



T.C.  
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ENGEBELİ ARAYÜZEYE SAHİP TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ  
CİSİMLERİN GÖRÜNTÜLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TÜLÜN DURUKAN

Haziran 2018



T.C.  
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ENGEBELİ ARAYÜZEYE SAHİP TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ  
CİSİMLERİN GÖRÜNTÜLENMESİ

TÜLÜN DURUKAN

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU

Haziran 2018

**Tülün DURUKAN** tarafından **Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU** danışmanlığında hazırlanan “**ENGEBELİ ARAYÜZEYE SAHİP TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ CİSİMLERİN GÖRÜNTÜLENMESİ**” adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Elektrik-Elektronik Mühendisliği** Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

  
Başkan : Prof. Dr. Adnan GÖRÜR, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

  
Üye : Prof. Dr. Ömer Galip SARAÇOĞLU, Erciyes Üniversitesi

  
Üye : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

**ONAY:**

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından ....../...../20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun ....../...../20.... tarih ve ..... sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

...../...../20...

**Doç. Dr. Murat BARUT**  
**MÜDÜR V.**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.



Tülün DURUKAN

## ÖZET

### ENGEBELİ ARAYÜZEYE SAHİP TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ CİSİMLERİN GÖRÜNTÜLENMESİ

DURUKAN, Tülün

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU

Haziran 2018, 74 sayfa

Bu tez çalışmasında engebeli ara yüzeye sahip tabakalı bir ortama gömülü cismin kompleks dielektrik sabitinin, cisim dışında yapılan saçılan alan ölçümlerinden belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu tür bir problem, bir elektromanyetik ters saçılma problemidir. Ters saçılma problemlerinin kötü-kurulmuş olması ve nonlineer olması bu problemlere basit ve tam doğru çözümler bulmayı neredeyse imkansız hale getirmektedir. Saçıcının tabakalı bir ortama gömülü olduğu daha karmaşık problemlerde, saçıcının yanına yaklaşamayacağından ölçümler ancak saçıcının bulunmadığı üst-uzaydan alınabilmektedir. Böyle bir senaryoda, geometri üst-uzaydan bir elektromanyetik dalga kaynağı ile aydınlatılmakta, saçılan alan ölçümleri de ancak yine bu üst-uzayda yapılabilmektedir. Dolayısıyla, gömülü cismi tespit etmek için elimizde bulunan saçılan alan verisi eksik kalmaktadır. Bu da çözümün gerçek değere yakınsamasını daha da güçleştirmektedir. Çalışmada engebeli ara yüzeye sahip iki ve üç tabakalı ortamlara gömülü cisimlerin, şeklinin yerinin ve dielektrik özelliklerinin tespiti için BIM, DBIM ve VBIM yöntemleri hem geriçatma (reconstruction) sonuçları hem de performans bakımından karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler, her bir iterasyon adımında düz saçılma probleminin çözümünü gerektirdiğinden bu çalışma da düz saçılma problemin çözümüne de yer verilmiştir. Ele alınan problemde tabakalı ortamları ayıran ara yüzeyin düzgün olmaması yani engebeli olması ise hem matematiksel hem de sayısal bakımdan probleme ilave zorluklar getirmektedir.

*Anahtar Sözcükler: saçılma, düz problem, ters problem, BIM, DBIM, VBIM*

## SUMMARY

### IMAGINING OF OBJECTS BURIED UNDER STRATIFIED MEDIA WITH ROUGH INTERFACES

DURUKAN, Tülün

Niğde Ömer Halisdemir University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor : Associate Professor Dr. Yasemin ALTUNCU

June 2018, 74 pages

In this thesis study, it is aimed to determine the complex dielectric constant of an object buried in to a stratified media with rough interface from scattered field measurements made outside the body. Such a problem is an electromagnetic inverse scattering problem. To find simple and precise solutions is almost impossible since bad design and nonlinear of inverse scattering problems. The scatterer is buried in the layered medium, to perform measurement can be upper layer because of the scatterer is not accessible. In that situation we produce electromagnetic field in upper layer and measurement can be perform in same layer. Therefore, the available scattered field datas for detecting the buried object is insufficient. This further complicates the convergence of the real value of the solution. In this thesis, Born Iterative Method (BIM), Distorted Born Iterative Method (DBIM) and Variational Born Iterative Method (VBIM) mentioned for the determination of the location and dielectric properties of the bodies embedded in two-layered and three-layered media with rough interfaces has been tried and the methods have been compared both in terms of reconstruction results and performance. These methods are necessary to solve the problem of direct scattering in each iteration step. Therefore, this scattering is in the solution of the problem. The rough layered medium give rise to both mathematical and numerical challenges.

*Keywords: scattering, forward problem, inverse problem, BIM, DBIM, VBIM*

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışması boyunca bilgi ve tecrübesi ile yönlendirerek gerek teknik bilgi gerekse de ilgili kaynaklara ulaşma konusunda destek ve yardımlarını esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak maddi ve manevi olarak her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	iv
SUMMARY .....	v
ÖNSÖZ .....	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ .....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	ix
SİMGE VE KISALTMALAR .....	xii
BÖLÜM I GİRİŞ .....	1
BÖLÜM II DÜZ SAÇILMA PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ .....	6
2.1 Saçılan Alan Dalga Denklemi .....	7
2.2 Saçılan Alan İntegral Denklemi .....	10
2.3 Tabakalı Ortamlara Gömülü Cisimden Saçılma Problemi .....	12
2.3.1 İki parçalı uzaya gömülü cisimden saçılma problemi .....	13
2.3.2 Üç-parçalı uzaya gömülü cisimden saçılma problemi .....	14
2.4 Green Fonksiyonları .....	17
2.4.1 Homojen uzay Green fonksiyonu .....	17
2.4.2 İki-parçalı uzayın Green fonksiyonu .....	20
2.4.3 Üç-parçalı uzayın Green fonksiyonu .....	23
2.5 Düzgün Olmayan Yüzeyler için Gömülü Cisim Yaklaşımı (Buried Object Aproximation-BOA) .....	31
2.6 Saçılan Alan İntegral Denkleminin Sayısal Çözümü - Moment Yöntemi (MoM) ...	33
BÖLÜM III TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ .....	37
3.1 Genel Bir Ters Saçılma Problemi .....	37
3.2 Born İteratif Yöntemi .....	41
3.3 Distorted Born İteratif Yöntemi .....	43

