur.

Zaman gecikmesi, sistem bileşenlerinin zaman gecikmesinden kaynaklanabileceği gibi sistem kontrolünü sağlamak için kasti olarak da yapılabilir. Sistemlerdeki zaman gecikmesi genellikle kontrol sistemlerinin performansını sınırlar ya da azaltır. Zaman gecikmeli sistemlerde sistemin karakteristik denklemi $e^{-\tau s}$ üstel fonksiyonunu içerir. Bu sebeple bu denklemler adi diferansiyel denklemler sınıfına girmezler. $e^{-\tau s}$ üstel fonksiyonu karakteristik denklemin sonsuz sayıda kökünün olmasına sebep olur. Bu durum ise zaman gecikmeli sistemlerin klasik methodlarla analiz edilmesini zorlaştırır. Bu durumdan kaynaklı zaman gecikmeli sistemlerin karakteristik denklemleri sonsuz boyutlu fonksiyonel diferansiyel denklemler sınıfına girerler. Bu tür problemlerde yaklaşım teknikleri kullanılarak çözüm yapılır (Yi vd., 2009). Modern kontrol teorisinde durum uzayı denklemleri kullanılır. Durum uzayı denklemlerinde giriş değişkenleri, çıkış değişkenleri ve durum değişkenleri mevcuttur. Zaman düzleminde, zaman gecikmesi en basit haliyle Şekil 2.2’deki birinci derecedeki sistem modelinde gösterilebilir. Burada τ pozitif reel sayıdır ve zaman gecikmesini temsil etmektedir.



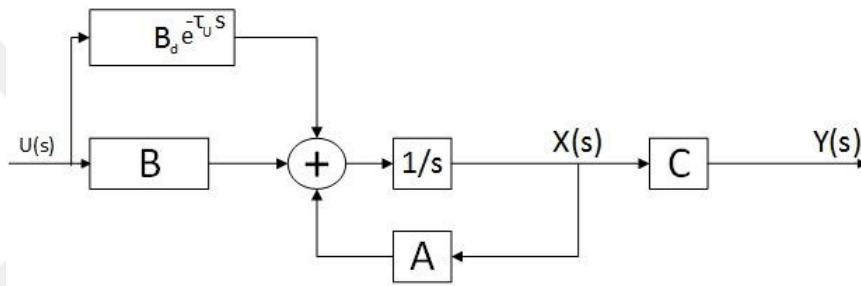
Şekil 2.2: Zaman gecikmeli birinci dereceden bir sistemin blok diyagramı

2.2.1 Girişinde gecikme olan zaman gecikmeli sistemler

Girişinde gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri genel olarak (2.2)'deki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Burada $B_d \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ifadesi giriş gecikme matrisi olarak tanımlanır. τ_u giriş işaretindeki zaman gecikmesidir. Girişinde zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı Şekil 2.3'deki gibi gösterilebilir.



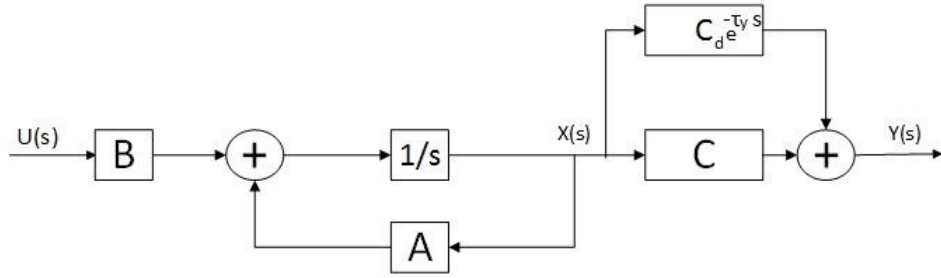
Şekil 2.3: Girişinde zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı

2.2.2 Çıkışında gecikme olan sistemler

Çıkışında gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri genel olarak (2.3)'deki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + C_d x(t - \tau_y)\end{aligned}\tag{2.3}$$

Burada $C_d \in \mathbb{R}^{r \times n}$ ifadesi çıkış gecikme matrisi olarak tanımlanır. τ_y çıkıştaki zaman gecikmesini ifade eder. Çıkışında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı Şekil 2.4'deki gibi gösterilebilir.



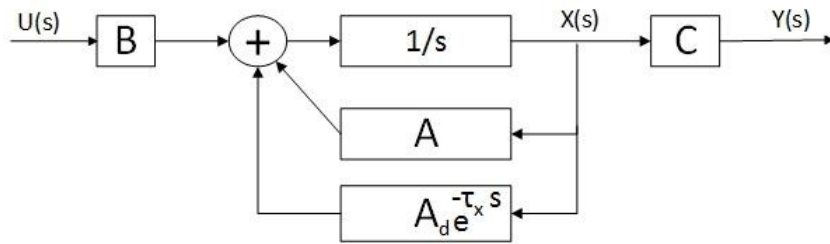
Şekil 2.4: Çıkışında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı

2.2.3 Durumlarında gecikme olan sistemler

Durumlarında gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri genel olarak (2.4)'deki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Burada $A_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ durum gecikme matrisi olarak tanımlanır. τ_x ise durumlardaki zaman gecikmesidir. Durumlarında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı Şekil 2.5'deki gibi gösterilebilir (Pearson ve Fiagbedzi, 1989).



Şekil 2.5: Durumlarında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı

2.2.4 Durumlarında çoklu gecikme olan sistemler

Birden fazla sürece sahip sistemlerde süreçler arasındaki gecikmeler sistem dinamiğine çoklu şekilde etki eder. Durumlarında çoklu gecikme olan sistemlerde her bir gecikmenin

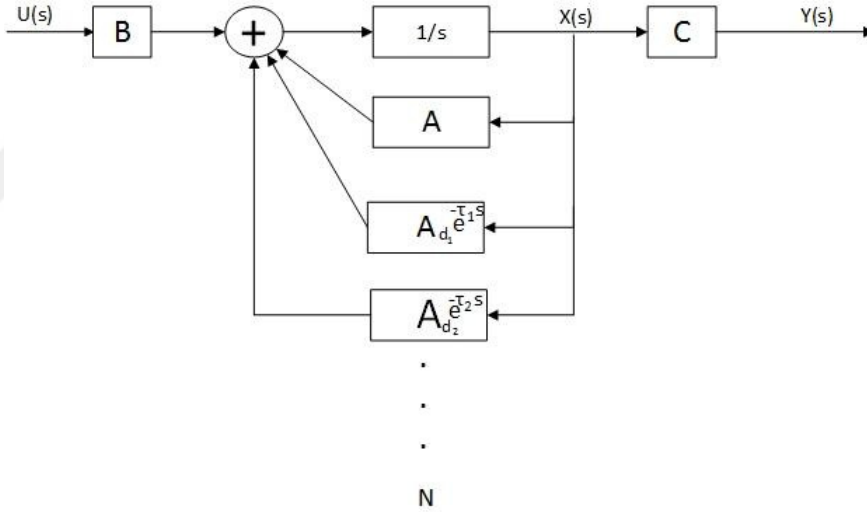
sistem üzerine etkisi farklı farklı olacaktır (Malek ve Zavarei, 1982).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^N A_{di}x(t - \tau_{ix}) + Bu(t) \quad (2.5)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Durumlarında çoklu gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri (2.5)'de verilmiştir. Burada N toplam gecikme sayısını, A_{di} her bir gecikmeye ait durum matrisini, τ_{ix} ise her bir gecikme zamanını, $i = 1, 2, \dots, N$, ifade etmektedir.

Durumlarında çoklu zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diagramı Şekil 2.6'da verilmiştir.



Şekil 2.6: Durumlarında çoklu zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diagramı

2.2.5 Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan sistemler

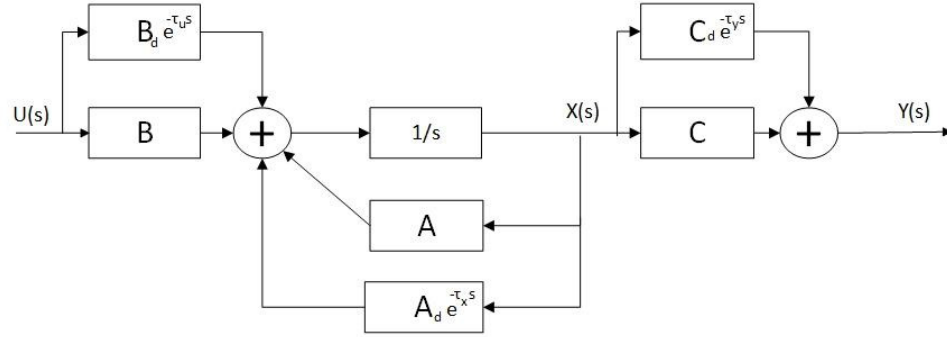
Girişinde, durumlarında ve çıkışında tek bir gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri (2.6)'da gösterilmiştir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) \quad (2.6)$$

$$y(t) = Cx(t) + C_d x(t - \tau_y)$$

Burada τ_x durumlardaki zaman gecikmesini, τ_u girişteki zaman gecikmesini, τ_y de çıkıştaki zaman gecikmesini ifade etmektedir.

Girişinde, çıkışında ve durumlarında zaman gecikmesi olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı Şekil 2.7’de verilmiştir.



Şekil 2.7: Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan sistemin Laplace bölgesi blok diyagramı

BÖLÜM III

GÖZLEMLEYİCİLER

Doğrusal, tek giriş - tek çıkışlı olan sistemlerde durumların ölçülmesi gerektiğinde veya sistem durum geri beslemesiyle kontrol edilmek istendiğinde, sistemin bütün durumlarının ölçümü mümkün olmamasından ya da ölçme maliyetinin yüksek olmasından dolayı, gözlemleyicilerin kullanılması gerekmektedir. Gözlemleyiciler kolay uygulanabilmeleri ve maliyetsiz olmalarından dolayı geniş uygulama alanları bulmuştur. Literatürde kullanılan birden fazla gözlemleyici yöntemi mevcuttur. Bu gözlemleyicilerden Luenberger gözlemleyicisi ve Kalman filtresi en sık kullanılan gözlemleyici modelleridir. Bu yüksek lisans tezinde Luenberger gözlemleyicisinden yararlanılmıştır (Wang ve Luenberger, 1972; Luenberger, 1966).

Bu bölümde sistemlerin gözlemlenebilir olması için gereken gözlemlenebilirlik koşulundan bahsedildikten sonra Luenberger gözlemleyici modeli verilmiş, Luenberger gözlemleyicisi sayısal örnek kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ayrıca zaman gecikmesi olan sistemler için Luenberger tabanlı gözlemleyici modelleri önerilmiştir.

3.1 Gözlemlenebilirlik

Zamandan bağımsız, doğrusal, tek girişe ve tek çıkışa sahip olan sistemler genel olarak (2.1)'deki durum denklemleriyle ifade edilebilir. Gözlemlenebilirlik kriteri sistemin çıkışı ve durumları arasındaki ilişkiyle ilgilidir. Bir sistemin tamamen gözlemlenebilir olması için t_0 anında bütün durumların belirli bir zaman aralığında sistemin çıkışından hesaplanabiliyor olması gerekmektedir. Daha açık bir ifadeyle öyle bir t_1 zamanı vardır ki ($t_1 > t_0$), $[t_0, t_1]$ zaman aralığında sistem girişi $u(t)$ ve sistem çıkışı $y(t)$ işaretlerinin bilinmesi durumunda $x(t_0) \in \mathcal{R}^n$ sistemin başlangıç durumları tespit edilebiliyorsa sistem tümüyle gözlemlenebilirdir denir (Delfour ve Mitter, 1972). Sistemin bütün başlangıç durumlarını belirlemeyi sağlayacak bir t_1 zamanı bulunamıyorsa sistem tümüyle gözlemlenebilir değildir.

Rudolf E. Kalman tarafından ispatlanan ve zaman gecikmesi olmayan bir sistemin tü-

müyle gözlemlenebilir olup olmadığını belirleyen matris

$$Q_b = \begin{bmatrix} C \\ C A \\ C A^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ C A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

gözlemlenebilirlik matrisi adını alır. (3.1)'deki ifadede " n " sistemdeki durum sayısını göstermektedir (Fortman ve Williamson, 1972).

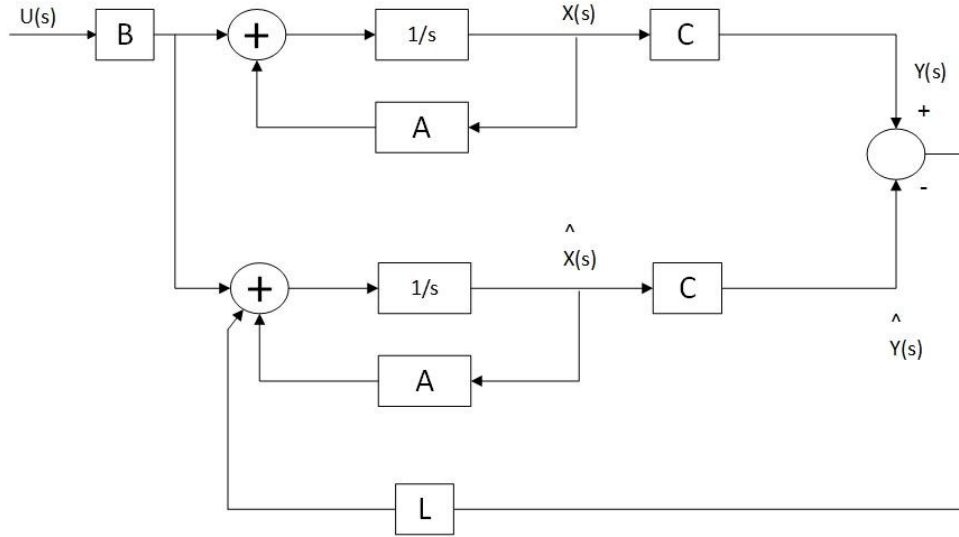
3.2 Luenberger Gözlemleyici Modeli

Gözlemleyici aslında gerçek sistemi olarak temsil eden yapay bir sistemdir. Gözlemleyicinin durum uzayı denklemleri oluşturulurken gerçek sistemin durum uzayı denklemlerinden yararlanır. Gözlemleyici farklı bir sistem olduğundan durumları da gerçek sistemin durumlarından farklı değişecektir. Zaman sonsuza giderken durumlar arasındaki farkı sıfırlayacak bir yöntemin geliştirilmesi gerekir. Luenberger tarafından önerilen gözlemleyicide durum hatasını ($e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$) sıfırlamak için sistem çıkış işareti ile gözlemleyici çıkış işareti arasındaki farktan yararlanır.

Luenberger tarafından geliştirilen gözlemleyici modeli

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

olarak verilir (Wang ve Luenberger, 1972; Luenberger, 1966). (3.2)'deki ifadede $L \in \mathfrak{R}^n$ Luenberger vektörü adını alır. Şekil 3.1'de Luenberger gözlemleyicisiyle gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir.



Şekil 3.1: Luenberger gözlemleyicisinin Laplace bölgesi blok diyagramı

Sistem durumlarını doğru olarak kestirebilmek için

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.3)$$

hatasının $(e(t) \in \mathfrak{R}^n) t \rightarrow \infty$ için sıfır olması sağlanmalıdır. Bu sağlandığı zaman

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) \quad (3.4)$$

olacak ve gözlemleyicinin durumları sistemin durumlarını zaman içinde yakalayacaktır.

(3.4)'deki eşitliğe ulaşabilmek için

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlı hata dinamiğinin asimptotik kararlı yapılması gereklidir. (2.1)(D=0) ve

(3.2) eşitlikleri denklem (3.5)'de yerine konulursa

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - B\dot{u}(t) - L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (3.6)$$

olur. (3.6)'daki hata dinamiği (3.7) ve (3.8)'deki gibi düzenlenirse

$$\dot{e}(t) = A(x(t) - \hat{x}(t)) - LC(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3.7)$$

$$\dot{e}(t) = Ae(t) - LCe(t) \quad (3.8)$$

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (3.9)$$

hata dinamiğinin otonom bir sistemi temsil eden (3.9)'daki durum uzayı modeli elde edilir.

Hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$\det(sI - (A - LC)) = 0 \quad (3.10)$$

denklemleri ile bulunur. (3.10)'daki ifadenin açılımı

$$p(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0 \quad (3.11)$$

şeklinde n. dereceden bir polinom olacaktır.

3.2.1 Luenberger gözlemleyicisinin bir sistem üzerindeki uygulaması

Luenberger gözlemleyicisini test etmek için (Alden ve Trinh, 1999)'deki örnek, zaman gecikmesi ihmal edilerek kullanılmıştır. Ele alınan sistemin durum uzayı denklemleri,

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.12)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) \quad (3.13)$$

şeklindedir. Hata dinamiğinin sistem matrisi

$$\det(sI - A + LC) = \left(\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 & l_1 & l_1 \\ l_2 & l_2 & l_2 \\ l_3 & l_3 & l_3 \end{bmatrix} \right) \quad (3.14)$$

$$\det(sI - A + LC) = \begin{bmatrix} s+l_1+1 & l_1+1 & l_1+2 \\ l_2-1 & s+l_2+2 & l_2-1 \\ l_3-2 & l_3-3 & s+l_3+3 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur. Bu sistem için hata dinamiğinin bütün kutupları -3 olarak seçildiğinde hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$\begin{aligned} p(s) &= (s+l_1+1)(s+l_2+2)(s+l_3+3) + (l_2-1)(l_3-3)(l_1+2) \\ &\quad + (l_3-2)(l_1+1)(l_2-1) - (l_1+2)(s+l_2+2)(l_3-2) \\ &\quad - (l_2-1)(l_3-3)(s+l_1+1) - (s+l_3+3)(l_1+1)(l_2-1) \end{aligned} \quad (3.15)$$

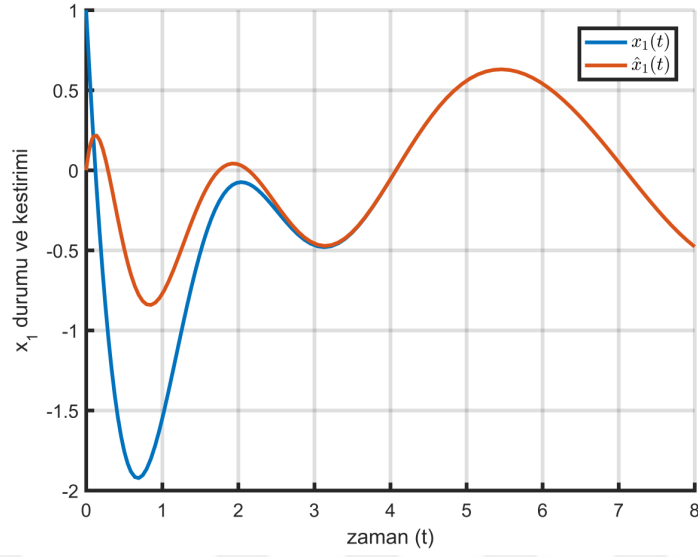
$$p(s) = s^3 + s^2(l_1 + l_2 + l_3 + 6) + s(8l_1 + 6l_2 + 2l_3 + 13) + (15l_1 - l_2 - 3l_3 + 22)$$

$$p(s) = (s+3)^3 = s^3 + 9s^2 + 27s + 27 \quad (3.16)$$

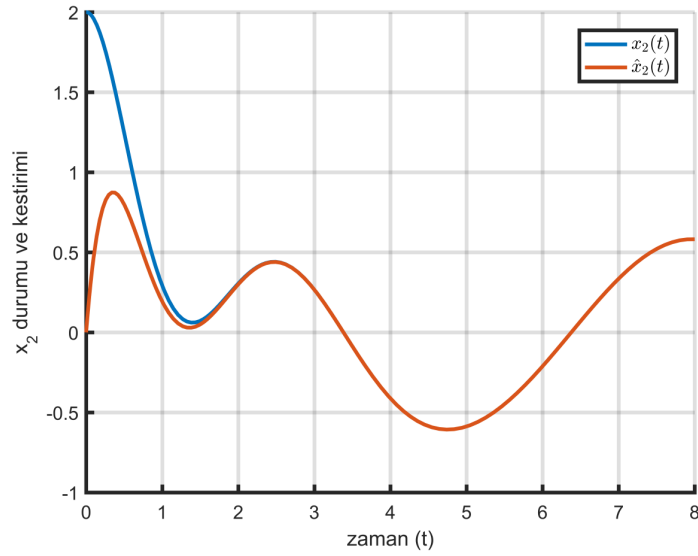
olacaktır. (3.15) ve (3.16) denklemleri karşılaştırıldığında yararlanılarak Luenberger vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 0.6667 \\ 1.0000 \\ 1.3333 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

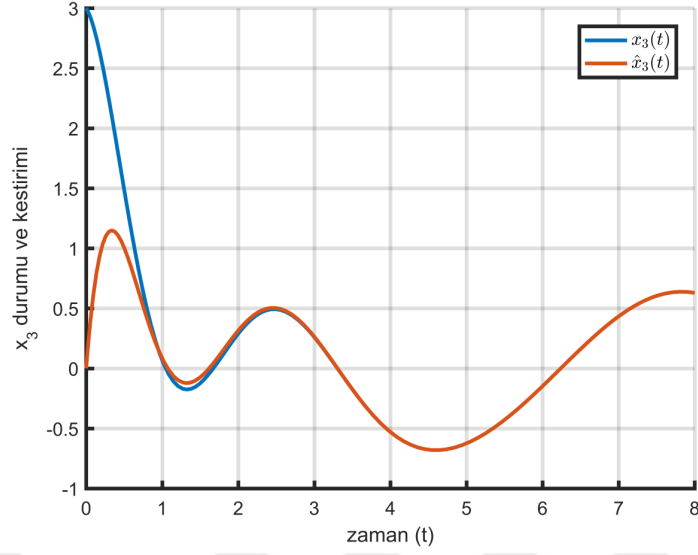
olarak hesaplanır. Heseplanan Luenberger vektörü kullanılarak oluşturulan gözlemleyici durumlarının ve sistem durumlarının değişimleri MATLAB ortamında çizdirilmiş ve Şekil 3.2, Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'de verilmiştir.



Şekil 3.2: Sistemin x_1 durumunun ve gözlemleyicinin \hat{x}_1 durumunun zamana göre değişimi



Şekil 3.3: Sistemin x_2 durumunun ve gözlemleyicinin \hat{x}_2 durumunun zamana göre değişimi



Şekil 3.4: Sistemin x_3 durumunun ve gözlemleyicinin \hat{x}_3 durumunun zamana göre değişimi

3.3 Zaman Gecikmeli Sistemler için Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Tasarımı

Zaman gecikmesinin sistem üzerindeki olumsuz etkisinden dolayı zaman gecikmesine sahip olan sistemleri kontrol etmek zaman gecikmesi olmayan sistemleri kontrol etmeye göre nispeten daha zordur. Durum geri beslemeli kontrol sistemlerinde sistemin bütün durumlarına ihtiyaç duyulduğundan aynı durum zaman gecikmeli sistemlerin durum geri beslemeli kontrolü için de geçerlidir. Zaman gecikmeli sistemlerin gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrolünde sistem tümüyle gözlemlenebilir olmak zorundadır. Bunun yanında bu sistem için ihtiyaç duyulacak gözlemleyicinin de sistem durumlarını doğru olarak kestirebilmesi gerekmektedir.

3.3.1 Zaman gecikmeli sistemlerde gözlemlenebilirlik

Durumlarında çoklu zaman gecikmesine sahip olan sistemler genel olarak (2.5)'deki ifadeyle gösterilebilir. Bu tür sistemlerde sistemin başlangıç koşulu $[t_0 - \tau, t_0]$ aralığında olan bilgiye sahiptir. Öyle bir t_1 ($t_1 > t_0$) zamanı bulunabiliyorsa ve $[t_0, t_1]$ zaman aralığında $u(t)$ giriş işareti ve $y(t)$ çıkış işaretinden yararlanarak $[t_0 - \tau, t_0]$ zaman aralığındaki bütün sistem durumları tespit edilebiliyorsa zaman gecikmeli sistem tümüyle gözlemlenebilir dir[9,12]. Giriş sinyali $u(t)$ sıfır seçildiğinde sistemin sıfır cevabı direkt hesaplanabilir.

Belirli bir zaman aralığında sıfır giriş cevabı $[t_0 - \tau, t_0]$ aralığında başlangıç fonksiyonunun bulunmasını sağlar. Bu durumda $u(t) = 0$ olduğu kabul edilir. Gecikme olan sistemler için gözlemlenebilirlik matrisi (3.18)'deki gibi tanımlanmaktadır. Zaman gecikmesine sahip olan sistemlerde sistemin gözlemlenebilir olması için gözlemlenebilirlik matrisinin tam ranklı olması gerekir. Çoklu gecikmeye sahip olan sistemlerin gözlemlenebilirlik kriteri M.Malek-Zavarei tarafından

$$P(t) = \left[P_1^1, P_1^2, \dots, P_1^n, P_{2,j_1}^2, P_{2,j_1}^3, \dots, P_{2,j_1}^n, P_{3,j_2}^3, P_{3,j_2}^4, \dots, P_{3,j_2}^n, \dots, P_{n,j_{n-1}}^n \right]$$

$$j_k = (l_1, l_2, \dots, l_k), l_i = 1, 2, \dots, N$$

$$i = 1, 2, \dots, k, k = 1, 2, \dots, n-1$$
(3.18)

olarak tanımlanmışlardır (Malek ve Zavarei, 1982). Burada

$$P_1^1 = C^T$$

$$P_1^{j+1} = A^T P_1^j, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

$$P_{2,j_1}^{j+1} = A^T P_{2,j_1}^j + A_{l_1}^T P_1^j, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

$$P_{k+1,j_k}^{j+1} = A^T P_{k+1,j_k}^j + A_{l_k}^T P_{k,j_{k-1}}^j$$

$$k = 2, 3, \dots, n-1, \quad j \geq k$$
(3.19)

olarak hesaplanır.

3.3.2 Durumlarında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli

Zaman gecikmeli sistemlerde durum uzayı modeli

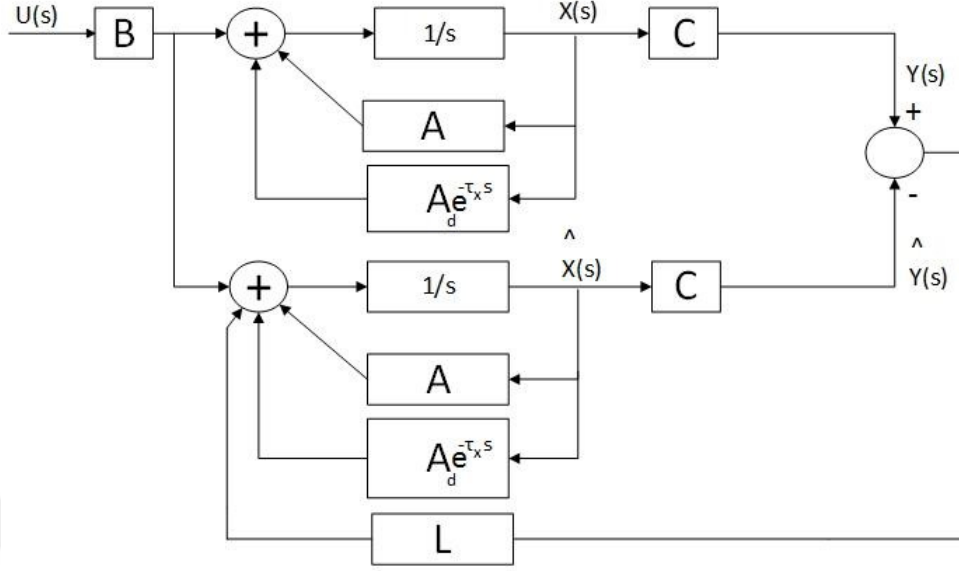
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$
(3.20)

şeklinde gösterilebilir. Burada A_d gecikmeli durum sistem matrisidir, τ_x ise durumlardaki zaman gecikmesidir. Amaç, durumları bilinmeyen ve durumlarında gecikme olan sistemin durumlarını gözlemleyici yardımıyla kestirmektir. Zaman gecikmeli sistemler için Luenberger gözlemleyici modeli

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + A_d \hat{x}(t - \tau_x) + L(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t)$$
(3.21)

durum uzayı denklemlerine genişletilebilir.



Şekil 3.5: Durumlarında gecikme olan Luenberger gözlemleyicisinin laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 3.5’de zaman gecikmeli Luenberger gözlemleyicisiyle zaman gecikmeli gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir. Sistemin durumlarını gözlemleyebilmek için gözlemleyici ile sistem arasındaki hata dinamiğinin kararlı olması sağlanmalıdır. (2.4) ve (3.21) denklemleri (3.5)’de yerine konulursa

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - A_d \hat{x}(t - \tau_x) - Bu(t) - LC(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3.22)$$

hata dinamiği elde edilir. Bu ifade düzenlendiğinde

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + A_d e(t - \tau_x) \quad (3.23)$$

hata dinamiğinin durum uzayı denklemleri bulunur. (3.23)’deki denklemin Laplace dönüşümü alındığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_d e^{-\tau_x s} E(s) \quad (3.24)$$

ifadesi oluşur. Sistemdeki gecikmeden dolayı (3.24)’deki denklemde ortaya çıkan $e^{-\tau_x s}$

ifadesi Taylor serisine göre açılıp ilk iki terimi kullanıldığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_d(1 - \tau_x s)E(s) \quad (3.25)$$

doğrusal ifadesi oluşur. (3.25) düzenlendiğinde hata fonksiyonunun Laplace ifadesi

$$E(s) = [sI - (A - LC) - A_d + \tau_x s A_d]^{-1} e(0) \quad (3.26)$$

olacaktır. Sistemin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$\det(sI - (A - LC) - A_d + \tau_x s A_d) = 0 \quad (3.27)$$

denklemi ile bulunur. Burada karakteristik polinom genel olarak

$$p(s) = s^n + a_{n-1}(\tau_x) s^{n-1} + \dots + a_1(\tau_x) s + a_0(\tau_x) \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilir.

3.3.3 Durumlarında iki farklı gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli

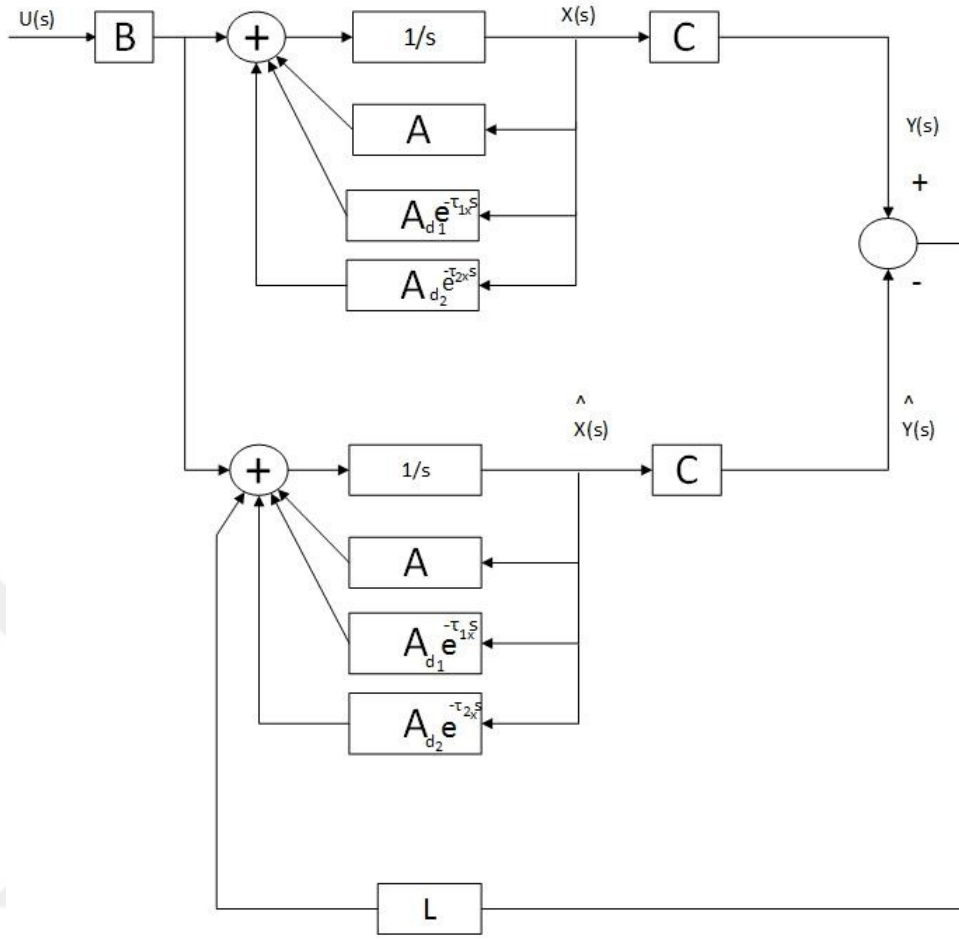
İki süreçte zaman gecikmesinin olduğunda sistemin durum uzayı denklemleri (3.29)'daki şekilde ifade edilir.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_{d1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d2}x(t - \tau_{2x}) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Durumlarında iki farklı gecikme olan sistemler için Luenberger gözlemleyici modeli

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + A_{d1}\hat{x}(t - \tau_{1x}) + A_{d2}\hat{x}(t - \tau_{2x}) + L(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (3.30)$$

durum uzayı denklemlerine genişletilebilir.



Şekil 3.6: Durumlarında iki farklı gecikme olan Luenberger gözlemleyicisinin Laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 3.6’da iki farklı zaman gecikmeli Luenberger gözlemleyicisiyle iki farklı zaman gecikmeli gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir. Sistemin durumlarını doğru olarak gözlemleyebilmek için gözlemleyici ile sistem arasındaki hata dinamiğinin asimptotik kararlı olması sağlanmalıdır. (3.29) ve (3.30) , (3.5)’de yerine konulursa

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & Ax(t) + A_{d1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d2}x(t - \tau_{2x}) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - A_{d1}\hat{x}(t - \tau_{1x}) \\ & - A_{d2}\hat{x}(t - \tau_{2x}) - L(y(t) - \hat{y}(t)) - Bu(t) \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A - LC)x(t) + A_{d1}(x(t - \tau_{1x}) - \hat{x}(t - \tau_{1x})) + A_{d2}(x(t - \tau_{2x}) - \hat{x}(t - \tau_{2x})) \\ & - (A - LC)\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (3.32)$$

hata dinamiği elde edilir. Bu ifade düzenlendiğinde

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= (A - LC)(x(t) - \hat{x}(t)) + A_{d1}(x(t - \tau_{1x}) - \hat{x}(t - \tau_{1x})) + A_{d2}(x(t - \tau_{2x}) - \hat{x}(t - \tau_{2x})) \\ \dot{e}(t) &= (A - LC)e(t) + A_{d1}e(t - \tau_{1x}) + A_{d2}e(t - \tau_{2x})\end{aligned}\quad (3.33)$$

hata dinamiği durum denklemleri bulunur. (3.33)'deki denklemin Laplace dönüşümü alındığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_{d1}e^{-\tau_{1x}s}E(s) + A_{d2}e^{-\tau_{2x}s}E(s) \quad (3.34)$$

ifadesi elde edilir. Gecikmeden dolayı (3.33)'deki denklemin Laplace dönüşümünde ortaya çıkan $e^{-\tau_{1x}s}$ ve $e^{-\tau_{2x}s}$ ifadeleri Taylor serisine göre açılıp ilk iki terimi kullanıldığında,

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_{d1}(1 - \tau_{1x}s)E(s) + A_{d2}(1 - \tau_{2x}s)E(s) \quad (3.35)$$

doğrusal ifadesi oluşur. (3.35) düzenlendiğinde hata fonsiyonunun Laplace ifadesi

$$\begin{aligned}(sI - (A - LC) - (A_{d1} - \tau_{1x}sA_{d1}) - (A_{d2} - \tau_{2x}sA_{d2}))E(s) &= e(0) \\ E(s) &= [(sI - (A - LC) - (A_{d1} - \tau_{1x}sA_{d1}) - (A_{d2} - \tau_{2x}sA_{d2}))]^{-1}e(0)\end{aligned}\quad (3.36)$$

olacaktır. Sistemin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det((sI - (A - LC) - (A_{d1} - \tau_{1x}sA_{d1}) - (A_{d2} - \tau_{2x}sA_{d2}))) \quad (3.37)$$

olarak elde edilir. Burada karakteristik polinomun genel ifadesi

$$p(s) = s^n + a_{n-1}(\tau_{1x}, \tau_{2x})s^{n-1} + \dots + a_1(\tau_{1x}, \tau_{2x})s + a_0(\tau_{1x}, \tau_{2x}) \quad (3.38)$$

şeklinindedir.