3.4 Variational Born Iteratif Yöntemi.....	45
BÖLÜM IV SAYISAL SONUÇLAR .....	48
BÖLÜM V SONUÇ.....	66
KAYNAKLAR .....	68
ÖZGEÇMİŞ .....	74



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Bilinen bir cisim veya ortamın düz problem ile gösterimi .....	6
Şekil 2.2. Problemin geometrisi .....	7
Şekil 2.3. İki parçalı uzay geometrisi cismin yeri.....	13
Şekil 2.4. Üç parçalı uzay geometrisi .....	15
Şekil 2.5. Üç parçalı uzayda kaynak üst-uzayda bulunurken .....	24
Şekil 2.6. Üç parçalı uzayda kaynak orta uzayda .....	27
Şekil 2.7. Üç parçalı uzayda kaynak alt katmanda .....	29
Şekil 2.8. Düzgün olmayan üç parçalı uzay geometrisi.....	32
Şekil 2.9. MoM ile sayısallaştırma, $N$ tane hücre sayısı.....	34
Şekil 3.1. Bilinmeyen bir cisim veya ortamın düz problem ile gösterimi.....	37
Şekil 3.2. Problemin geometrisi.....	38
Şekil 4.1. $f = 100MHz$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan $\epsilon r1 = 1.7$ olan cismin görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Born yaklaşıklığı ile görüntülenen dielektrik sabiti (b), BIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (c), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (d), VBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (e).....	49
Şekil 4.2. $f = 100MHz$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan $\sigma 1 = 2 \times 10^{-6}$ olan cismin görüntüleme sonuçları, İletkenliğinin orijinal profili (a), Born yaklaşıklığı ile görüntülenen iletkenlik (b), BIM ile görüntülenen iletkenlik (c), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (d), VBIM ile görüntülenen iletkenlik (e)	50
Şekil 4.3. $f = 300MHz$ 'de boş uzayda bulunan $\epsilon r1 = 1.3$ ve $\sigma 1 = 5 \times 10^{-6} S/m$ olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profil (c), Görüntülenen iletkenlik (d) .....	51
Şekil 4.4. $f = 300MHz$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan $\epsilon r1 = 2.3$ ve $\sigma 1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları,	

Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profil (c), Görüntülenen iletkenlik (d) .....	53
Şekil 4.5. $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan $\epsilon r1 = 2.3$ ve $\sigma1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d) .....	54
Şekil 4.6. $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı uzayda üçüncü tabakada bulunan $\epsilon r1 = 2.3$ ve $\sigma1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d).....	55
Şekil 4.7. $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı engelibeli uzayda ikinci tabakada bulunan $\epsilon r1 = 2.5$ ve $\sigma1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d).....	56
Şekil 4.8. $f = 300MHz$ 'de $\epsilon r1 = 1.4$ olan cismin görüntüleme sonuçları, Orijinal profili (a), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (b),VBIM yöntemi ile görüntülenen dielektrik sabiti (c).....	57
Şekil 4.9. $f = 300MHz$ 'de $\sigma1 = 1 \times 10^{-7}$ olan cismin görüntüleme sonuçları, Orijinal profil (a), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (b),VBIM yöntemi ile görüntülenen iletkenlik (c) .....	58
Şekil 4.10. $f = 300MHz$ 'de $\epsilon r1 = 1.4$ olan cismin görüntüleme sonuçları, Orijinal profili (a), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (b), VBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (c).....	58
Şekil 4.11. $f = 300MHz$ 'de $\sigma1 = 1 \times 10^{-7}$ olan cismin görüntüleme sonuçları, Orijinal profil (a), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (b), VBIM ile görüntülenen iletkenlik (c) .....	59
Şekil 4.12. $f = 300MHz$ 'de $\epsilon r1 = 1.5$ olan cismin VBIM ile görüntülenen dielektrik sabitinin görüntüleme sonuçları, Orijinal profili (a), Regülerizasyon parametresi $\alpha = 1 \times 10^{-5}$ (b), Regülerizasyon parametresi $\alpha = 1 \times 10^{-11}$ (c).....	60

- Şekil 4.13.  $f = 300MHz$ 'de  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenene iletkenlik sonuçları, Orijinal profili (a), Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  (b), Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  (c).....61
- Şekil 4.14.  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon r_1 = 1.5$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenene dielektrik sabiti bağıl hata oranı, Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  (a), Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  (b).....61
- Şekil 4.15.  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon r_1 = 1.5$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenene dielektrik sabiti bağıl hata oranı .....62
- Şekil 4.16.  $f = 270MHz - 330MHz$ 'de iki-parçalı engebeli uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon r_1 = 1.6$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenene dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenene iletkenlik (d) .....63
- Şekil 4.17.  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı engebeli uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon r_1 = 2$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, engebeli yüzeyin ve cismin konumu (a), Dielektrik sabitinin orijinal profili (b), Görüntülenene dielektrik sabiti (c), iletkenliğin orijinal profil (d), görüntülenene iletkenlik (e) .....64
- Şekil 4.18.  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı engebeli uzayda üçüncü tabakada bulunan  $\epsilon r_1 = 2$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, engebeli yüzeyin ve cismin konumu (a), dielektrik sabitinin orijinal profili (b), görüntülenene dielektrik sabiti (c), iletkenliğin orijinal profil (d), görüntülenene iletkenlik (e) .....65

## SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
$u$	Alan (Elektrik alan çözümleri)
$u_i$	Gelen dalga
$u_s$	Saçılan dalga
$E$	Elektrik alan (V/m)
$k$	Kompleks dalga sayısı
$w$	Açısal frekans (rad/sn)
$\mu$	Ortamin manyetik geçirgenliği (H/m) (Permiabilite)
$\mu_r$	Bağıl manyetik geçirgenlik sabiti
$\varepsilon$	Ortamin elektrik geçirgenliği (F/m) (Permitivite )
$\varepsilon_r$	Bağıl elektriksel geçirgenlik sabiti
$\sigma$	İletkenlik (S/m)
$J$	Akım yoğunluğu
$V$	Elektriksel potansiyel
$\rho$	Yük yoğunluğu
$t$	Zaman
$v$	Cisim fonksiyonu
$c$	Işık hızı (m/s)
$\lambda$	Dalga boyu (m)
$J_n$	n.dereceden Bessel Fonksiyonu
$H_n^{(1)}$	n.dereceden 1.tip Hankel Fonksiyonu
$H_n^{(2)}$	n.dereceden 2.tip Hankel Fonksiyonu
$G(x, y)$	Uzaysal Green fonksiyonu
$\hat{G}(x, y)$	Spektral Green fonksiyonu

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
2B	2 Boyutlu
3B	3 Boyutlu
MoM	Moment Methodu (Method of Moments)
PEC	Mükemmel İletkenlik (Perfect Electric Conducting)
RC	Radyasyon Koşulu (Radiation Condition)
TM	Enine Manyetik (Transverse Magnetic)
BİM	Born İteratif Yöntemi
DBİM	Distorted Born İteratif Yöntemi
VBİM	Varyasyonel Born İteratif Yöntemi
CSI	Contrast Source İnversiyon

# BÖLÜM I

## GİRİŞ

Bir ters saçılma probleminde amaç, bir saçıcı cismin özelliklerini, saçıcının dışından yapılan saçılan alan ölçümlerinden tahmin etmektir. Bu saçıcı cisim homojen bir uzayda bulunacağı gibi, yanına yaklaşılacak şekilde tabakalı bir ortamda gömülü de olabilir. Bu problemler, medikal görüntüleme, hedef tanımlama, tahribatsız muayene, uzaktan algılama, jeofizik ve atmosferik araştırmalar gibi gerçek hayatta pek çok uygulama alanına sahip olduğundan farklı disiplinlerden çok sayıda araştırmacının ilgisini çekmiş bu konuda önemli çalışmalar yapılmıştır. Bu uygulamalara örnek olarak, yer altındaki madenlerin, su kaynaklarının, fayların tespit edilmesi gibi jeofizik uygulamalar, kara ve deniz mayınların tespiti ve duvar arkası görüntüleme gibi askeri uygulamalar, insan vücudunun iç dokusundaki tümör ve farklı oluşumların görüntülenmesi gibi medikal uygulamalar verilebilir. Ters problemler kötü-kurulmuş (ill-posed) problemlerdir. Bir problemin iyi-kurulmuş (well-posed) ya da kötü kurulmuş olması Jacques Hadamard'ın tanımlamasına göre tayin edilir. Hadamard'a göre bir fiziksel problemin matematiksel modeli eğer ki,

1. çözümün var olması
2. çözümün tek olması
3. çözümün davranışının başlangıç koşulları ile sürekli biçimde değişmesi

koşullarını sağlıyorsa iyi-kurulmuştur. Bu şartlardan herhangi biri sağlanmıyorsa problem kötü-kurulmuş olarak adlandırılır. Ne yazık ki, bir ters saçılma probleminin çözümü doğası gereği tek değildir. Dolayısıyla problemin bir çözümü, ters saçılma problemlerinin mümkün pek çok farklı çözümü arasından seçilmelidir. Ters saçılma problemlerinin diğer bir zorluğu da, saçılan alanın saçıcı objeye doğrusal olmayan bir şekilde (nonlinear) bağlı olmasıdır. Bu nonlinear ilişki ters saçılma problemleri için kapalı formda bir çözüm bulunmasını daha da zor bir hale getirmektedir. Bununla birlikte belli şartlar altında problem lineerleştirilebilir. Bu şartlara Born ve Rytov yaklaşımı şartları örnek olarak verilebilir. Yine yüksek frekanslarda geçerli olan ray-optik yaklaşımı ile problemi de lineerleştirmek mümkündür (Chew,1999). X-ışını bilgisayarlı tomografi (Computed Tomography - CT), bu yaklaşımın pratik bir örneğidir, burada

görüntüleme büyük bir başarı ile geri yansıtma (back projection) algoritması kullanılarak gerçekleştirilir (Kalender, 2006). Düşük frekanslarda, ray-optik yaklaşımı uygulanamaz ve kırılma etkisi göz ardı edilemez. Bu tür problemlere bazı çözümler uygulanır, bu çözüm problemi lineerleştirmek için Born yaklaşımı ve Rytov yaklaşım modelini kullanır (Keller, 1969). Bu lineer yaklaşımların her ikisi de, saçıcıların ve arka plan arasındaki kontrastın küçük olmasını gerektirir. Born yaklaşımı düşük frekanslarda daha uygundur ve Rytov yaklaşımı da daha yüksek frekanslarda uygundur. Born yaklaşımı gelen alan ile toplam alana yaklaşmak için kullanıldığı yer Born iteratif yöntemidir (Moghaddam ve Chew, 1993; Li vd.,2004).

Distorted Born Iteratif (DBIM) yöntemi, 1990 yılında Chew ve Wang tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde iki boyutlu lineer olmayan ters saçılma problemini çözmek için kullanılmıştır. Bu algoritmanın amacı Born ve Rytov yaklaşımları yetersiz kaldığında iki boyutlu görüntüleme problemlerini çözmek için başka bir genel yöntem sağlamıştır (Chew ve Wang, 1990). 1994 yılında Chew ve Liu indüksiyon alet ölçümlerinin ters problemlerini çözmek için well-logging uygulamasında DBIM yöntemini kullanmışlardır (Chew ve Liu, 1994). Indüksiyon alet ölçümleri well-logging uygulamalarında bir düşük-frekans ölçüm tekniğidir. Haddadin ve Ebbini, 1998 yılında saçılan alanı görüntülemek için çoklu frekans kullanmışlardır. Ayrıca bu çoklu frekans yaklaşımında, düşük frekanslı bir DBIM tabanlı çözüm, algoritmayı daha yüksek frekanslarda başlatmak için kullanılır. Düşük frekans, algoritmanın, gerçek seviyeye yakın bir kontrast seviyesine yakınsamasına izin verir (Haddadin ve Ebbini, 1998). 2001 yılında Cui ve arkadaşları, DBIM yöntemini kullanarak kayıplı bir zemine gömülü iki boyutlu dielektrik cisimlerin hem iletkenliğini hem de dielektrik sabitini yeniden oluşturan bir ters saçılma algoritması geliştirmişlerdir (Cui vd., 2001). 2004 yılında tabakalı ortamda bulunan üç boyutlu gömülü cisimleri yeniden oluşturmak için DBIM yöntemini kullanmışlardır (Li vd, 2004). 2009 yılında üç boyutlu hacimlerin yeniden oluşturulması Lavarello ve Oelze tarafından sunulmuştur. Ayrıca, hem iki boyutlu DBIM hem de üç boyutlu DBIM kullanılarak üç boyutlu görüntüleme ile ilgili önemli sonuçlar elde edilmiştir (Lavarello ve Oelze, 2009). 2015 yılında Gao ve arkadaşları mikrodalga göğüs görüntüleme için DBIM yöntemini araştırdılar. DBIM yöntemi iteratif bir yöntemdir. Böylece göğüsün dielektrik özelliklerinin ilk tahminini gerektirir. DBIM yönteminin yakınsama hızını ve görüntüleme doğruluğunun hassasiyetini incelediler (Gao vd., 2015).