3.3.4 Girişinde gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli

Girişinde gecikme olan sistemler (2.2)'deki gibi ifade edilebilir. Bu tür sistemleri gözlemleyebilmek için

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\quad (3.39)$$

Luenberger gözlemleyicisi durum uzayı modeli kullanılabilir. Denklem (2.2) ve (3.39) (3.5)'de yerine konulursa

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - B_d u(t - \tau_u) - L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (3.40)$$

şeklinde hata dinamiği oluşur. (3.40)'daki hata dinamiğinin durum uzayı denklemleri sadeleştirildiğinde

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= A(x(t) - \hat{x}(t)) - LC(x(t) - \hat{x}(t)) \\ \dot{e}(t) &= Ae(t) - LCe(t)\end{aligned}\quad (3.41)$$

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (3.42)$$

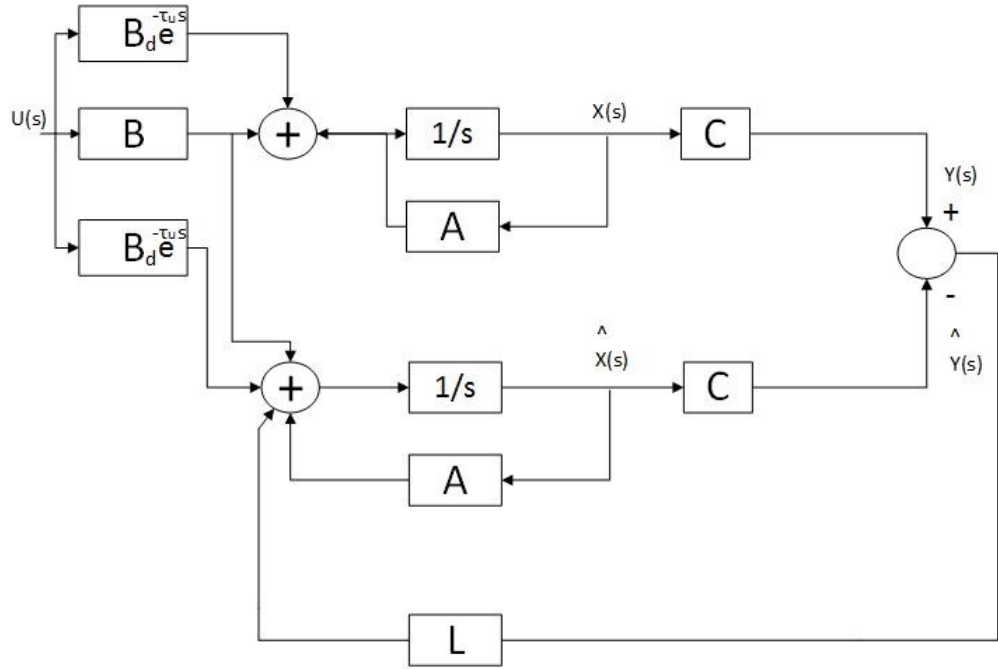
hata dinamiği durum uzayı modeli bulunur.(3.42) hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det(sI - A + LC) \quad (3.43)$$

olacaktır. (3.43)'deki determinant hesaplandığında karakteristik polinomun genel ifadesi

$$p(s) = s^n + a_{n-1}(\tau_u) s^{n-1} + \dots + a_1(\tau_u) s + a_0(\tau_u) \quad (3.44)$$

şeklindedir.



Şekil 3.7: Girişinde gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 3.7’de girişinde zaman gecikmesi olan Luenberger gözlemleyicisiyle giriş zaman gecikmeli olan gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir.

3.3.5 Çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli

Çıkışında gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri (2.3)’deki şekilde ifade edilebilir. Çıkışında gecikme olan sistemler için Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) + C_d\hat{x}(t - \tau_y) \end{aligned} \quad (3.45)$$

şekline verilebilir. (2.3) ve (3.45) ifadeleri (3.5)’de yerine konulursa

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (3.46)$$

şeklinde hata dinamiği elde edilir. (3.46)'daki hata dinamiğinin durum uzayı denklemleri sadeleştirildiğinde

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - L[(Cx(t) + C_d x(t - \tau_y)) - (C\hat{x}(t) + C_d \hat{x}(t - \tau_y))] \quad (3.47)$$

$$\dot{e}(t) = A[x(t) - \hat{x}(t)] + Bu(t) - Bu(t) - LC[x(t) - \hat{x}(t)] - LC_d[x(t - \tau_y) - \hat{x}(t - \tau_y)] \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Ae(t) - LCe(t) - LC_d e(t - \tau_y) \\ \dot{e}(t) &= (A - LC)e(t) - LC_d e(t - \tau_y) \end{aligned} \quad (3.49)$$

hata dinamiği durum uzayı modeli bulunur.(3.49)'daki durum uzayı denklemlerinin Laplace dönüşümü alındığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) - LC_d e^{-\tau_y s} E(s) \quad (3.50)$$

ifadesi elde edilir. Gecikmeden dolayı (3.49)'daki denklemin Laplace dönüşümünde ortaya çıkan $e^{-\tau_y s}$ ifadesi Taylor serisine göre açılıp ilk iki terimi kullanıldığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) - LC_d(1 - \tau_y s)E(s) \quad (3.51)$$

doğrusal ifadesi oluşur. (3.51) düzenlendiğinde hata fonsiyonunun Laplace ifadesi

$$\begin{aligned} [sI - (A - LC) + LC_d(1 - \tau_y s)]E(s) &= e(0) \\ E(s) &= [(sI - (A - LC) + LC_d(1 - \tau_y s))]^{-1} e(0) \end{aligned} \quad (3.52)$$

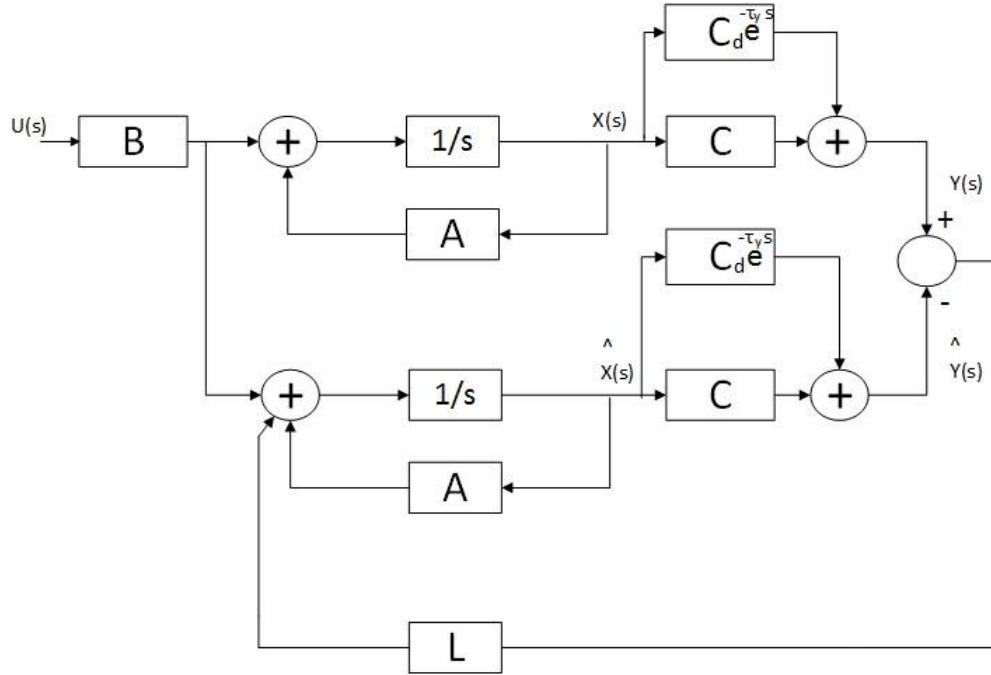
olacaktır. Sistemin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det(sI - (A - LC) + LC_d(1 - \tau_y s)) \quad (3.53)$$

ile ifade edilir. (3.53)'deki determinant hesaplandığında karakteristik polinomun genel ifadesi

$$p(s) = s^n + a_{n-1}(\tau_y) s^{n-1} + \dots + a_1(\tau_y) s + a_0(\tau_y) \quad (3.54)$$

şeklinde olacaktır.



Şekil 3.8: Çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 3.8'de çıkışında zaman gecikmesi bulunan Luenberger gözlemleyicisiyle çıkışı zaman gecikmeli olan gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir.

3.3.6 Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli

Girişinde, durumlarında ve çıkışında Gecikme olan sistemlerin durum uzayı denklemleri genel olarak (2.6)'daki şekilde ifade edilebilir. Bu tür sistemler için Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + A_d\hat{x}(t - \tau_x) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) + C_d\hat{x}(t - \tau_y) \end{aligned} \quad (3.55)$$

şekline verilebilir. (2.6) ve (3.55) ifadeleri (3.5)'de yerine konulursa

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) - A\hat{x}(t) - A_d \hat{x}(t - \tau_x) - Bu(t) \\ & - B_d u(t - \tau_u) - LC[x(t) - \hat{x}(t)] - LC_d[x(t - \tau_y) - \hat{x}(t - \tau_y)] \end{aligned} \quad (3.56)$$

şeklinde hata dinamiği elde edilir. (3.56)'daki hata dinamiğinin durum uzayı denklemleri sadeleştirildiğinde

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & A[x(t) - \hat{x}(t)] + A_d[x(t - \tau_x) - \hat{x}(t - \tau_x)] - LC[x(t) - \hat{x}(t)] \\ & - LC_d[x(t - \tau_y) - \hat{x}(t - \tau_y)] \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + A_d e(t - \tau_x) - LCe(t) - LC_d e(t - \tau_y)$$

hata dinamiği durum uzayı modeli bulunur.(3.57)'deki durum uzayı denklemlerinin Laplace dönüşümü alındığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_d e^{-\tau_x s} E(s) - LC_d e^{-\tau_y s} E(s) \quad (3.58)$$

ifadesi elde edilir. Gecikmelerden dolayı (3.57)'deki denklemin Laplace dönüşümünde ortaya çıkan $e^{-\tau_x s}$ ve $e^{-\tau_y s}$ ifadeleri Taylor serisine göre açılıp ilk iki terimi kullanıldığında

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_d(1 - \tau_x s)E(s) - LC_d(1 - \tau_y s)E(s) \quad (3.59)$$

doğrusal ifadesi oluşur. (3.59) düzenlendiğinde hata fonsiyonunun Laplace ifadesi

$$\begin{aligned} [sI - (A - LC) - A_d(1 - \tau_x s) + LC_d(1 - \tau_y s)]E(s) &= e(0) \\ E(s) &= [(sI - (A - LC) - A_d(1 - \tau_x s) + LC_d(1 - \tau_y s))]^{-1} e(0) \end{aligned} \quad (3.60)$$

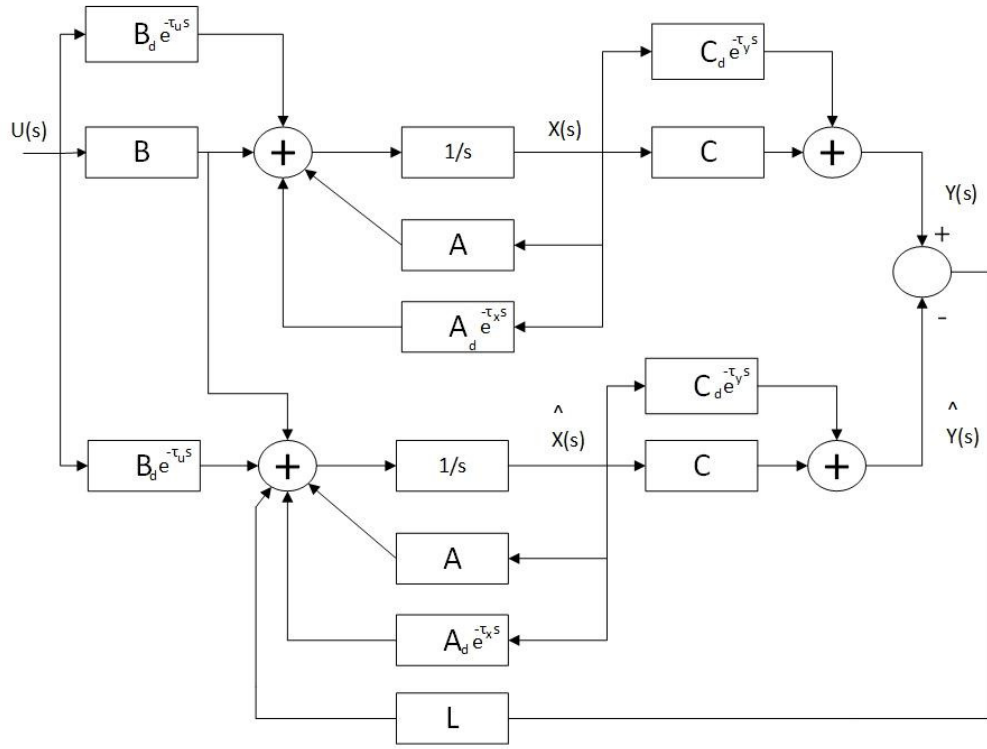
olacaktır. Sistemin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det(sI - (A - LC) - A_d(1 - \tau_x s) + LC_d(1 - \tau_y s)) \quad (3.61)$$

olarak bulunur. (3.61)'deki determinant hesaplandığında karakteristik polinomun genel ifadesi

$$p(s) = s^n + a_{n-1}(\tau_x, \tau_y) s^{n-1} + \dots + a_1(\tau_x, \tau_y) s + a_0(\tau_x, \tau_y) \quad (3.62)$$

şeklinde olacaktır.



Şekil 3.9: Girişinde, durumlarında ve çıkışında gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modelinin Laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 3.9’da girişinde, durumlarında ve çıkışında zaman gecikmesi bulunan Luenberger gözlemleyicisiyle girişinde, durumlarında ve çıkışında zaman gecikmesi olan gerçek sistemin Laplace bölgesi blok diyagramları birlikte verilmiştir.

BÖLÜM IV

DURUMLARINDA GECİKME OLAN ZAMAN GECİKMELİ SİSTEMLERE LUENBERGER TABANLI GÖZLEMLEYİCİ UYGULANMASI

Bu bölümde durumlarında tek ve çoklu gecikme olan sistemlere Bölüm 3’de önerilen Luenberger tabanlı gözlemleyici modelleri MATLAB ortamında test edilmiştir. Yapılan test işlemlerini başka bir çalışmayla kıyaslayabilmek için (Alden ve Trinh, 1999)’deki gözlemleyici modelinde kullanılan örnekten yararlanılmıştır. MATLAB yardımıyla yapılan test çalışmalarında durumlarında gecikme olan gecikmeli zamanlı sistemler incelenirken zaman gecikmesinden kaynaklanan $e^{-\tau s}$ ifadesinin $(1 - \tau s)$ yaklaşım yöntemiyle doğrulaştırılması ve kutup atamasının gözlemleyici üzerindeki etkisi incelenmiştir.