Bir nonlinear problemin çözümünde izlenecek genel yol, problemi iteratif olarak çözmektir. Burada, belirli parametreler iteratif olarak değiştirilerek denklemin yakınsaması ve hata hesabı yapılarak bunun küçültülmesi hedeflenir. Kimi zaman bu uzun işlem süreleri gerektirmektedir. İkinci bir yöntem olarak, lineer olmayan problemleri regülarizasyon parametreleri eklenerek sonuca ulaşılmaya çalışılmasıdır. Bu yöntem ile hızlı çözüm elde edilebilmektedir.

Elektromanyetik ters saçılma problemleri, niteliksel ve niceliksel olarak iki gruba ayrılır: Niceliksel yöntemler, arasında yaygın olarak kullanılan Born Yaklaşıklığı, Born Iteratif Yöntemi (BIM), Distorted Born Iteratif Yöntemi, Contrast Source Inversion (CSI) gibi teknikler örnek verilebilir. Bu yöntemler, cisim fonksiyonuna ulaşabilmek için iteratif adımlar gerçekleştirerek bir ya da birden fazla değişkeni veya parametreyi her iterasyonda yenileyerek gerçek değerlere yakınsamaya çalışırlar (Çağlayan, 2016).

Niteliksel yöntemler ise çoğunlukla teorik ve matematiksel bir altyapıya sahip olmalarından dolayı karmaşık bir yapıya sahiptirler. Elde ettikleri sonuçlar bakımından niceliksel yöntemlere göre daha kısıtlıdır. Niteliksel yöntemler, arasında yaygın olarak kullanılan Doğrusal Örnekleme Yöntemi (Linear Sampling Method), Faktörizasyon Yöntemi (Factorization Method), Tekil Kaynaklar Yöntemi (Singular Sources Method) gibi teknikler örnek verilebilir. Örneğin, Doğrusal Örnekleme Yöntemi uzak alan (far-field) verisini kullanarak bir yoğunluk fonksiyonu oluşturur ve bu fonksiyonun sadece saçıcı bir cismin içerisinde çözülebilir olduğunu ispatlar. Bu yöntem Born yaklaşımına bağlı değildir, bu yüzden yüksek kontrastlı nesnelere görüntülerken daha iyi performans gösterir. Bu yöntemin dezavantajı, saçıcının elektriksel özelliklerini belirleyememesidir. Faktörizasyon Yöntemi ise benzer bir yoğunluk fonksiyonu yardımıyla saçıcı cismin mevcut olup olmadığını belirler (Çağlayan, 2016).

Bir ters problem, örneğin bir operatör  $A$  tarafından kontrol edilen bir denklemin çözülmesi problemi olarak formüle edilebilir. Kötü kurulmuş problem bize ters  $A$  operatörünün tersinin mevcut olmadığını veya sürekli olmadığını söyler. Bunun çözümü regülarizasyondur. Tikhonov regülarizasyon yöntemi (Kirsch, 1996; Colton ve Kress, 1998; Wang ve Chew, 1989; Chew ve Wang, 1990; Moghaddam vd., 1991; Vauhkonen vd., 1998), conjugate gradient yöntemi, çarpımsal regülarizasyon şeması (multiplicative regularization scheme) (Abubakar vd., 2002; Abubakar ve Berg, 2001; Berg vd., 1999),

tekil değer ayrışımı (singular value decomposition) (Lakhal ve Louis, 2008), gibi belirli bir düzenleyici programın uygulanmasıyla bir ölçüde bu eşitlikler rahatlatılabilmesine rağmen tamamen bu kararsızlık ortadan kaldırılamaz. Ters saçılma probleminin kolay bir çözümünün bir başka engeli, saçılan alan ve saçıcıların bağlı dielektrik sabiti arasındaki doğrusal olmayan ilişkidir (Colton ve Kress,1998; Chew,1995). Çözümü bulmadaki zorluğu zorlaştıran lineersizliğin üstesinden gelmek için yaklaşık inversiyon yöntemleri sunulmuş ve birçok pratik uygulama bulunmuştur. Bu yaklaşık yöntemlerde, saçılan alan saçıcıların lineer fonksiyonu ile yaklaşık olarak tahmin edilir ve sonuç olarak ters problemi özellikle basitleştirilir.

Born yaklaşımı, tam dalgalı bir yöntem olan distorted born iteratif yöntemde de kullanılır. Ayrıca BIM ve DBIM lineer yöntemler kategorisine ait değildir. BIM ve DBIM arasındaki fark, DBIM de kullanılan Green fonksiyonu her iterasyonda güncellenir, ancak BIM'de böyle değildir. Bu fark, DBIM'in daha düşük hata tahmini ile daha hızlı yakınsamasına neden olur. Fakat BIM daha kabadır. BIM ve DBIM'in dezavantajı, pratik uygulamalar için hesaplama süresinin uzun olması ve iterasyonun her adımında düz problemin çözümünü gerektirmesidir.

Kaynak tipi integral denklemi (STIE) gibi lineer olmayan saçılma modeli çerçevesinde, bazı araştırmacılar lineer olmayan bir işlevselliğin minimize edildiği bir optimizasyon problemi olarak bir ters saçılma problemini başarılı bir şekilde gerçekleştirmiştir. Bunlardan biri modified gradient yöntemidir (Kleinman ve Berg, 1992).

Bu yöntemde lineer olmayan ilişki korunur ve kontrast ve alan aynı anda güncellenerek hem alan denklemi hem de veri denklemindeki hatalar en aza indirgenir. Contrast Source Inversiyon yöntemi (Berg vd., 1999; Berg ve Kleinman, 1997; Abubakar ve Berg, 2002; Abubakar vd., 2005) modifiye edilmiş gradyan yönteminden esinlenmiştir. Fakat kontrast kaynağı inversiyonu (CSI) yöntemi, kontrast kaynakları (indüklenen akım) ve kontrastı her bir iterasyon adımında güncellenmektedir. CSI yönteminin, hesaplama hızı ve hafıza gereksinimi ve bir ön bilgi edinmeye hazır olma açısından modifiye edilmiş gradyan yönteminden daha üstün olduğu bildirilmiştir (Berg vd., 1999; Berg ve Kleinman, 1997; Abubakar ve Berg, 2002; Abubakar vd., 2005).

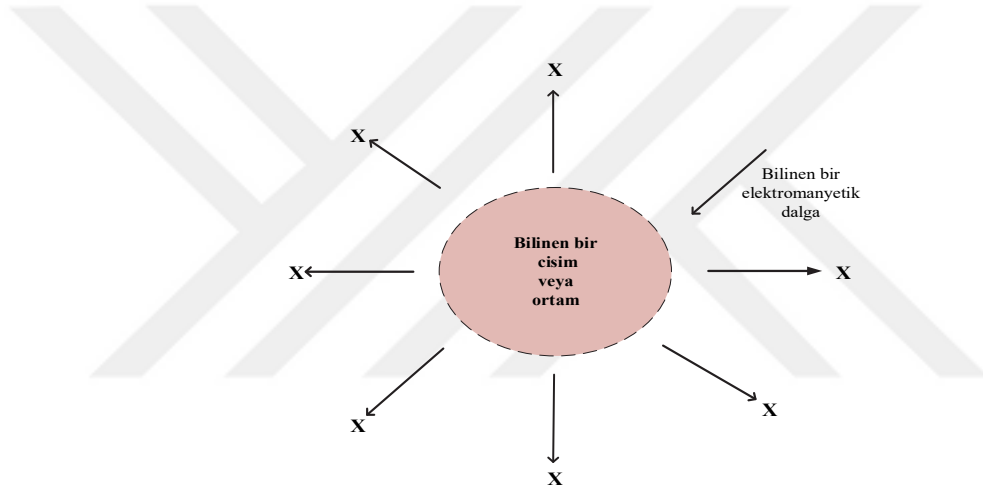
Son zamanlarda ters saçılma probleminin en önemli uygulama alanı mikrodalga tomografisidir Göğüs kanseri inceleme buna örnek olarak verilebilir. Mikrodalga görüntüleme, mikrodalga frekanslarda hastalıklı tümörün manyetik dalgaya verdiği tepki ile normal yapının verdiği tepkinin incelenmesine dayanan bir uygulamadır (Helhel, vd., 2017; Fear, vd.,2002; Kurrant, vd.,2008;Nilavan, vd.,2007; Shannon,2003; Bourqui, vd.,2007).

Bu tez çalışmasında düzgün olmayan ara yüzeye sahip iki tabakalı ve üç tabakalı ortamlara gömülü cisimlerin görüntülenmesinde BIM, DBIM ve VBIM yöntemlerinin performansları birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Literatürde bu konuda yapılan çalışmalarda çoğunlukla tabakalar arası ara yüzey düzlem olarak kabul edildiği için bu çalışmanın farkı ve katkısı hem ara yüzeyi düzlem olmayan tabakaları ele alması hem de farklı yöntemleri kullanarak bunları karşılaştırmasıdır.

## BÖLÜM II

### DÜZ SAÇILMA PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Elektromanyetik dalga kaynağının özellikleri, cismin ve içinde bulunduğu ortamın geometrik özellikleri ve elektromanyetik parametreleri bilinerek uzayın herhangi bir noktasındaki saçılan alanın hesaplanması problemi elektromanyetik düz saçılma problemidir. Başka bir ifadeyle, düz saçılma problemi bilinen bir uyarma kaynağından yayılan dalga yayılımına bilinen bir saçıcı cismin etkisini inceler. Düz saçılma probleminin tek (unique) bir çözümü bulunmaktadır. Bu tip problemler iyi-kurulmuş (well-posed) problem olarak adlandırılır (Ishimaru,1991).



**Şekil 2.1.** Bilinen bir cisim veya ortamın düz problem ile gösterimi

Bir düz saçılma probleminde tipik olarak Şekil 2.1’de görüldüğü gibi bilinen bir kaynak vasıtası ile uyarılan bir elektromanyetik dalga özellikleri bilinen herhangi bir cisme/cisimlere çarpar ve o cisim/cisimlerden saçılarak alıcı kaynaklar tarafından toplanan bilgiler incelenir. Bu problemler bir, iki, üç boyutlu olarak incelenebilir.

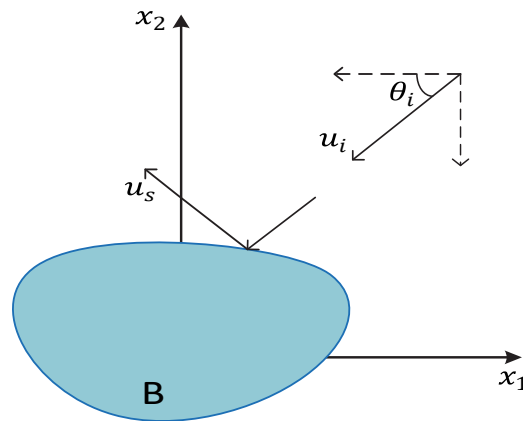
Düz saçılma problemlerinde saçıcı cismin geometrik ve elektromanyetik parametrelerine göre bazı özel durumlarda analitik çözüm mevcuttur. Dairesel silindirik ve küre biçimli mükemmel iletken cisim buna örnek olarak verilebilir (Harrington, 1961). Cisim farklı geometrik şekillere sahip olduğu durumlarda analitik çözümler bulmak mümkün olmadığından, saçılan alanın hesabı için sayısal yöntemler kullanılmak zorundadır. Bunlar arasında, moment yöntemi (MoM) tabanlı integral denklem yöntemi, sonlu

elemanlar yöntemi, sonlu farklar yöntemi gibi sayısal yöntemler sayılabilir (Sadiku,1992; Umashankar ve Taflove, 1993).