4.1 Durumlarında Tek Gecikme Olan Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Modeli Uygulaması

(Alden ve Trinh, 1999)’deki örnekte kullanılan üç durumlu sistemin durum uzayı denklemleri

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x(t-2) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

olarak verilmiştir. (4.1)’de de görüleceği gibi bütün durumlardaki zaman gecikmesi aynı kabul edilmiş ve iki saniye olarak alınmıştır. Bu sistem için gözlemlenebilirlik matrisi

$$Q_b = [C^T, A^T C^T, A^T A^T C^T, A_d^T C^T, A_d^T A^T C^T, A_d^T A_d^T C^T] \quad (4.2)$$
$$Q_b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -14 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 8 & 6 & -2 & 12 \end{bmatrix}$$

tam ranklı olduğundan ($rank(Q_b) = 3$) (4.1)'deki sistem tümüyle gözlemlenebilirdir. Bu durumda hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$\begin{aligned}
 p(s) &= \det(sI - (A - LC) - A_d + \tau s A_d) \\
 &= \det \left(\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 & l_1 & l_1 \\ l_2 & l_2 & l_2 \\ l_3 & l_3 & l_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6s-3 \\ 0 & 0 & 2s-1 \\ 0 & 0 & 4s-2 \end{bmatrix} \right)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$p(s) = \det \left(\begin{bmatrix} s+l_1+1 & l_1+1 & 6s+l_1-1 \\ l_2-1 & s+l_2+2 & 2s+l_2-2 \\ l_3-2 & l_3-3 & 5s+l_3+1 \end{bmatrix} \right) \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 p(s) &= (s+l_1+1)(s+l_2+2)(5s+l_3+1) + (l_2-1)(l_3-3)(6s+l_1-1) \\
 &+ (l_3-2)(l_1+1)(2s+l_2-2) - (6s+l_1-1)(s+l_2+2)(l_3-2) \\
 &- (2s+l_2-2)(l_3-3)(s+l_1+1) - (5s+l_3-1)(l_1+1)(l_2-1) \\
 p(s) &= 5s^3 + s^2(5l_2 - 7l_3) + s(20l_1 - 2l_2 - 12l_3 + 54) + (8l_1 + 2l_2 + 6l_3 - 6)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

olarak bulunur. Hata dinamiğinin kutuplarının hepsi -1 noktasına atanmak istendiğinde hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1 \tag{4.6}$$

olması gerekecektir. (4.5) ve (4.6)'deki polinomların katsayılarının eşit olması gerektiği özelliğinden yararlanarak Luenberger vektörü

$$L = \begin{bmatrix} -0,4773 \\ 0,0921 \\ 2,4391 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

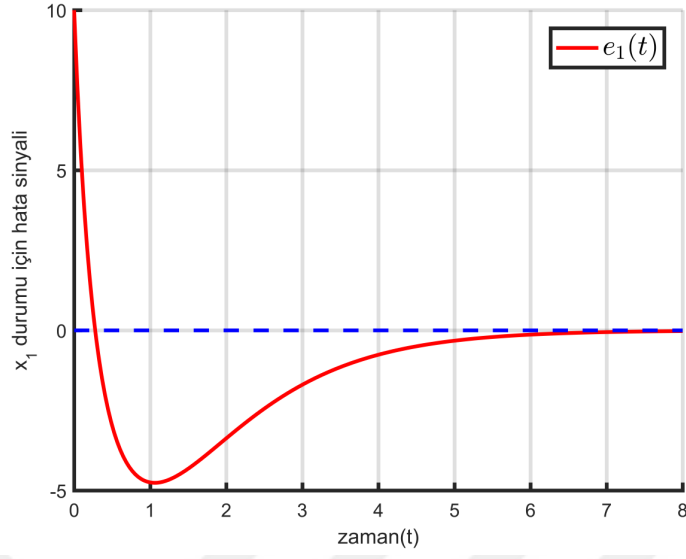
olarak hesaplanır. Gözlemleyiciden ve (4.1)'deki gecikmeli zamanlı sistemden oluşan top-

lam sistemin durum uzayı denklemleri

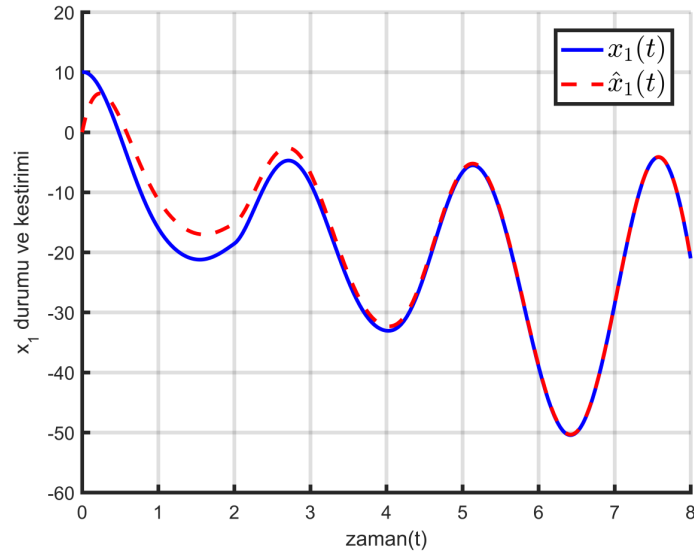
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4773 & -0,4773 & -0,4773 & -0,5227 & -0,5227 & -1,5227 \\ 0,0921 & 0,0921 & 0,0921 & 0,9079 & -2,0921 & 0,9079 \\ 2,4391 & 2,4391 & 2,4391 & -0,4391 & 0,5609 & -5,4391 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-2) \\ x_2(t-2) \\ x_3(t-2) \\ \hat{x}_1(t-2) \\ \hat{x}_2(t-2) \\ \hat{x}_3(t-2) \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

(4.8)

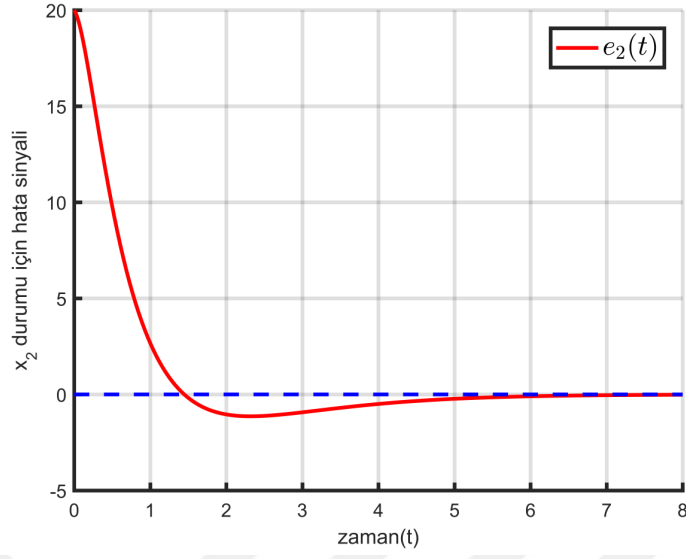
olarak elde edilir. Hesaplanan Luenberger vektörü kullanılarak oluşturulan gözlemleyici durumlarının, sistem durumlarının ve hata dinamiği durumlarının değişimleri $u(t)=2+t+\sin(7t)$ giriş fonksiyonu için MATLAB ortamında çizdirilmiş ve Şekil 4.1, Şekil 4.2, Şekil 4.3, Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da verilmiştir. Simülasyonlarda sistemin x_1 durumunun başlangıç koşulu 10, x_2 durumunun başlangıç koşulu 20, x_3 durumunun başlangıç koşulu 30 kabul edilmiş, gözlemleyicinin \hat{x}_1 , \hat{x}_2 ve \hat{x}_3 durumlarının başlangıç koşulları 0 alınmıştır. (Grafiklerde kullanılan '[1]' çalışma (Alden ve Trinh, 1999)'i temsil etmektedir.)



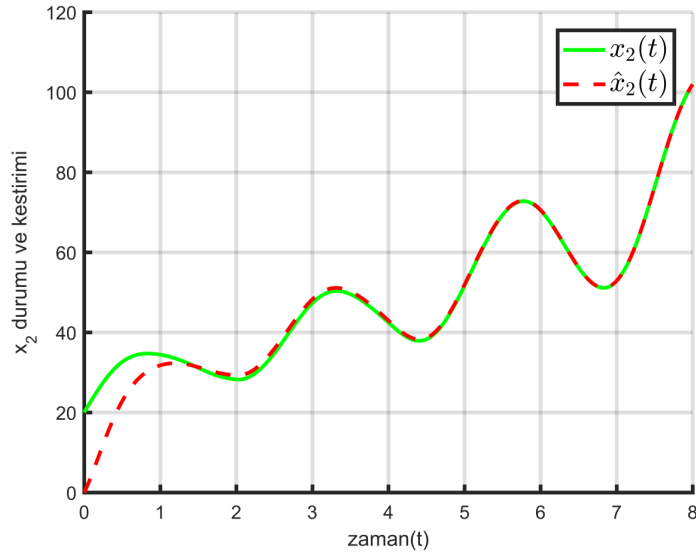
Şekil 4.1: $x_1(t)$ durumu için hata sinyali



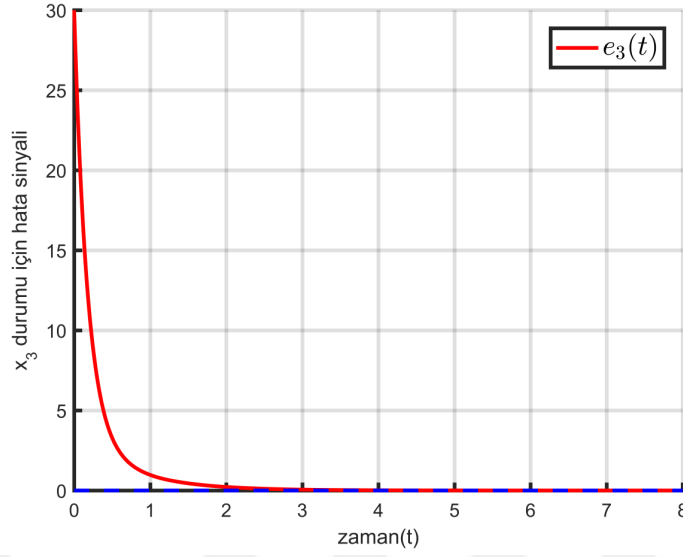
Şekil 4.2: $x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri



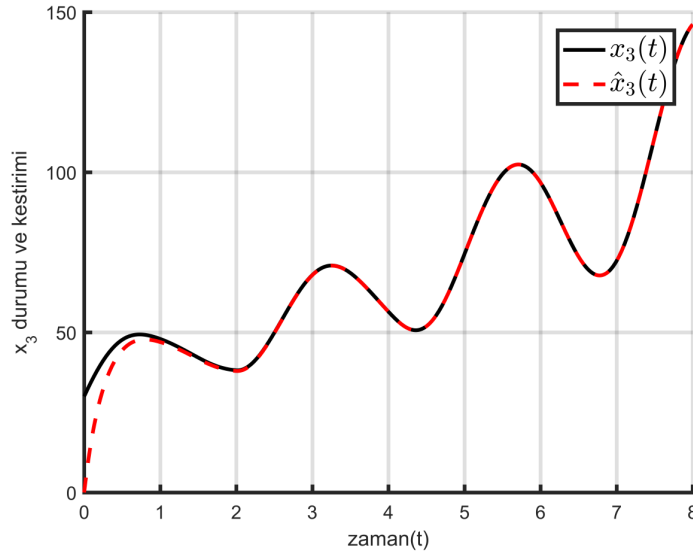
Şekil 4.3: $x_2(t)$ durumu için hata sinyali



Şekil 4.4: $x_2(t)$ ve $\hat{x}_2(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri



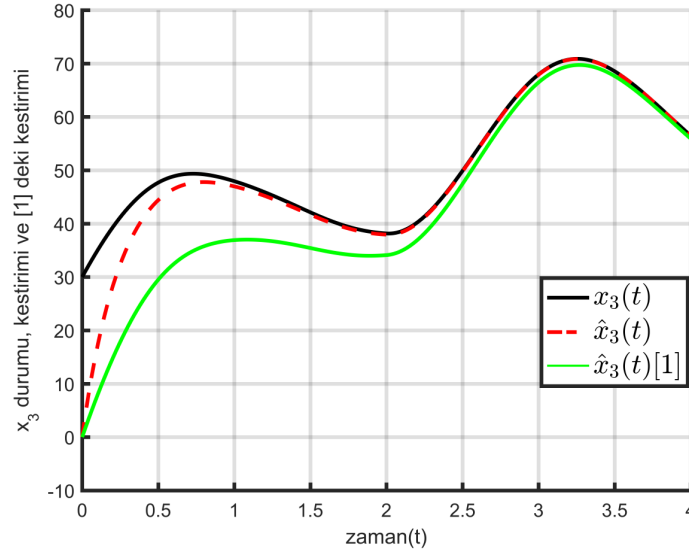
Şekil 4.5: $x_3(t)$ durumu için hata sinyali



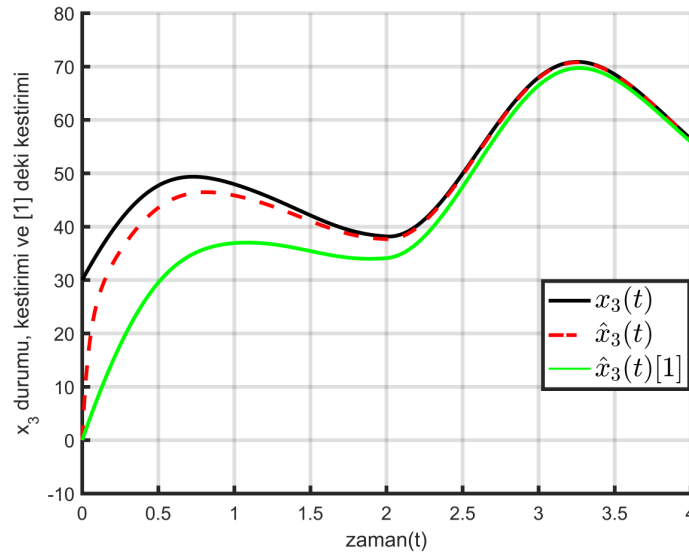
Şekil 4.6: $x_3(t)$ ve $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri

(Alden ve Trinh, 1999)'deki çalışmada sadece sistemin x_3 durumunun ve gözlemleyicinin \hat{x}_3 durumunun zamana göre değişimleri verildiğinden gözlemleyicilerin \hat{x}_3 durumları karşılaştırılabildiği. Gözlemleyicinin durumları daha hızlı kestirmesi durum geri beslemeli kontrolünde daha iyi çalışmasını sağlayacaktır (Luenbeger,1966). Bu karşılaştırmalar önerilen gözlemleyicinin hata dinamiğinin üç farklı kutup ataması için Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 da verilmiştir. Şekil 4.7'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin bütün kutupları -1, Şekil 4.8'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin bütün kutupları -3 ve Şekil 4.9'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin

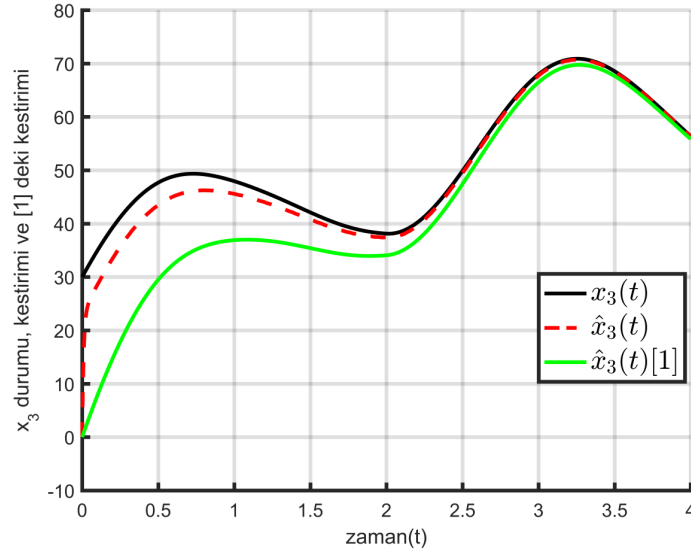
bütün kutupları -5 olarak seçilmiştir. Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'deki karşılaştırmalarda önerilen gözlemleyicinin bilinmeyen durumları literatürde olan gözlemleyiciden daha kısa zamanda kestirebildiği görülmektedir ve gözlemleyici sistemin kutupları hızlandırıldıkça yani daha küçük kutuplar seçildiğinde önerilen gözlemleyici modelin kestirilecek durumu daha kısa sürede yakaladığı görülmektedir.



Şekil 4.7: $x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -1 noktasında)



Şekil 4.8: $x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -3 noktasında)



Şekil 4.9: $x_3(t)$, $\hat{x}_3(t)$ ve [1]'deki $\hat{x}_3(t)$ durumlarının zamana göre kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -5 noktasında)

4.1.1 Durumlarında iki farklı gecikme olan Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli uygulaması

Bölüm 3.3.3'de durumlarında iki farklı gecikme olan sistemler için önerilen gözlemleyiciyi test etmek için (Leyva ve Pearson, 1995)'de durum uzayı denklemleri verilen sistem temel alınmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t-1) + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t-2) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.9)'deki denklemlerde görüleceği gibi zaman gecikmeleri $\tau_{1x} = 1sn$ ve $\tau_{2x} = 2sn$ kabul edilmiştir. Bu sistem için gözlemlenebilirlik matrisi

$$\begin{aligned} Q_b &= [C^T, A^T C^T, A_{d_1}^T C^T, A_{d_2}^T C^T] \\ Q_b &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

tam ranklı olduğundan ($rank(Q_b) = 2$) (4.9)'deki sistem tümüyle gözlemlenebilirdir. Bu durumda hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det([(sI - (A - LC)) - [(A_{d1} - \tau_{1x}sA_{d1}) + (A_{d2} - \tau_{2x}sA_{d2})]]) \quad (4.11)$$

$$p(s) = \det \left(\left[\begin{array}{cc} s + l_1 & -1 \\ l_2 & s \end{array} \right] - \left[\begin{array}{cc} -7s + 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \right) \quad (4.12)$$

$$p(s) = \det \left(\left[\begin{array}{cc} -6s + l_1 + 4 & -1 \\ l_2 & s \end{array} \right] \right) \quad (4.13)$$

$$p(s) = (-6s + l_1 + 4)(s) - (-1)(l_2) \quad (4.14)$$

$$p(s) = -6s^2 + s(l_1 + 4) + l_2$$

olarak bulunur. Hata dinamiğinin kutuplarının hepsi -2 noktasına atanmak istendiğinde hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 3s + 2.25 \quad (4.15)$$

olması gerekecektir. (4.14) ve (4.15)'deki polinomların katsayılarının eşit olması gerektiği özelliğinden yararlanarak Luenberger vektörü

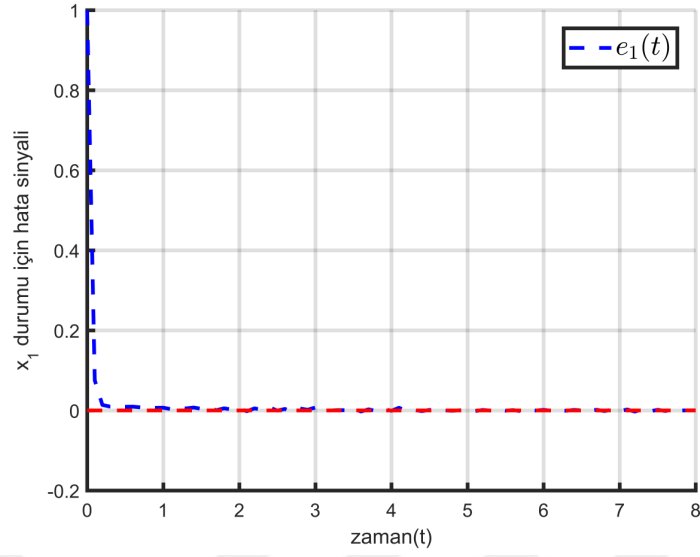
$$L = \begin{bmatrix} 28 \\ 18 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

olarak hesaplanır. Gözlemleyiciden ve (4.9)'daki gecikmeli zamanlı sistemden oluşan top-

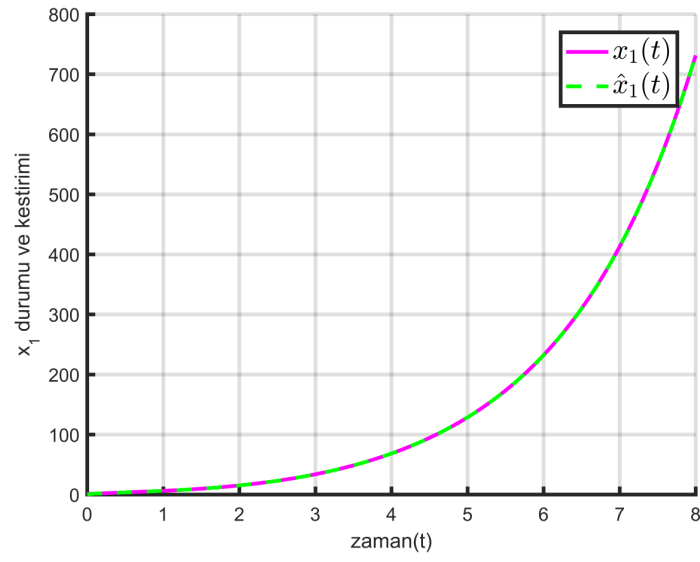
lam sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -28 & 1 & 28 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-1) \\ x_2(t-1) \\ \hat{x}_1(t-1) \\ \hat{x}_2(t-1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-2) \\ x_2(t-2) \\ \hat{x}_1(t-2) \\ \hat{x}_2(t-2) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

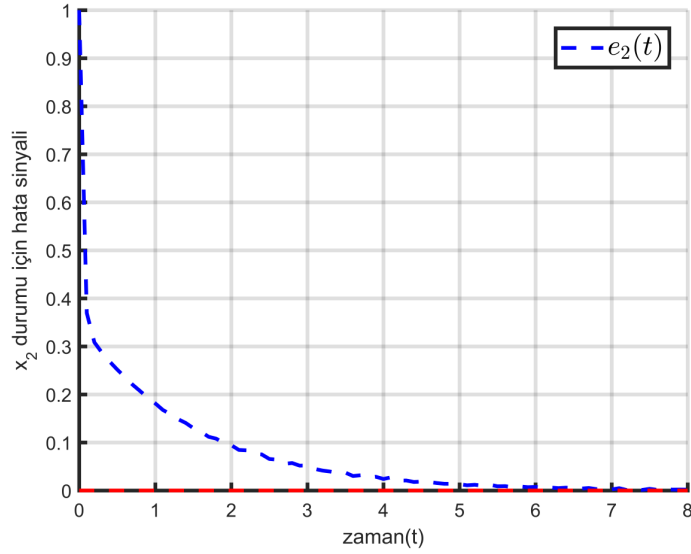
olarak elde edilir. Hesaplanan Luenberger vektörü kullanılarak oluşturulan gözlemleyici durumlarının, sistem durumlarının ve hata dinamiği durumlarının değişimleri $u(t) = \sin(t)$ giriş fonksiyonu için MATLAB ortamında çizdirilmiş ve Şekil 4.10, Şekil 4.11, Şekil 4.12, ve Şekil 4.13'da verilmiştir. Simülasyonlarda sistemin x_1 durumunun başlangıç koşulu 1, x_2 durumunun başlangıç koşulu 1 kabul edilmiş, gözlemleyicinin \hat{x}_1 ve \hat{x}_2 durumlarının başlangıç koşulları 0 alınmıştır.



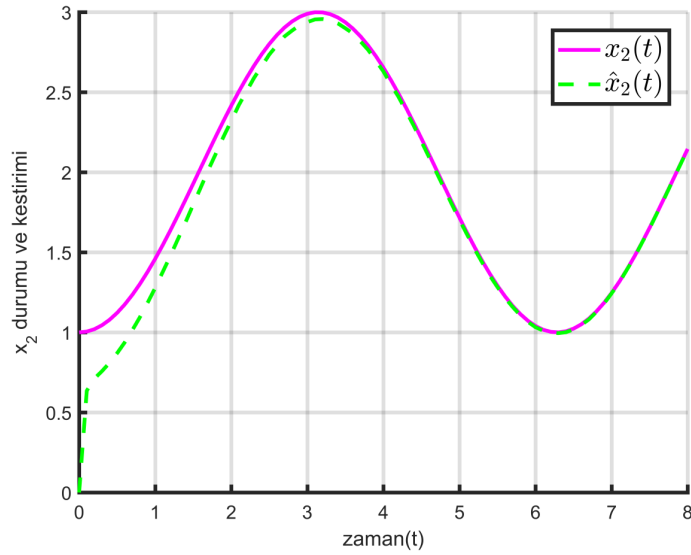
Şekil 4.10: $x_1(t)$ Durumu için hata sinyali



Şekil 4.11: $x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri

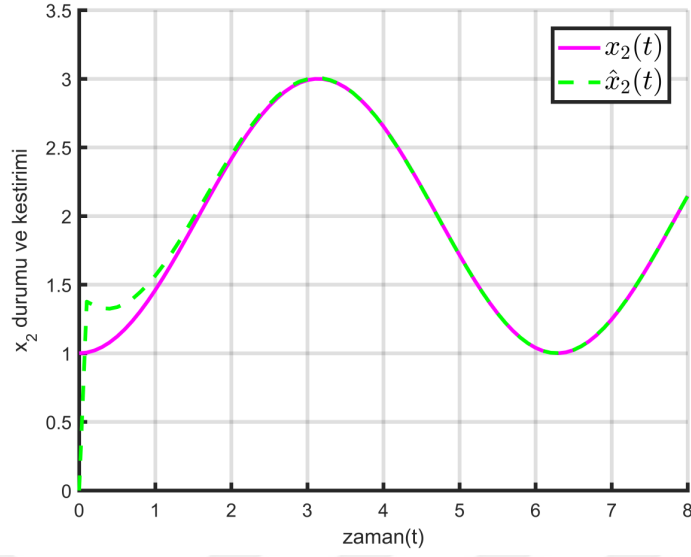


Şekil 4.12: $x_2(t)$ durumu için hata sinyali

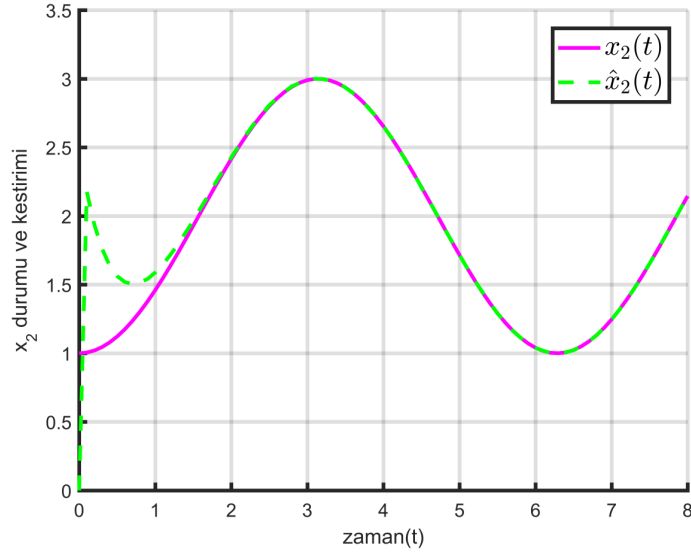


Şekil 4.13: $x_2(t)$ ve $\hat{x}_2(t)$ durumlarının zamana göre değişimleri

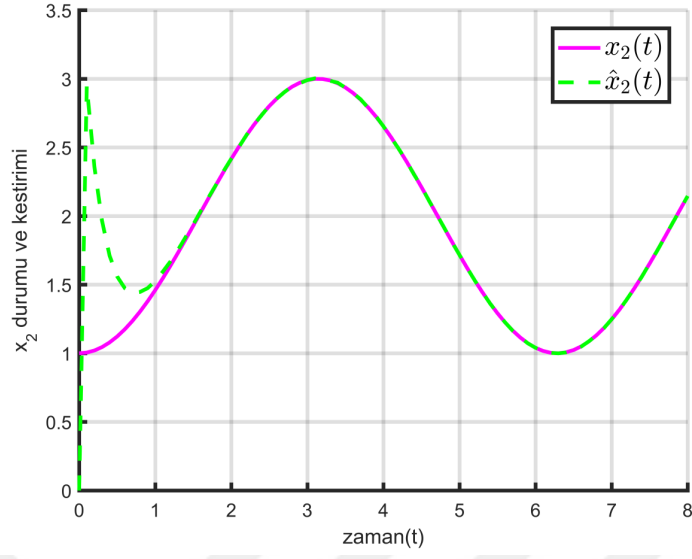
Sistemin x_2 durumu ile gözlemleyicinin \hat{x}_2 durumlarının değişimleri üç farklı kutup ataması için Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve 4.16'da verilmiştir. Şekil 4.14'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin bütün kutupları -3, Şekil 4.15'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin bütün kutupları -5 ve Şekil 4.16'deki karşılaştırmada gözlemleyicinin hata dinamiğinin bütün kutupları -7,5 olarak seçilmiştir.



Şekil 4.14: $x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ Durumlarının Zamana Göre Kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -3 noktasında)



Şekil 4.15: $x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -5 noktasında)



Şekil 4.16: $x_1(t)$ ve $\hat{x}_1(t)$ durumlarının zamana göre kestirimi (hata dinamiğinin bütün kutupları -7,5 noktasında)

BÖLÜM V

DURUM GERİ BESLEMELİ KONTROLÖR TASARIMINDA GÖZLEMLEYİCİ KULLANIMI

5.1 Giriş

Bu bölümde bütün durumları ölçülemeyen zaman gecikmesi olmayan ve zaman gecikmeli sistemlerin Luenberger gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrolünden bahsedilmiştir. Sistem durumları bir sistemin hafıza elemanı olarak görülebilirler ve bir sistemin geçmişiyile ilgili işaretel bilgiyi depolarlar. Bir RLC elektrik devresindeki kapasitörün devrenin geçmişinden gelen gerilimi depolaması veya bir indüktörün devrenin geçmişiyile ilgili akımı depolaması örnek olarak verilebilir. Bir sistemin bütün durumlarının ölçülebiliyor olması o sistemin geçmişiyile ilgili bütün bilgilere erişilebiliyor olması anlamına gelir. İdeal durum bir sistemin bütün durumlarının ölçülebiliyor olması ve durum geri beslemesinin bu durumlar üzerinden yapılmasıdır. Pratikte ise fiziksel nedenlerden veya sensör maliyetlerinin çok yüksek olması sebebiyle bütün durumların zamana göre değişiminin doğrudan tespit edilmesi mümkün değildir (Fortman ve Williamson, 1972). Durum geri beslemeli kontrol sistemlerinde bütün durumların zamana göre değişiminin tam olarak bilinmesi gerekir. Bu sebeple sistemin bütün durumlarının zamana göre değişimini belirlemek için gözlemleyici adı verilen sistemlerden yararlanır. Gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrol sistemlerini kullanabilmek için sistemin tümüyle gözlemlebiliyor olması gerekir. Luenberger tabanlı gözlemleyici kullanılarak yapılan durum geri beslemeli kontrolde sistemin

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{5.1}$$

durum uzayı denklemlerinden yararlanır. (5.1)'de durum uzayı denklemleri verilen sistemin durum geri beslemeli kontrol yapılabilmesi için sistemin tümüyle kontrol edilebilir olması lazımdır. Sistemin tümüyle kontrol edilebilir olup olmadığını test etmek için

$$Q_s = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]\tag{5.2}$$

kontrol edilebilirlik matrisi kullanılır. Bu matris tam ranklı ise sistem tümüyle kontrol edilebilirdir ve durum geri beslemeli kontrole uygundur (Fortman ve Williamson, 1972). Gözlemleyici modeli olarak

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (5.3)$$

Luenberger gözlemleyici modeli seçilir. Durum geri beslemeli kontrol tasarımında sistem giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - Kx(t) \quad (5.4)$$

eşitliğiyle elde edilir. Burada K geri besleme kazanç vektörü, V ise sistemin çıkış işareti $y(t)$ ile referans işaret $r(t)$ arasındaki hatayı sıfırlamaya yarayan kazanç sabiti olarak tanımlanır. Bu durumda kapalı çevrim sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B[Vr(t) - Kx(t)] \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A - BK]x(t) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5.6)$$

şeklinde olacaktır. Kapalı çevrim sistemin Laplace dönüşümü alındığında durum vektörünün

$$X(s) = (sI - A + BK)^{-1}x(0) + V(sI - A + BK)^{-1}BR(s) \quad (5.7)$$

Laplace bölgesi ifadesi bulunur. Durum geri beslemeli sistemin karakteristik polinomu ise

$$p(s) = \det [(sI - (A - BK))] \quad (5.8)$$

olacaktır. Kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için karakteristik polinomun köklerinin sol yarım s-düzleminde olması gerekir. Luenberger tabanlı geri beslemeli

kontrolörde gözlemleyicinin durumları kullanılır. Bu durumda giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - K\hat{x}(t) \quad (5.9)$$

denkleme göre elde edilir. $u(t)$ giriş işareti (5.9) denklemi şeklinde alındığında sistemin durum denklemleri

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) - BK\hat{x}(t) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5.10)$$

halini alacaktır. Gözlemleyicinin durum denklemleri ise

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= LCx(t) + (A - BK - LC)\hat{x}(t) + VBr(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (5.11)$$

şekilde olacaktır. Kontrol edilen sistemden ve gözlemleyiciden oluşan bütün sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A - BK - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + V \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} r(t) \\ \begin{bmatrix} \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.12)$$

şeklinde yazılır. Kapalı çevrim sistemin doğru olarak çalışabilmesi için hata fonksiyonu $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ifadesinin zaman sonsuza giderken sıfıra yakınsaması gerekir. Bu halde gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına karşılık gelebileceğini garanti edilebilir. 5.12'deki sistemin

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (5.13)$$

şeklindeki hata dinamiğini hesaplayacak olursak bütün sistemin hata dinamiği

$$\dot{e}(t) = Ax(t) - BK\hat{x}(t) + VBr(t) - A\hat{x}(t) + BK\hat{x}(t) - VBr(t) - LC[x(t) - \hat{x}(t)] \quad (5.14)$$

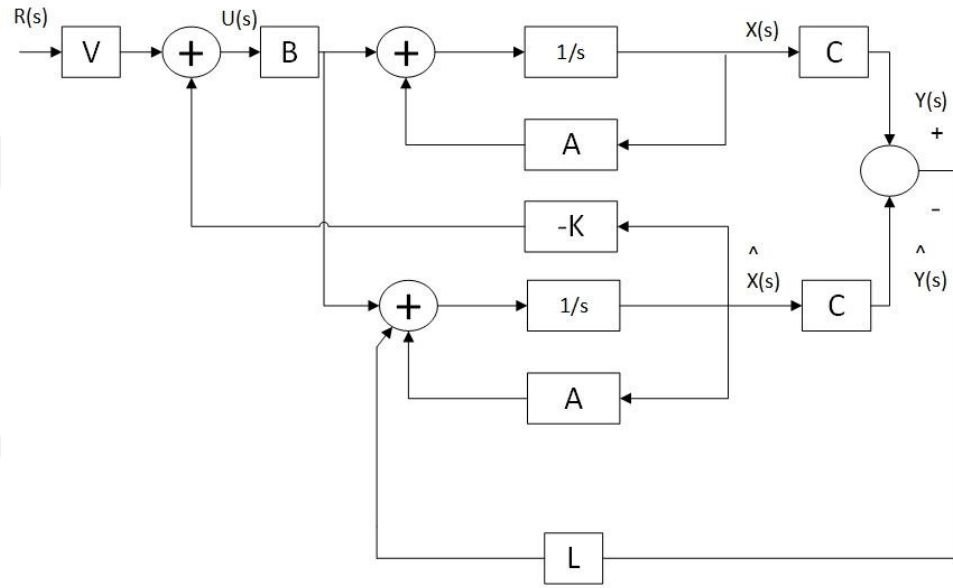
olarak bulunur. (5.14) ifadesini sadeleştirdiğimizde sistemin hata dinamiği

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (5.15)$$

olacaktır. Gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına yakınsayabilmesi için (5.15)'deki hata dinamiğinin asimptotik kararlı olması gerekir. Başka bir ifadeyle

$$p(s) = \det [sI - (A - LC)] \quad (5.16)$$

ifadesiyle elde edilen hata dinamiğinin karakteristik polinomunun köklerinin sol yarı s-düzleminde olması gerekir (Wang ve Luenberger, 1964).



Şekil 5.1: Gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrol sisteminin Laplace bölgesi blok diyagramı

Şekil 5.1'de gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrol sisteminin Laplace bölgesi genel blok diyagramı verilmiştir.

Durum geri beslemeli kontrolör tasarlanırken istenilen yükselme zamanı, oturma zamanı ya da maksimum aşım değeri belirlenerek sistemin kutupları aranabilir. Sistem kutupları tespit edildikten sonra K geri besleme kazanç vektörü bulunur. Burada oturma zamanı (sistemin çıkış işaretinin sabit referans işaretinin % 98'ine ulaşıncaya kadar geçen süre)

$$t_s = \frac{3,9}{\zeta \omega_n} \quad (5.17)$$

formülüyle, maksimum aşım

$$M_p = e^{-\zeta w_n t_p} \quad (5.18)$$

formülüyle hesaplanır. (5.18) ifadesinde t_p

$$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (5.19)$$

denklemleri ile bulunur ve sistemin çıkış işaretinin maksimum değere ulaştığı zamanı gösterir. (5.17), (5.18) ve (5.19) denklemlerinde gözükten ζ sönüm faktörü, w_n ise sistemin doğal frekansı adını alır. Oturma zamanı ve maksimum aşım tanımları ikinci derece sistemler için verilmiştir. Bunları belirleyebilmek için sistemin karakteristik polinomundan yararlanılır. İkinci derece sistemin ζ ve w_n 'e bağlı karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2 \quad (5.20)$$

şeklindedir.

5.2 Zaman Gecikmesi Olmayan Sistemlerde Gözlemleyici Tabanlı Durum Geri Beslemeli Kontrol Uygulaması

Bu simülasyon uygulamasında (Leyva ve Pearson, 1995)'de durum uzayı denklemleri verilen sistem temel alınmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (5.21)$$

olarak verilmiştir. Sistemin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det(sI - A) = s^2 + 1 \quad (5.22)$$

ve sistemin kutupları $s_1 = -i$ ve $s_2 = i$ olduğundan kontrol edilecek sistem kritik kararludur ve osilasyon yapar. Sistemin durum geri beslemesine uygun olup olmadığını belirleyebilmek için sistemin kontrol edilebilirlik matrisine bakılması gerekir. Bu sistem için kontrol

edilebilirlik matrisi

$$Q_s = \begin{bmatrix} B & A B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

ve $\det(Q_s) = 1 \neq 0$ olması nedeniyle Q_s 'in rankı 2' dir ve sistem tümüyle kontrol edilebilirdir.