Yapılan tez çalışmasının amacı, düzgün olmayan ara yüzeye sahip tabakalı ortamlara gömülü cisimlerin konumunun, geometrisinin ve elektriksel parametrelerinin uzaktan yapılan ölçümler ile belirlenmesidir. Her ne kadar sözü edilen problem ters saçılma problemi olsa da hem ters saçılma problemlerinin doğasını daha iyi anlayabilmek hem de çoğu ters problem algoritması düz saçılma probleminin de çözümünü gerektirdiğinden düz saçılma problemlerini ve bunların çözüm yöntemlerini anlamak son derece büyük önem taşımaktadır. Bu sebeple bu bölüm, düz saçılma probleminin çözüm yönteminin anlatılmasına ayrılmıştır. Anlatılacak olan yöntem, saçılan alan için yazılan bir integral denkleminin sayısal olarak çözülmesi esasına dayanmaktadır. Anlatım kolaylığı ve anlaşılabilirlik adına, ilk olarak homojen bir uzaya yerleştirilmiş bir cisimden saçılma problemi ele alınmıştır. Devamında ise yöntem, herhangi bir ortama gömülü cisimler için genişletilmiştir.

## 2.1 Saçılan Alan Dalga Denklemi

Ele alınan problemin geometrisi Şekil 2.2 deki gibidir. Burada en genel halde homojen olmayan yani dielektrik sabiti  $\epsilon(\mathbf{x})$  ve iletkenliği  $\sigma(\mathbf{x})$ , noktadan noktaya değişebilen ve  $B$  ile gösterilen bir cisim, dielektrik sabiti  $\epsilon_b$  olan homojen ve iletken olmayan bir uzayda kartezyen koordinat sisteminin orijinine yerleştirilmiştir.



Şekil 2.2. Problemin geometrisi

Cisim ve bulunduğu ortam, manyetik olmayan ortamlar olup manyetik geçirgenlikleri  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ 'e eşittir. Cismin geometrisinin ve dielektrik özelliklerinin  $Ox_3$  – eksenini boyunca değişmediği (invariant) kabul edilmiştir. Bu kabul, gerçek hayat problemlerinde, değişmezliğin dalga boyu cinsinden yeterli bir uzunlukta devam etmesi durumunda yaklaşık olarak doğrudur. Cisim, elektrik alanı  $Ox_3$  – eksenine paralel olan bir düzlem dalga ile aydınlatılmış olsun,

$$E_i = (0, 0, u_i) \quad (2.1)$$

Böylece, cismin  $Ox_3$  boyunca değişmez (invariant) olduğu kabulü altında problem iki boyutlu (skaler) probleme indirgenebilir. Bu durumda cisimden saçılan dalganın elektrik alanının da yalnızca  $x_3$  bileşeni mevcut olacaktır.

$$E_s = (0, 0, u_s) \quad (2.2)$$

$$E = E_i + E_s = (0, 0, u) \quad (2.3)$$

Bunun sonucu olarak, skaler bileşenler için

$$u = u_i + u_s \quad (2.4)$$

yazılabilir. Burada  $\theta_i$  düzlem dalganın geliş açısı olmak üzere,

$$u_i(\mathbf{x}) = e^{-ik_b(x_1 \cos \theta_i + x_2 \sin \theta_i)} \quad (2.5)$$

biçimindedir. Yukarıdaki ifadede görülen  $k_b$  cismin içinde bulunduğu ve arka plan uzayı olarak da adlandırabileceğimiz ortamın dalga sayısı olup  $k_b = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_b}$  'dir.  $f$  çalışma frekansı olmak üzere  $\omega = 2\pi f$  açısal frekans,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathfrak{R}^2$  ise iki boyutlu uzayda yer vektörüdür.

Toplam alan,  $u$  homojen Helmholtz denklemini sağlamak zorundadır.

$$\Delta u + k^2(\mathbf{x})u = 0 \quad (2.6)$$

Burada  $k(\mathbf{x})$  uzayın herhangi bir  $\mathbf{x}$  noktasındaki dalga sayısıdır ve

$$k^2(\mathbf{x}) = \begin{cases} k_b^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_0 & , \mathbf{x} \notin B \\ k^2(\mathbf{x}) = \omega^2 \varepsilon(\mathbf{x}) \mu + \sigma(\mathbf{x}) \mu & , \mathbf{x} \in B \end{cases} \quad (2.7)$$

biçimindedir.  $u = u_i + u_s$  olduğundan (2.6) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Delta u_i + \Delta u_s + k^2(\mathbf{x})u_i + k^2(\mathbf{x})u_s = 0 \quad (2.8)$$

Bu ifadeye  $k_b^2 u = k_b^2 u_i + k_b^2 u_s$  eklenip çıkartılırsa eşitlik değişmez.

$$\begin{aligned} \Delta u_i + k_0^2 u_i + \Delta u_s + k_0^2 u_s + k^2(\mathbf{x})u_i + k^2(\mathbf{x})u_s - k_0^2 u_i - k_0^2 u_s &= 0 \\ \Delta u_i + k_0^2 u_i + \Delta u_s + k_0^2 u_s + u(k^2(\mathbf{x}) - k_0^2) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Gelen alan  $u_i$ 'de  $\Delta u_i + k_0^2 u_i = 0$  Helmholtz denklemini sağlayacağında, (2.9)'dan saçılan alanın sağlaması gereken dalga denklemi,

$$\Delta u_s + k_b^2 u_s = -k_b^2 \left( \frac{k^2(\mathbf{x})}{k_b^2} - 1 \right) u = -k_b^2 \vartheta(\mathbf{x}) u \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada eşitliğin sağ tarafı kaynak fonksiyonudur.  $v$  cisim fonksiyonu veya kontrast fonksiyonu olarak adlandırılır ve cisim ile arka plan uzayı arasındaki farklılığı (kontrastı) temsil eder.