Durum geri beslemesinde gözlemleyiciden yararlanılacağından sistemin tümüyle gözlemlenebiliyor olması gerekir. Gözlemleyici kullanımının uygun olup olmadığını belirleyebilmek için sistemin gözlemlenebilirlik matrisine bakılması gerekir. Bu sistem için gözlemlenebilirlik matrisi

$$Q_b = \begin{bmatrix} C \\ C A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

ve $\det(Q_b) = -1 \neq 0$ olması nedeniyle Q_b 'nin rankı 2' dir ve sistem tümüyle gözlemlenebilirdir.

Referans işaret $r(t)$ 'nin birim basamak fonksiyonu olması durumunda sistemin oturma süresinin 3sn ve maksimum aşımın %10 olmasını isteyelim. (5.17), (5.18), (5.19) denklemlerini kullanarak sistemin doğal frekansı w_n ve sönüm faktörü ζ

$$w_n = 2.1991 \text{ rad/s} \quad \zeta = 0,5912 \quad (5.25)$$

bulunur. (5.25)'de bulunan değerleri (5.20)'de yerine koyarsak kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 2,6s + 4,836 \quad (5.26)$$

olacaktır ve kapalı çevrim sistemin kutupları

$$s_1 = -1,3 + j1,7737 \quad s_2 = -1,3 - j1,7737 \quad (5.27)$$

noktalarında yer alır. Durum geri beslemeli sistemin K geri besleme kazanç vektörüne

bağlı sistem matrisi

$$\begin{aligned}(A - BK) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5.28)$$

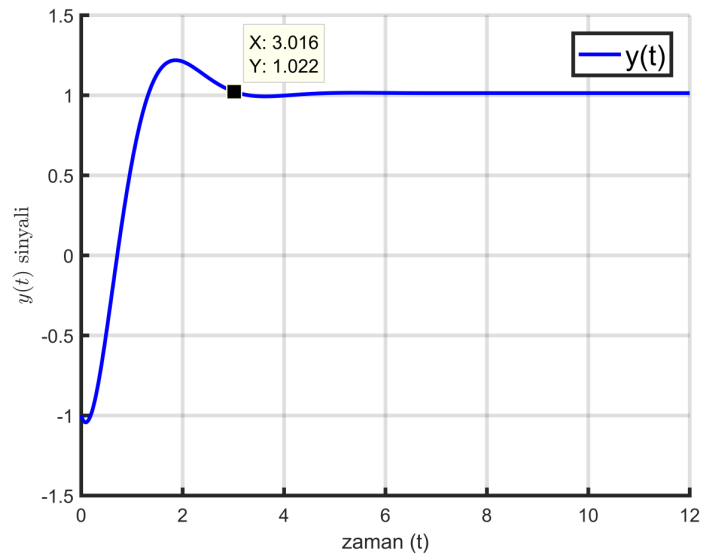
elde edilir. Durum geri beslemeli kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomunun K geri besleme kazanç vektörüne bağlı ifadesi (5.8) formülüyle hesaplanır ve

$$p(s) = s^2 + k_2s + k_1 \quad (5.29)$$

bulunur. (5.26) ve (5.29)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden K geri besleme kazanç vektörü

$$K = [4.836 \quad 2,6] \quad (5.30)$$

olarak hesaplanır.



Şekil 5.2: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

Şekil 5.2’de gözlemleyici kullanılmadan yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işarette sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin Luenberger vektörüne bağlı durum uzayı denklemleri (5.15)’de verilmiştir ve bu örnek için

$$\begin{aligned}
 \dot{e}(t) &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right) e(t) \\
 &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{bmatrix} \right) e(t) \\
 &= \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} e(t)
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

olarak elde edilir. Gözlemleyici hata dinamiğinin karakteristik polinomunun Luenberger vektörüne bağlı ifadesi (5.16) formülüyle hesaplanır ve

$$p(s) = s^2 + l_1 s + (l_2) \tag{5.32}$$

bulunur. Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarını -2’ye atarsak gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 4s + 4 \tag{5.33}$$

olacaktır. (5.32) ve (5.33)’daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.3’de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -2’de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işarette sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -3’e atandığında gözlemleyicinin hata di-

namîğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 6s + 9 \quad (5.35)$$

olacaktır. (5.32) ve (5.35)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.4'de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -3'de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değışimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -5'e atandığında gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 10s + 25 \quad (5.37)$$

olacaktır. (5.32) ve (5.37)'deki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 10 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.5'de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -5'de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değışimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -9'a atandığında gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

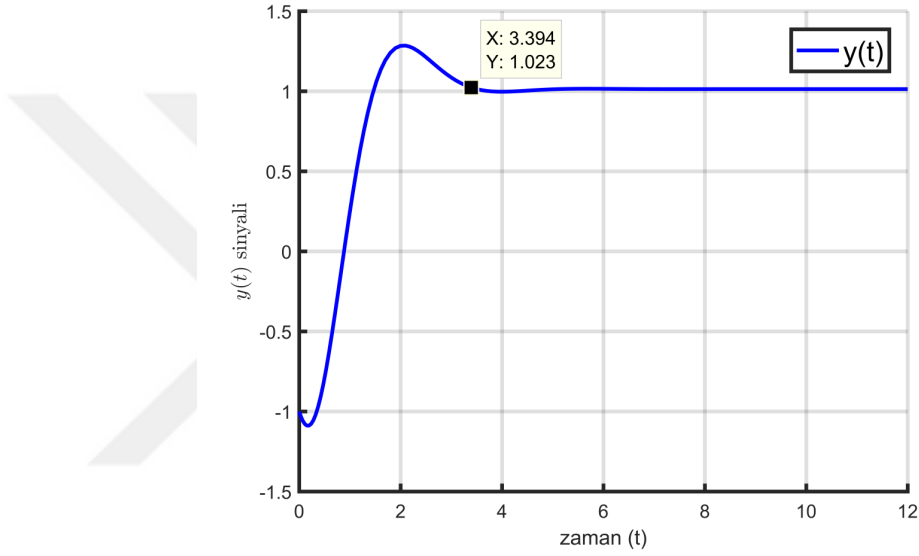
$$p(s) = s^2 + 18s + 81 \quad (5.39)$$

olacaktır. (5.32) ve (5.39)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L

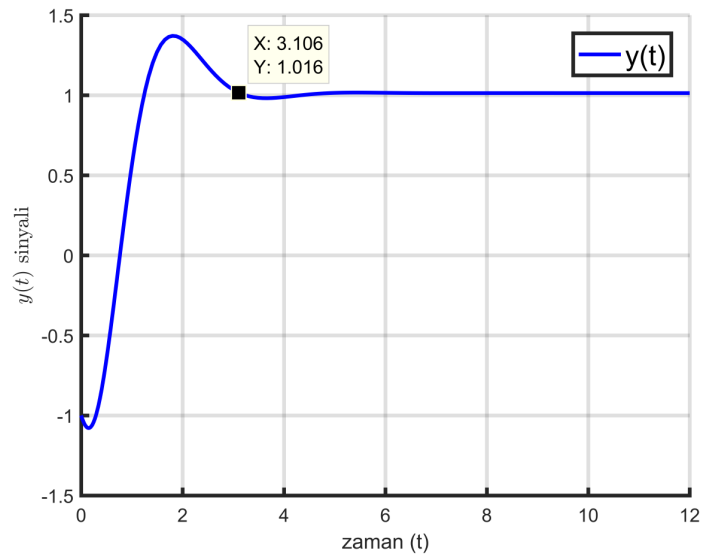
kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 18 \\ 81 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

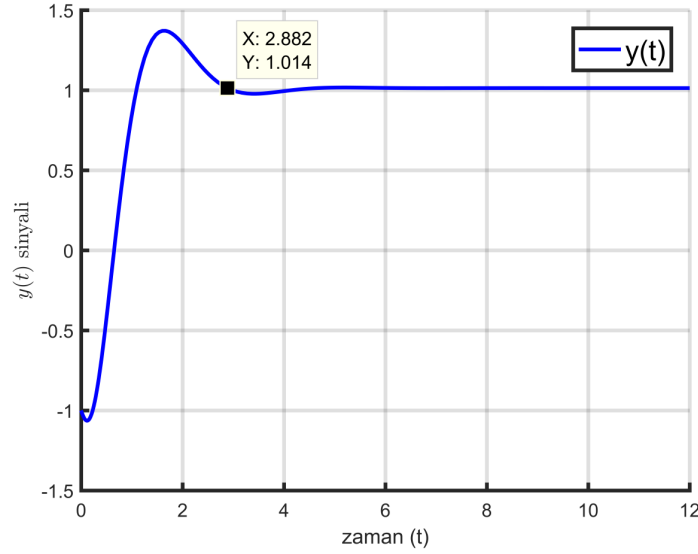
olarak hesaplanır. Şekil 5.6'da gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -9'de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretinde sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.



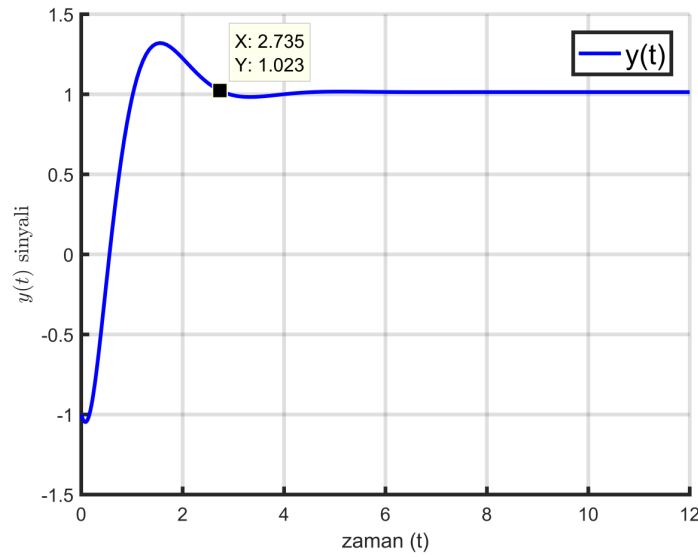
Şekil 5.3: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi



Şekil 5.4: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi



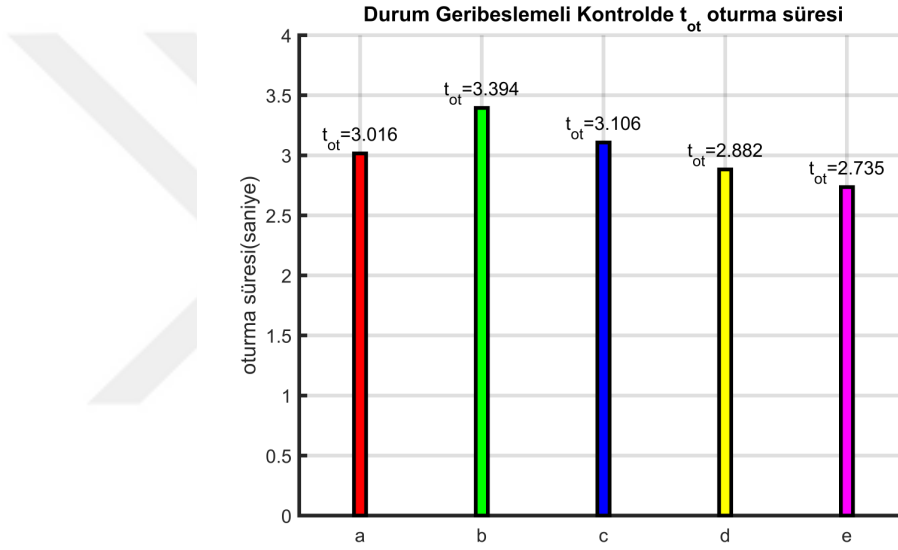
Şekil 5.5: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi



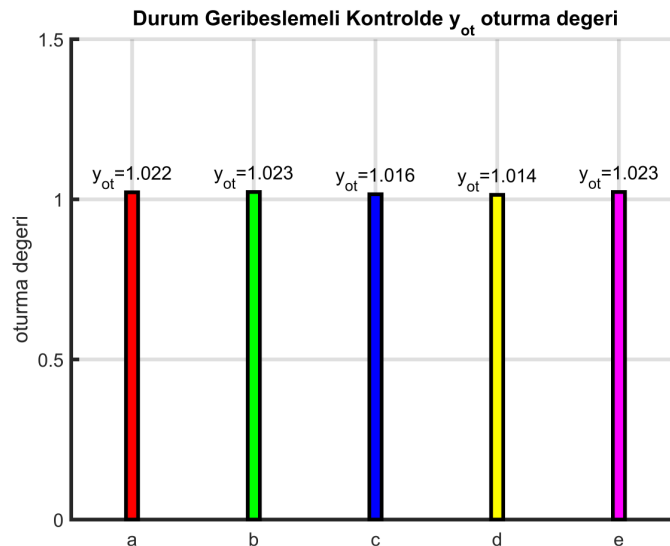
Şekil 5.6: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

Şekil 5.7, Şekil 5.8, Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'daki sütun grafiklerinde a, Şekil 5.2'deki gözlemleyicisiz durum geri beslemeli kontrol çıkışını, b Şekil 5.3'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -2$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını, c Şekil 5.4'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -3$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını, d Şekil 5.5'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -5$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını ve e Şekil 5.6'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -9$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını temsil etmektedir.

Şekil 5.2, Şekil 5.3, Şekil 5.4, Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'daki çıkış işaretlerinin oturma zamanı ve oturma değerleri karşılaştırıldığında Şekil 5.7 ve Şekil 5.8 elde edilir. zamana göre değişimleri incelendiğinde en etkili durum geri beslemesinin gözlemleyicisiz olduğu görülmektedir. Gözlemleyici ile birlikte geçici halde aşım değerlerinin artışı söz konusudur. Gözlemleyicinin hata dinamiğinin kutupları j-w eksenine yaklaştığında sistem daha yavaş tepki vermekte ancak Luenberger vektörü katsayıları düşük olmaktadır. Hata dinamiği kutupları j-w ekseninden uzaklaştıkça sistemin daha hızlı tepki verdiğini gözlemliyoruz. Ancak bu durumda geçici haldeki aşım değerleri daha fazla artmakta ve Luenberger vektörü katsayıları çok yükselmektedir. Bu durum pratik uygulamalarda sorunlar yaratabilir.

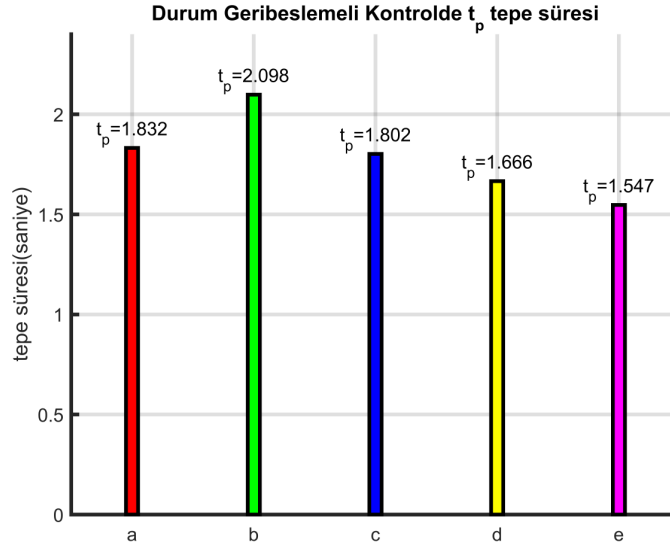


Şekil 5.7: Durum geri beslemeli kontrolde oturma sürelerinin karşılaştırılması

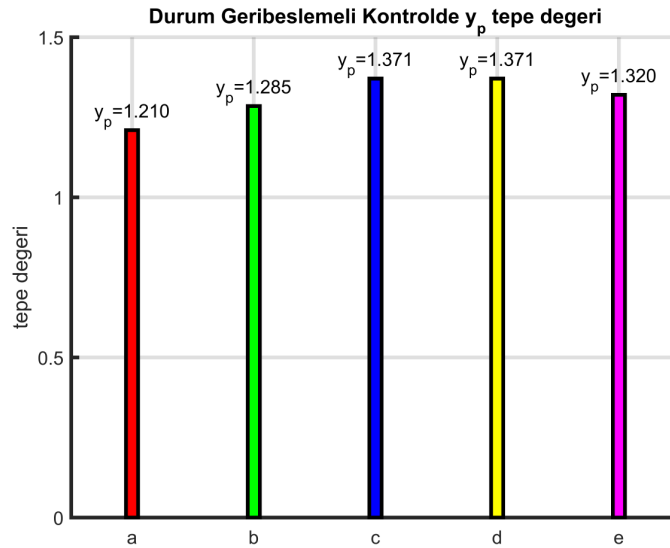


Şekil 5.8: Durum geri beslemeli kontrolde oturma değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 5.7’de a sütunu b sütununa göre daha kısa süreli oturma zamanına sahiptir. Sırasıyla c, d ve e sütunları gözlemleyici hata dinamiği hızlandığından oturma süreleri b sütununa göre daha kısadır. Şekil 5.8’de oturma süreleri b, c, d ve e sütunlarında kısalmışken oturma değerleri tüm sütunlarda yakın değerlere sahiptir.



Şekil 5.9: Durum geri beslemeli kontrolde tepe sürelerinin karşılaştırılması



Şekil 5.10: Durum geri beslemeli kontrolde tepe değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 5.9’da oturma sürelerinde olduğu gibi tepe sürelerinde de a sütunu b sütununa göre daha kısa tepe süresine sahiptir ve sırasıyla b, c, d ve e sütunlarında gözlemleyici hata dinamiğinin kutupları hızlandığından tepe süreleri kısalmaktadır. Oturma değerlerinde olduğu gibi tepe değerlerinde de yaklaşık değerlerde olması beklenmektedir fakat bu sistem

için oturma süreleri ve tepe sürelerinin kısalmasına karşılık tepe değerleri Şekil 5.10'daki gibidir.

5.3 Durumlarında Tek Zaman Gecikmesi Olan Sistemlerde Geri Beslemeli Kontrolör Tasarımında Gözlemleyici Kullanımı

Bu bölümde bütün durumları ölçülemeyen tek zaman gecikmeli sistemlerin Luenberger gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrolünden bahsedilmiştir.

Luenberger tabanlı gözlemleyici kullanılarak yapılan durum geri beslemeli kontrolde sistemin

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{5.41}$$

durum uzayı denklemleri kullanılmaktadır. (5.41)'de durum uzayı denklemleri verilen sistemin durum geri beslemeli kontrol yapılabilmesi için sistemin tümüyle kontrol edilebilir olması lazımdır. Sistemin tümüyle kontrol edilebilir olup olmadığını test etmek için

$$\begin{aligned}Q_s &= [Q_1^1 B, Q_1^2 B, Q_2^2 B, Q_1^3 B, Q_2^3 B, Q_3^3 B, \dots, Q_1^n B, Q_2^n B, \dots, Q_j^k B, \dots, Q_n^n B] \\ Q_1^1 &= I, \quad Q_j^k = 0, \quad j = 0 \text{ ve } j > k, \\ Q_j^{r+1} &= A Q_j^r + A_d Q_{j-1}^r\end{aligned}\tag{5.42}$$

kontrol edilebilirlik matrisi kullanılır. Bu matris tam ranklı ise sistem tümüyle kontrol edilebilirdir ve durum geri beslemeli kontrole uygundur (Yi vd., 2009). Gözlemleyici modeli olarak

$$\begin{aligned}\hat{\dot{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + A_d \hat{x}(t - \tau_x) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{5.43}$$

Luenberger gözlemleyici modelinden yararlanılmaktadır. Durum geri beslemeli kontrol tasarımında sistem giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - Kx(t)\tag{5.44}$$

eşitliğiyle elde edilir. Burada K geri besleme kazanç vektörü, V ise sistemin çıkış işareti $y(t)$ ile referans işaret $r(t)$ arasındaki hatayı sıfırlamaya yarayan kazanç sabiti olarak tanımlanır. Bu durumda kapalı çevrim sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + B[Vr(t) - Kx(t)] \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.45)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [A - BK]x(t) + A_d x(t - \tau_x) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.46)$$

şeklinde olacaktır. Kapalı çevrim sistemin Laplace dönüşümü alınıp doğrusallaştırıldığında $e^{-\tau s} = 1 - \tau s$ durum vektörünün

$$X(s) = (sI - A + BK - A_d + \tau_x s A_d)^{-1} x(0) + V(sI - A + BK - A_d + \tau_x s A_d)^{-1} BR(s)\quad (5.47)$$

Laplace bölgesi ifadesi bulunur. Durum geri beslemeli sistemin karakteristik polinomu ise

$$p(s) = \det [(sI - A + BK - A_d + \tau_x s A_d)]\quad (5.48)$$

olacaktır. Kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için karakteristik polinomun köklerinin sol yarım s -düzleminde olması gerekir. Luenberger tabanlı geri beslemeli kontrolörde gözlemleyicinin durumları kullanılır. Bu durumda giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - K\hat{x}(t)\quad (5.49)$$

denkleme göre elde edilir. $u(t)$ giriş işareti (5.49) denklemi şeklinde alındığında sistemin durum denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) - BK\hat{x}(t) + A_d x(t - \tau_x) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.50)$$

halini alacaktır. Gözlemleyicinin durum denklemleri ise

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= LCx(t) + (A - BK - LC)\hat{x}(t) + A_d\hat{x}(t - \tau_x) + VBr(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{5.51}$$

şekilde olacaktır. Kontrol edilen sistemden ve gözlemleyiciden oluşan bütün sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A - BK - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & A_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau_x) \\ \hat{x}(t - \tau_x) \end{bmatrix} + V \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} r(t) \\ \begin{bmatrix} \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.52}$$

şeklinde yazılır. Kapalı çevrim sistemin doğru olarak çalışabilmesi için hata fonksiyonu $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ifadesinin zaman sonsuza giderken sifıra yakınsaması gerekir. Bu halde gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına karşılık gelebileceğini garanti edilebilir. (5.52)'deki sistemin

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)\tag{5.53}$$

şeklindeki hata dinamiğini hesaplayacak olursak bütün sistemin hata dinamiği

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= Ax(t) - BK\hat{x}(t) + A_dx(t - \tau_x) + VBr(t) - A\hat{x}(t) + BK\hat{x}(t) \\ &\quad - A_d\hat{x}(t - \tau_x) - VBr(t) - LC[x(t) - \hat{x}(t)]\end{aligned}\tag{5.54}$$

olarak bulunur. (5.54) ifadesini sadeleştirdiğimizde sistemin hata dinamiği

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + A_de(t - \tau_x)\tag{5.55}$$

olacaktır. Hata dinamiğinin Laplace dönüşümünü alınırsa

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_de^{-\tau_x s}E(s)\tag{5.56}$$

elde edilir. $e^{-\tau_x s}$ ifadesini doğrusallaştırdığında ve yerine $(1 - \tau_x s)$ yazıldığında hata fonk-

siyonunun Laplace ifadesi

$$E(s) = [sI - (A - LC) - A_d + \tau_x s A_d]^{-1} e(0) \quad (5.57)$$

bulunur. Gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına yakınsayabilmesi için (5.55)'daki hata dinamiğinin asimptotik kararlı olması gerekir. Başka bir ifadeyle

$$p(s) = \det [sI - (A - LC) - A_d + \tau_x s A_d] \quad (5.58)$$

ifadesiyle elde edilen hata dinamiğinin karakteristik polinomunun köklerinin sol yarı s-düzleminde olmalıdır (Wang ve Luenberger, 1964).

5.4 Tek Zaman Gecikmesi Olan Sistemlerde Gözlemleyici Tabanlı Durum Geri Beslemeli Kontrol Uygulaması

Bu simülasyon uygulamasında (5.21)'deki sistem zaman gecikmesi olan sisteme genişletilerek

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t-2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (5.59)$$

olarak kabul edilmiştir. Sistemin karakteristik polinomu

$$p(s) = \det(sI - A - A_d + \tau_s A_d) = 2s^2 - s \quad (5.60)$$

ve sistemin kutupları $s_1=0$ ve $s_2=0.5$ olduğundan kontrol edilecek sistem kararsızdır. Sistemin durum geri beslemesine uygun olup olmadığını belirleyebilmek için sistemin kontrol edilebilirlik matrisine bakılması gerekir. Bu sistem için kontrol edilebilirlik matrisi

$$Q_s = \begin{bmatrix} IB, AIB, A_d IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

ve Q_s 'in rankı 2 olduğundan sistem tümüyle kontrol edilebilirdir (Malek ve Zavarei, 1982).

Durum geri beslemesinde gözlemleyiciden yararlanılacağından sistemin tümüyle gözlemlenebiliyor olması gerekir. Gözlemleyici kullanımının uygun olup olmadığını belirleyebilmek için sistemin gözlemlenebilirlik matrisine bakılmalıdır. Bu sistem için gözlemlenebilirlik matrisi

$$Q_b = \begin{bmatrix} C^T, A^T C^T, A_d^T C^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

ve Q_b 'in rankı 2 olduğundan sistem tümüyle gözlemlenebilirdir (Malek ve Zavarei, 1982).

Referans işaret $r(t)$ 'nin birim basamak fonksiyonu olması durumunda sistemin oturma süresinin 1sn ve maksimum aşımın %10 olması istensin. (5.17), (5.18), (5.19) denklemlerini kullanarak sistemin doğal frekansı w_n ve sönüm faktörü ζ

$$w_n = 2,1991 \text{ rad/s} \quad \zeta = 0,5912 \quad (5.63)$$

bulunur. (5.63)'de bulunan değerleri (5.20)'da yerine koyarsak kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 2,6s + 4,836 \quad (5.64)$$

olacaktır ve kapalı çevrim sistemin kutupları

$$s_1 = -1,3000 + j1,7737 \quad s_2 = -1,3000 - j1,7737 \quad (5.65)$$

noktalarında yer alır. Durum geri beslemeli sistemin K geri besleme kazanç vektörüne bağlı karakteristik polinomu

$$\begin{aligned} \det(sI - (A - BK) - A_d(1 - \tau s)) &= \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1-s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s & -1 \\ k_1 & s+k_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1-s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2s-1 & -1 \\ k_1 & s+k_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.66)$$

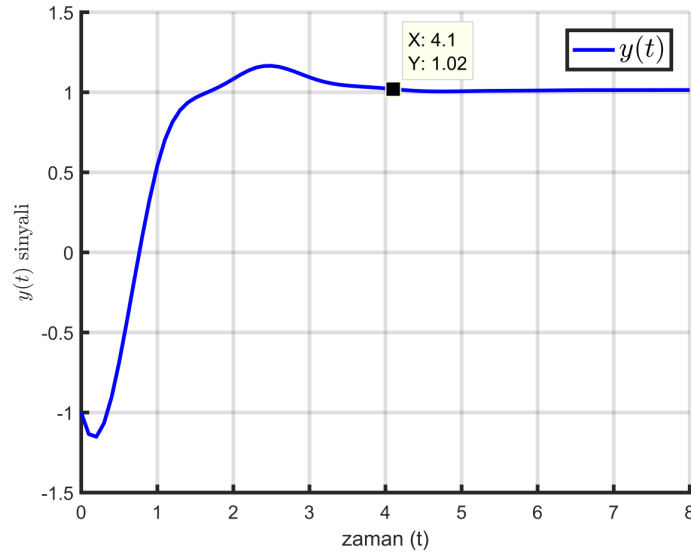
elde edilir. Durum geri beslemeli kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomunun K geri besleme kazanç vektörüne bağlı ifadesi (5.8) formülüyle hesaplanır ve

$$p(s) = 2s^2 + (2k_2 - 1)s + (k_1 - k_2) \quad (5.67)$$

bulunur. (5.64) ve (5.67)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden K geri besleme kazanç vektörü

$$K = [6, 636 \quad 1, 8] \quad (5.68)$$

olarak hesaplanır.



Şekil 5.11: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

Şekil 5.11'de gözlemleyici kullanılmadan yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işareti sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin karakteristik polinomunun Luenberger vektörüne bağlı ifadesi (5.16) formülüyle hesaplanır ve

$$p(s) = 2s^2 + (l_1 - 1)s + (l_2) \quad (5.69)$$

bulunur. Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarını -1'e atarsak gözlemleyicinin

hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 2s + 1 \quad (5.70)$$

olacaktır. (5.69) ve (5.70)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.12'de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -1'de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -3'e atandığında gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 6s + 9 \quad (5.72)$$

olacaktır. (5.69) ve (5.72)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 13 \\ 18 \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.13'de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -3'de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -5'e atandığında gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 10s + 25 \quad (5.74)$$

olacaktır. (5.69) ve (5.74)'daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L

kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 21 \\ 50 \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

olarak hesaplanır. Şekil 5.14’de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -5’de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.

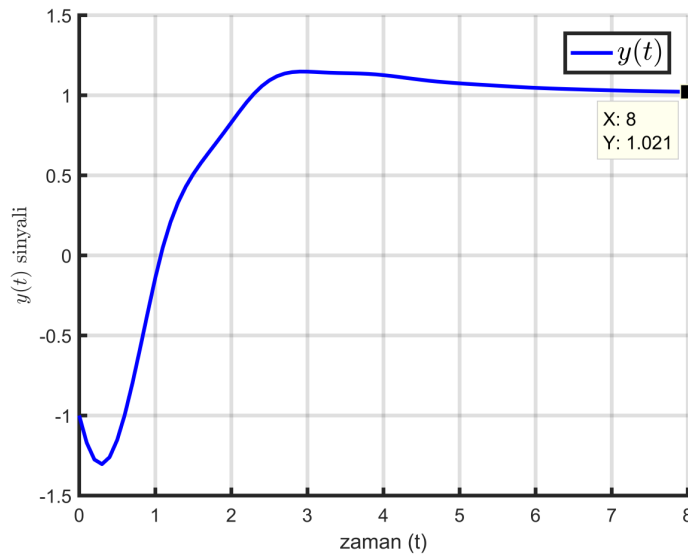
Gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutupları -9’a atandığında gözlemleyicinin hata dinamiğinin karakteristik polinomu

$$p(s) = s^2 + 18s + 81 \quad (5.76)$$

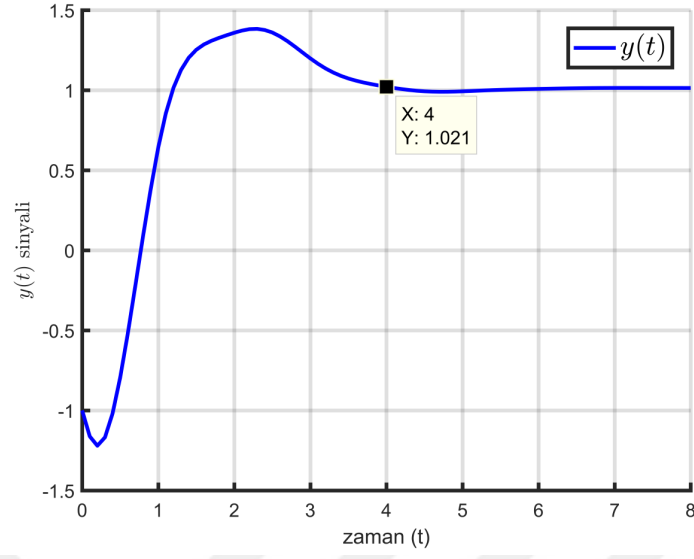
olacaktır. (5.69) ve (5.76)’daki karakteristik polinomların aynı olması gerektiğinden L kazanç vektörü

$$L = \begin{bmatrix} 37 \\ 192 \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

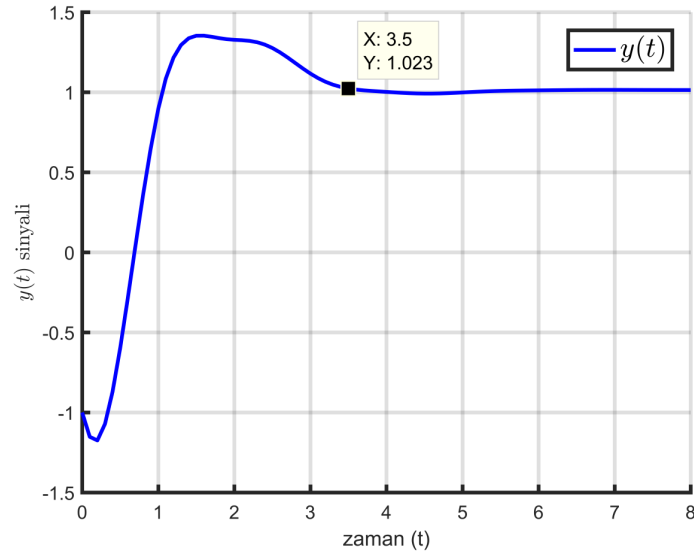
olarak hesaplanır. Şekil 5.15’de gözlemleyici hata dinamiğinin bütün kutuplarının -9’de yer aldığı durumda yapılan durum geri beslemesinde birim basamak referans işaretle sistem durumları ile çıkışın zamana göre değişimi verilmiştir.



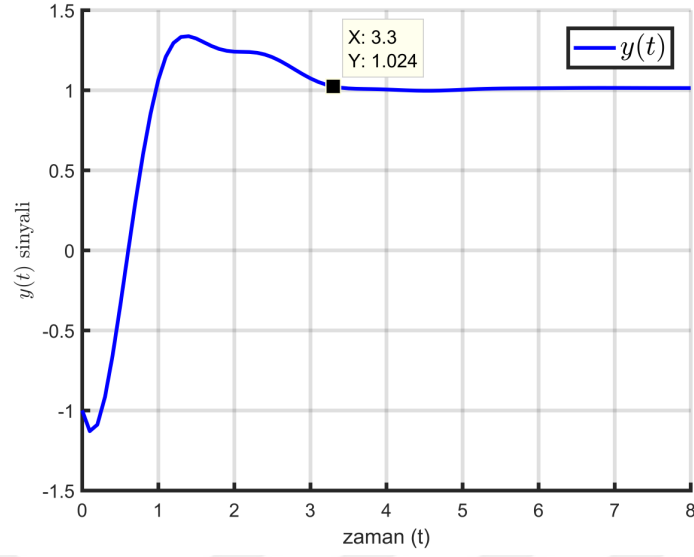
Şekil 5.12: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi



Şekil 5.13: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

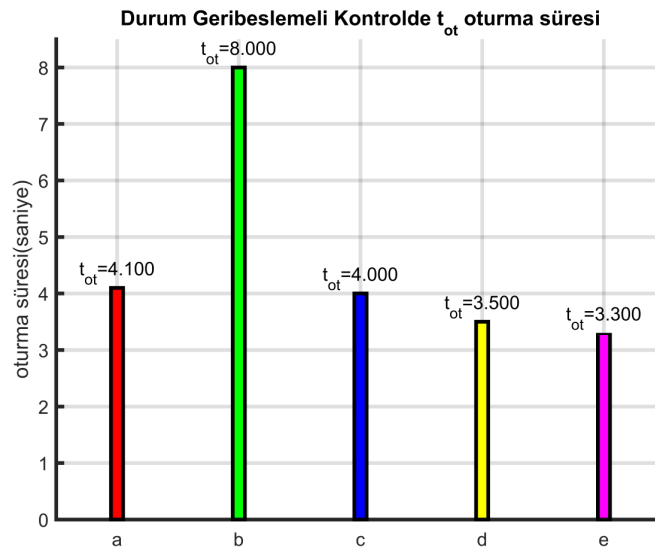


Şekil 5.14: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

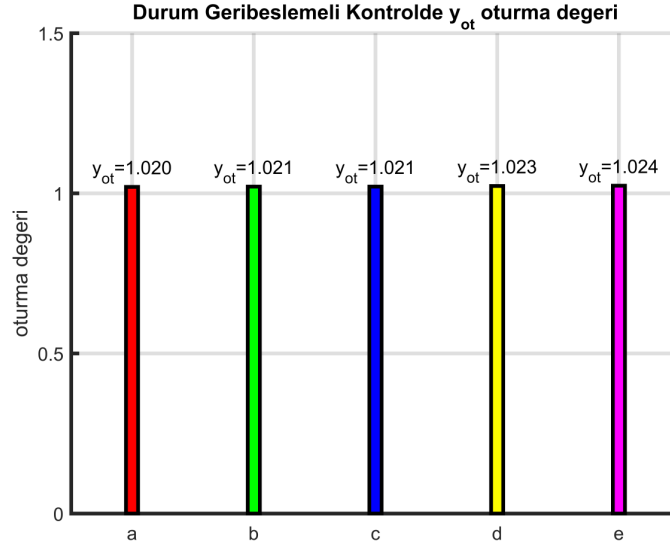


Şekil 5.15: $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durumları ile $y(t)$ çıkış işaretinin zamana göre değişimi

Şekil 5.16, Şekil 5.17, Şekil 5.18 ve Şekil 5.19'daki sütun grafiklerinde a, Şekil 5.11'deki gözlemleyicisiz durum geri beslemeli kontrol çıkışını, b Şekil 5.12'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -2$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını, c Şekil 5.13'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -3$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını, d Şekil 5.14'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -5$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını ve e Şekil 5.15'deki gözlemleyici kutupları $s_{1,2} = -9$ 'de seçilen durum geri beslemeli kontrol çıkışını temsil etmektedir.