$$\vartheta(\mathbf{x}) = \begin{cases} \left( \frac{k^2(\mathbf{x})}{k_b^2} - 1 \right) = 0 & , \mathbf{x} \notin B \\ \left( \frac{k^2(\mathbf{x})}{k_b^2} - 1 \right) \neq 0 & , \mathbf{x} \in B \end{cases} \quad (2.11)$$

Dikkat edilmelidir ki, cisim fonksiyonu yalnızca cismin olduğu yerlerde sıfırdan farklı, cismin dışında ise  $k(\mathbf{x}) = k_b$  olacağından sıfıra eşittir. Ayrıca saçılan alan,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \left( \frac{du_s}{d\rho} - iku_s \right) \rightarrow 0 \quad (2.12)$$

radasyonu koşulunu sağlar.

## 2.2 Saçılan Alan İntegral Denklemi

Diferansiyel denklemleri integral denklemlere dönüştürmek için Green fonksiyonları kullanılır. Green fonksiyonu, bir diferansiyel denklemin, belirli sınır koşullarını sağlayan ve kaynak fonksiyonunun birim kaynak olması durumunda elde edilen çözümdür. Bu sistem teorisindeki birim impuls cevabına karşı gelen transfer fonksiyonuna benzer. Gerçek kaynak için çözüm, birim kaynak çözümlerinin süperpozisyonu olarak yazılır.

Burada amacımız, (2.10)'da saçılan alan için verilen Helmholtz denkleminin çözümünü bulmaktır. Bu, ikinci dereceden homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Bu denklemin sağ tarafındaki gerçek kaynak yerine birim kaynak kullanırsa Green fonksiyonu elde edilir. Dolayısıyla Green fonksiyonu, belirli sınır koşulları ve radyasyon koşulu altında aşağıdaki denklemi sağlar.

$$\Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + k_b^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.13)$$

Burada  $\delta$ , Dirac delta fonksiyonu olup tanımı gereği,

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \begin{cases} \infty & , \quad \mathbf{x} = \mathbf{y} \\ 0 & , \quad \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \end{cases} \quad (2.14)$$

(2.10)  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  ile (2.13)'de de  $u_s$  ile çarpılıp taraf tarafa çıkarıldığında,

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y})\Delta u_s - u_s\Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -G(\mathbf{x}, \mathbf{y})k_b^2\vartheta(\mathbf{x})u + u_s\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.15)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafı  $(-\infty, \infty)$  aralığında integre edilirse,

$$\iint_{-\infty}^{\infty} [G(\mathbf{x}, \mathbf{y})\Delta u_s - u_s\Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y})]d\mathbf{x} = \iint_{-\infty}^{\infty} [-G(\mathbf{x}, \mathbf{y})k_b^2\vartheta(\mathbf{x})u + u_s\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})]d\mathbf{x} \quad (2.16)$$

denkleminde ulaşılır. Radyasyon koşulu altında eşitliğin sol tarafı sifıra gidecektir. Yani,

$$\iint_{-\infty}^{\infty} [G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta u_s - u_s \Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y})] d\mathbf{x} = 0 \quad (2.17)$$

buradan,

$$\iint_{-\infty}^{\infty} k_b^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{x}) u(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \iint_{-\infty}^{\infty} u_s(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{x} \quad (2.18)$$

bulunur. Dirac delta fonksiyonun temel özelliğinden eşitliğin sol tarafı  $\iint_{-\infty}^{\infty} u_s(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{x} = u_s(\mathbf{y})$  olacaktır. Daha öncede bahsedildiği üzere cisim fonksiyon  $\vartheta(\mathbf{x})$ , yalnızca B cisminin içinde sıfırdan farklı, dışında ise sıfır olacağından (2.18)'deki integral B üzerinden yazılabilir. Sonuç olarak,

$$u_s(\mathbf{y}) = k_b^2 \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{x}) u(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in B \quad (2.19)$$

elde edilir. Green fonksiyonunu resiprok olması yani  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = G(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  nedeniyle

$$u_s(\mathbf{x}) = k_b^2 \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \mathbf{y} \in B \quad (2.20)$$

yazılabilir. Bu durumda toplam alan,

$$u(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) + u_i(\mathbf{x}) = u_i(\mathbf{x}) + k_b^2 \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.21)$$

dir. (2.21)'den açıkça görülüyor ki, probleme ait Green fonksiyonu ve cismin iç noktalarındaki toplam alan biliniyorsa uzayın herhangi bir  $\mathbf{x}$  noktasındaki saçılan alan ve toplam alan bu integral denklemin çözümünden elde edilebilir. Burada dikkat edilirse,  $u(\mathbf{x}) = u_i(\mathbf{x}) + u_s(\mathbf{x})$  olduğundan bilinmeyen saçılan alan hem integralin içinde hem de dışında yer almaktadır. Bu şekilde bilinmeyen fonksiyonun, hem integralin için de hem de dışında yer aldığı ve integral sınırlarının sabit olduğu integral denklemler ikinci tip Fredholm integral denklemi türündedir (Colton ve Kress,1983).