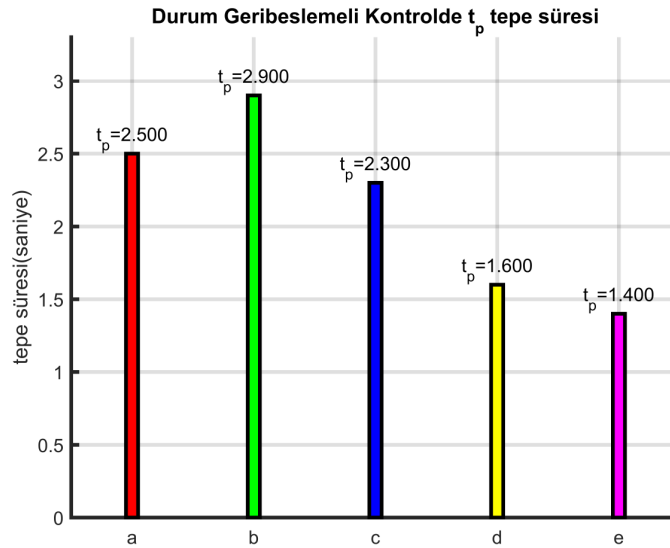


Şekil 5.16: Durum geri beslemeli kontrolde oturma sürelerinin karşılaştırılması

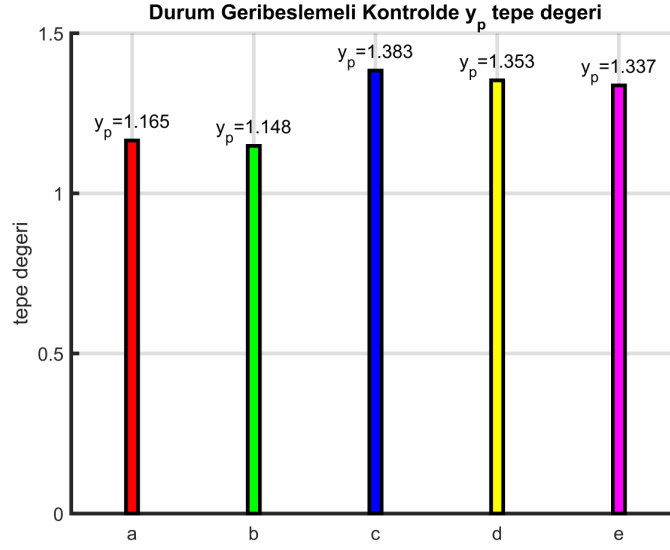


Şekil 5.17: Durum geri beslemeli kontrolde oturma değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 5.16’de a sütunu b sütununa göre daha kısa süreli oturma zamanına sahiptir. Sırasıyla c, d ve e sütunları gözlemleyici hata dinamiği hızlandığından oturma süreleri b sütununa göre daha kısadır. Kontrolör tasarımında hedeflenen oturma süresine göre Şekil 5.16’de e sütunu hariç zaman gecikmesinden kaynaklanan bir sapma mevcuttur. Şekil 5.17’de oturma süreleri b, c, d ve e sütunlarında kısılırken oturma değerleri tüm sütunlarda yakın değerlere sahiptir, fakat oturma sürelerindeki gecikmeler zaman gecikmesinden kaynaklanmaktadır.



Şekil 5.18: Durum geri beslemeli kontrolde tepe sürelerinin karşılaştırılması



Şekil 5.19: Durum geri beslemeli kontrolde tepe değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 5.18 'de oturma sürelerinde olduğu gibi tepe sürelerinde de a sütunu b sütununa göre daha kısa tepe süresine sahiptir ve sırasıyla b, c, d ve e sütunlarında gözlemleyici hata dinamiğinin kutupları hızlandığından tepe süreleri kısalmaktadır. Oturma değerlerinde olduğu gibi tepe değerlerindeki yaklaşık değerlerde olması beklenmektedir fakat bu sistem için oturma süreleri ve tepe sürelerinin kısalmasına karşılık tepe değerleri Şekil 5.19'daki gibidir. Şekil 5.16, Şekil 5.17, Şekil 5.18 ve Şekil 5.19'da da görüldüğü gibi tepe genişlikleri zaman gecikmesi olmayan sistemlere göre daha fazla olmaktadır.

5.5 Durumlarında İki Zaman Gecikmesi Olan Sistemlerde Geri Beslemeli Kontrol Tasarımında Gözlemleyici Kullanımı

Bu bölümde bütün durumları ölçülemeyen iki farklı zaman gecikmesine sahip olan sistemlerin Luenberger gözlemleyici tabanlı durum geri beslemeli kontrolünden bahsedilmiştir. Luenberger tabanlı gözlemleyici kullanılarak yapılan durum geri beslemeli kontrolde sistemin

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5.78)$$

durum uzayı denklemleri kullanılmakta ve

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= Ax(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\quad (5.79)$$

Luenberger gözlemleyici modelinden yararlanılmaktadır. Durum geri beslemeli kontrol tasarımında sistem giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - Kx(t) \quad (5.80)$$

eşitliğiyle elde edilir. Burada K geri besleme kazanç vektörü, V ise sistemin çıkış işareti $y(t)$ ile referans işaret $r(t)$ arasındaki hatayı sıfırlamaya yarayan kazanç sabiti olarak tanımlanır. Bu durumda kapalı çevrim sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + B[Vr(t) - Kx(t)] \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.81)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [A - BK]x(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.82)$$

şeklinde olacaktır. Kapalı çevrim sistemin Laplace dönüşümü alınıp doğrusallaştırıldığında ($e^{-\tau_x s} = 1 - \tau_x s$) durum vektörünün

$$\begin{aligned}X(s) &= (sI - A + BK - A_{d_1} - A_{d_2} + \tau_{1x}sA_{d_1} + \tau_{2x}sA_{d_2})^{-1}x(0) \\ &\quad + V(sI - A + BK - A_{d_1} - A_{d_2} + \tau_{1x}sA_{d_1} + \tau_{2x}sA_{d_2})^{-1}BR(s)\end{aligned}\quad (5.83)$$

Laplace bölgesi ifadesi bulunur. Durum geri beslemeli sistemin karakteristik polinomu ise

$$p(s) = \det [sI - A + BK - A_{d_1} - A_{d_2} + \tau_{1x}sA_{d_1} + \tau_{2x}sA_{d_2}] \quad (5.84)$$

olacaktır. Kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için karakteristik polinomun köklerinin sol yarı s-düzleminde olması gerekir. Luenberger tabanlı geri beslemeli kontrolörde gözlemleyicinin durumları kullanılır. Bu durumda giriş işareti $u(t)$

$$u(t) = Vr(t) - K\hat{x}(t) \quad (5.85)$$

denkleminde göre elde edilir. $u(t)$ giriş işareti (5.85) denkleminde alındığında sistemin durum denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) - BK\hat{x}(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + VBr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.86)$$

halini alacaktır. Gözlemleyicinin durum denklemleri ise

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= LCx(t) + (A - BK - LC)\hat{x}(t) + A_{d_1}\hat{x}(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}\hat{x}(t - \tau_{2x}) + VBr(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\quad (5.87)$$

şekilde olacaktır. Kontrol edilen sistemden ve gözlemleyiciden oluşan bütün sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A - BK - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{d_1} & 0 \\ 0 & A_{d_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau_{1x}) \\ \hat{x}(t - \tau_{1x}) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} A_{d_2} & 0 \\ 0 & A_{d_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau_{2x}) \\ \hat{x}(t - \tau_{2x}) \end{bmatrix} + V \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} r(t) \\ \begin{bmatrix} \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5.88)$$

şeklinde yazılır. Kapalı çevrim sistemin doğru olarak çalışabilmesi için hata fonksiyonu $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ifadesinin zaman sonsuza giderken sıfıra yakınsaması gerekir. Bu halde gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına karşılık gelebileceğini garanti edilebilir. (5.88)'daki sistemin

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)\quad (5.89)$$

şeklindeki hata dinamiği hesaplanırsa bütün sistemin hata dinamiği

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= Ax(t) - BK\hat{x}(t) + A_{d_1}x(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}x(t - \tau_{2x}) + VBr(t) - A\hat{x}(t) + BK\hat{x}(t) \\ &- A_{d_1}\hat{x}(t - \tau_{1x}) - A_{d_2}\hat{x}(t - \tau_{2x}) - VBr(t) - LC[x(t) - \hat{x}(t)]\end{aligned}\quad (5.90)$$

olarak bulunur. (5.90) ifadesi sadeleştirdiğinde sistemin hata dinamiği

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + A_{d_1}e(t - \tau_{1x}) + A_{d_2}e(t - \tau_{2x})\quad (5.91)$$

olacaktır. Hata dinamiğinin Laplace dönüşümünü alınırsa

$$sE(s) - e(0) = (A - LC)E(s) + A_{d1}e^{-\tau_{1x}s}E(s) + A_{d2}e^{-\tau_{2x}s}E(s) \quad (5.92)$$

elde edilir. $e^{-\tau_{1x}s}$ ifadesi doğrusallaştırıldığında yerine $(1 - \tau_{1x}s)$ ve $e^{-\tau_{2x}s}$ ifadesi doğrusallaştırıldığında da yerine $(1 - \tau_{2x}s)$ yazılır. Bu durumda hata fonksiyonunun Laplace ifadesi

$$E(s) = [sI - (A - LC) - A_{d1} - A_{d2} + \tau_{1x}sA_{d1} + \tau_{2x}sA_{d2}]^{-1}e(0) \quad (5.93)$$

bulunur. Gözlemleyici durumlarının sistem durumlarına yakınsayabilmesi için (5.91)'deki hata dinamiğinin asimptotik kararlı olması gerekir. Başka bir ifadeyle

$$p(s) = \det [sI - (A - LC) - A_{d1} - A_{d2} + \tau_{1x}sA_{d1} + \tau_{2x}sA_{d2}] \quad (5.94)$$

ile elde edilen hata dinamiğinin karakteristik polinomunun kökleri sol yarı s-düzleminde olmalıdır (Wang ve Luenberger, 1964).

BÖLÜM VI

SONUÇ

Zaman gecikmeli doğrusal sistemler zaman gecikmesi sebebiyle doğrusal olmayan sistemler grubuna girerler. Bu nedenle bu tür sistemlere gözlemleyici tasarlamak oldukça zordur.

Bu tez çalışmasında durumlarında zaman gecikmesi olan sistemler için Luenberger tabanlı doğrusal gözlemleyici modelleri önerilmiş, doğru çalışıp çalışmadıkları ve durum geri beslemesinde nasıl sonuç verdikleri çeşitli örneklerle MATLAB ortamında test edilmiştir. Gecikmeli zamanlı sistemlerin Laplace dönüşümünde ortaya çıkan $e^{-\tau s}$ ifadesi yerine yaklaşık terim olarak $(1 - \tau s)$ alınmış, bu şekilde zaman gecikmeli sistemler için doğrusal gözlemleyici modelleri oluşturulmuştur. Önerilen gözlemleyicinin literatüre temel katkısı zaman gecikmeli sistemlerde durumları bilinmeyen sistemlerin durumlarını daha çabuk yakalama üstünlüğü sağlamasıdır.

Sonraki çalışmada önerilen gözlemleyici modelinin ayrık zamanlı olarak uygulamaları düşünülmektedir. Daha sonraki aşamada zaman gecikmeli sistemler için doğrusal olmayan gözlemleyici modeli tasarımı planlanmakta ve durum geri beslemeli kontrol sistemlerinin daha başarılı çalışması amaçlanmaktadır.

KAYNAKLAR

Alden. M. and Trinh, H., "Estimation of linear functional states for time delay systems." **IEEE Trans , European Control Conference**, 3697-3702, 1999.

Bhat, K. P. M., and H. N. Koivo "An observer theory for time delay system", **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 266-269, 1976.

Delfour, M. C. and Mitter, S. K., "Controllability, observability and optimal feedback control of affine hereditary differential systems", **SIAM J. Control**, Vol. 10, pp. 298-328, 1972.

Fortman, T.E., and Williamson, D., "Design of loworder observers for linear feedback control laws", **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 17, pp. 301-308, 1972.

Fortman, T.E., and Williamson, D., "Design of loworder observers for linear feedback control laws", **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 17, pp. 301-308, 1972.

Leyva-Ramos, J., and Pearson, A. E., "An asymptotic modal observer for linear autonomous time lag systems." **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 40, 1291-1294, 1995.

Luenbeger, D.G., "Observers for multivariable systems", **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 11, pp. 190-197, 1966.

Luenbeger, D.G., "An introduction to observers", **IEEE Trans.Automat.Contr.**, 16, pp. 596-602, 1971.

Malek, M. and Zavarei, "Observability of linear systems with multiple delays," **Proc.IEEE conference on Decision and Control**, pp. 1273-1275, Orlando, Florida 1982.

Nise N, S., Control System Engineering, 0-13-615673-8, **New Jersey**, pp. 3-15, 2011.

Ogata, K., Modern Kontrol Engineering, 978-0470-54756-4, **United States**, pp. 2-20, 2010.

Pearson, A.E., and Fiagbedzi, Y. A., "An observer for time lag systems". **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 34, 775-777, 1989.

Salamon, D., "Observers and Duality Between Observation and State Feedback for Time Delay Systems", **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 1187-1192, 1980.

Wang, L and Luenberger, D. G. , "Observing the state of a linear system, " **IEEE Trans. Mil.Electron.MIL-8**,pp.74-80, Apr. 1964.

Yi, S., Nelson, P. W., and Ulsoy, A. G., " Eigenvalue assignment via the Lambert W function for control for time-delay systems." **Journal of Vibration and Control** (inpress,invited paper), 2009.



EKLER

```

%% zaman gecikmeli sistemlerde Luenberger gözlemleyicisi tasarımı
function delay_Luenberger
global A Ad B C C_L tau
A=[-1 -1 -2; 1 -2 1; 2 3 -3];
Ad=[0 0 3; 0 0 1; 0 0 2];
B=[1;1;1];
C=[1 1 1];
C_=[1 0 0;0 1 0];
tau=[2 2 2 2 2 2 2];
syms l1 l2 l3 s
L=[l1;l2;l3];
t=0:0.0001:4;
sol=det(s*((eye(3,3)+Ad*tau(1)))-(A-L*C+Ad));
coeff=coeffs(sol,s);
coeff=coeff./coeff(end)
coeff_=coeffs((s+1)*(s+1)*(s+1),s);
problem=coeff_==coeff;
sol=solve(problem);
l1=double(sol.l1);l2=double(sol.l2);l3=double(sol.l3);
L=[l1;l2;l3];
sol = dde23(@ddex1de,tau,@ddex1hist,[t(1), t(end)]);
x = deval(sol,t);
x1=x(1,:);x2=x(2,:);
x3=x(3,:);x1_=x(4,:);
x2_=x(5,:);x3_=x(6,:);
x1__=x(7,:);
y=C_*[x1;x2;x3];
y_=C_*[x1_;x2_;x3_];
figure;
hold on;
plot(t,x3,'k-')
grid on;
x1__=x1__+[0.8 -0.4]*y;
plot(t,x3_,'r-')
plot(t,x1__,'g-')
hold off;
function s = ddex1hist(t)
s = [10;20;30;0;0;0;0];
function dxdt = ddex1de(t,x,Z)
global A Ad B C L
xlag1 = Z(:,1);
xlag2 = Z(:,2);xlag3 = Z(:,3);
xlag4 = Z(:,4);xlag5 = Z(:,5);
xlag6 = Z(:,6);xlag7 = Z(:,7);
dxdt=[0;0;0;0;0;0];
dxdt=[A zeros(3,3) zeros(3,1);L*C A-L*C zeros(3,1);...
2.4 3.4 zeros(1,4) -1]*x+[Ad zeros(3,3) zeros(3,1);...
Ad zeros(3,3) zeros(3,1);zeros(1,7)]*...
[xlag1(1);xlag2(2);xlag3(3);xlag4(4);xlag5(5);xlag6(6);xlag7(7)]+...
[B;B;0.6]*(2+t+sin(7*t));

```

ÖZ GEÇMİŞ

Bayram Melih YILMAZ 16.08.1986 tarihinde Ankara'da doğdu. ilkokul, ortaokul ve lise eğitimini Ankara'da tamamladı. 2009 yılında Niğde üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümüne başladı. 2014 yılında lisans eğitimini tamamlayıp, Niğde üniversitesi fen bilimleri enstitüsünde yüksek lisans eğitimine başladı. 2015'de Niğde üniversitesi Bilgisayar mühendisliğine araştırma görevlisi olarak atandı. Hala görevine ve yüksek lisans eğitimine devam etmektedir. Zaman gecikmeli sistemlerde gözlemleyiciler konusu hakkında çalışmalar yapmaktadır.