Buraya kadar homojen bir uzayda bulunan dielektrik cisimden saçılan alan için (2.20)'deki integral denklem elde edilmiştir. Burada integralin çekirdeğinde, probleme ilişkin Green fonksiyonu, cisim fonksiyonu ve cismin iç noktalarındaki toplam alan bulunmaktadır. Bilindiği üzere, toplam alan gelen ve saçılan alanın toplamından ibarettir. Gelen alan, aslında cisim olmadığındaki toplam alandır ve bunu arka plan alanı olarak adlandırabiliriz. Cisim homojen uzayda bulunduğu anda, cismin olmadığındaki toplam alan doğrudan gelen alana eşittir. Ancak cismin içinde bulunduğu ortam, yani arka plan uzayı homojen uzay değilse örneğin tabakalı bir ortam ise bu durumda, probleme ilişkin Green fonksiyonu ile birlikte arka plan alanı da değişecektir. Genel halde homojen olmayan uzayda bulunan bir dielektrik cisimden saçılan alanın belirlenmesi için çözülmesi gereken integral denklem  $u_b$ , arka plan alanı ve  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  arka plan uzayına ait Green fonksiyonu olmak üzere, aşağıdaki gibidir.

$$u(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) + u_b(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k_b^2 \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.22)$$

Burada,

$$u(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + u_s(\mathbf{x}) \quad (2.23)$$

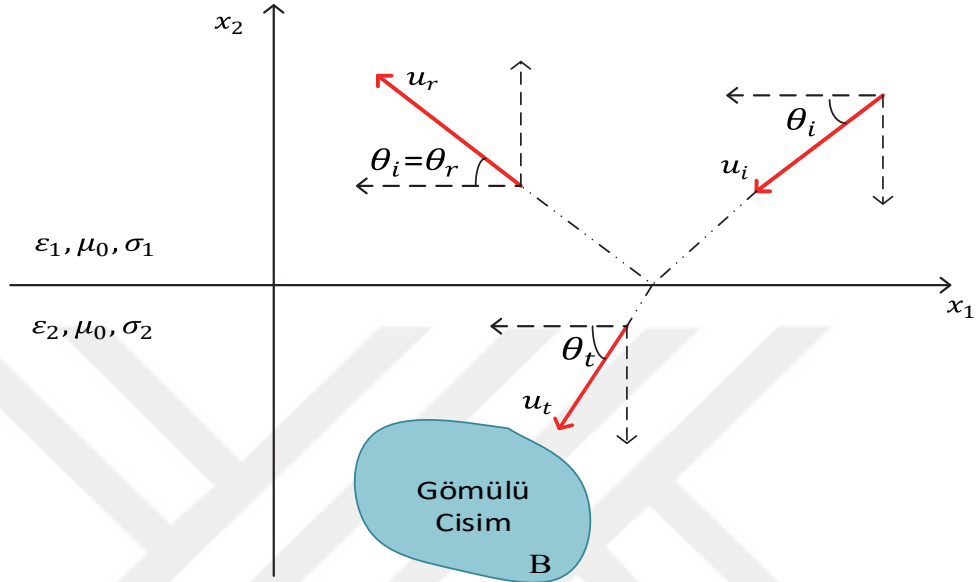
Dikkat edilmelidir ki, çözülmesi gereken integral denklem yine (2.4) ile aynı formdadır. Anlatım bütünlüğü bakımından bir sonraki bölümde tabakalı ortamlara gömülü cisim problemleri için saçılan alan integral denklemi yazılacak ve sırasıyla iki ve üç-parçalı uzay için arka plan alanının hesabı verilecektir.

### 2.3 Tabakalı Ortamlara Gömülü Cisimden Saçılma Problemi

Şimdi bir önceki bölümde homojen uzaydaki cisim için verilen yöntem genişletilerek, sırasıyla iki-parçalı ve üç-parçalı uzaya gömülü cisimlerden saçılma problemleri için saçılan alan integral denklemi verilecektir. Arkasından bu integral denklemlerde yer alan arka plan alanı ve arka plan uzayı Green fonksiyonlarının hesabı verilecektir.

### 2.3.1 İki parçalı uzaya gömülü cisimden saçılma problemi

Problemin geometrisi Şekil 2.3'deki gibidir. Burada uzay  $x_2 = 0$  düzlemi tarafından elektriksel parametreleri  $\epsilon_1, \mu_0, \sigma_1$  ve  $\epsilon_2, \mu_0, \sigma_2$  olan iki yarı sonsuz uzaya bölünmüştür.



Şekil 2.3. İki parçalı uzay geometrisi cismin yeri

Geometri yine  $x_3$  eksenini boyunca invariant olup elektrik alanının yalnızca  $x_3$  bileşeni olan düzlem dalgası ile aydınlatılmıştır. Arka plan uzayı iki-parçalı uzay olduğu için (2.22)'de arka plan uzayının dalga sayısı olan  $k_b = k(x_2)$  olacaktır ve

$$k^2(x_2) = \begin{cases} k_1^2, & x_2 > 0 \\ k_2^2, & x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

olarak tanımlanır. Bu durumda, saçılan alan ve toplam alan  $u$  aşağıdaki integral denklemini sağlar.

$$u(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) + u_b(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k^2(x_2) \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.25)$$

Arka plan alanı  $u_b$  ise gömülü cismin olmadığı durumdaki toplam alan olduğundan, üst yarı-uzayda gelen ve yansıyan alanların toplamına, alt yarı uzayda ise iletilen alana eşit olur.

$$u_b = \begin{cases} u_i + u_r, & x_2 > 0 \\ u_t, & x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Burada,  $u_i$ ,  $x_2 = 0$  düzlemine gelen alan olup açık ifadesi (2.5)'te verilmiştir.  $u_r$  bu düzlemden yansıyan alan ve  $u_t$  ise kırılarak alt yarı-uzaya geçen alandır ve açık ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$u_r = \text{Re}^{-ik_1(x_1 \sin \theta_i - x_2 \cos \theta_i)} \quad (2.27)$$

$$u_t = \text{Te}^{-ik_2(x_1 \sin \theta_t + x_2 \cos \theta_t)} \quad (2.28)$$

Bu denklemlerde görülen  $\theta_t$  kırılma açısı olup

$$\cos \theta_t = \frac{k_1}{k_2} \cos \theta_i \quad (2.29)$$

Snell bağıntısı ile geliş açısı  $\theta_i$ 'ye bağlıdır. R ve T ise sırasıyla Fresnell yansıma ve iletim katsayılarıdır ve aşağıda verilen bağıntılar ile belirlenir.

$$R = \frac{k_1 \sin \theta_i - k_2 \sin \theta_t}{k_1 \sin \theta_i + k_2 \sin \theta_t} \quad (2.30)$$

$$T = 1 + R = 1 + \frac{k_1 \sin \theta_i - k_2 \sin \theta_t}{k_1 \sin \theta_i + k_2 \sin \theta_t} = \frac{2k_1 \sin \theta_i}{k_1 \sin \theta_i + k_2 \sin \theta_t} \quad (2.31)$$

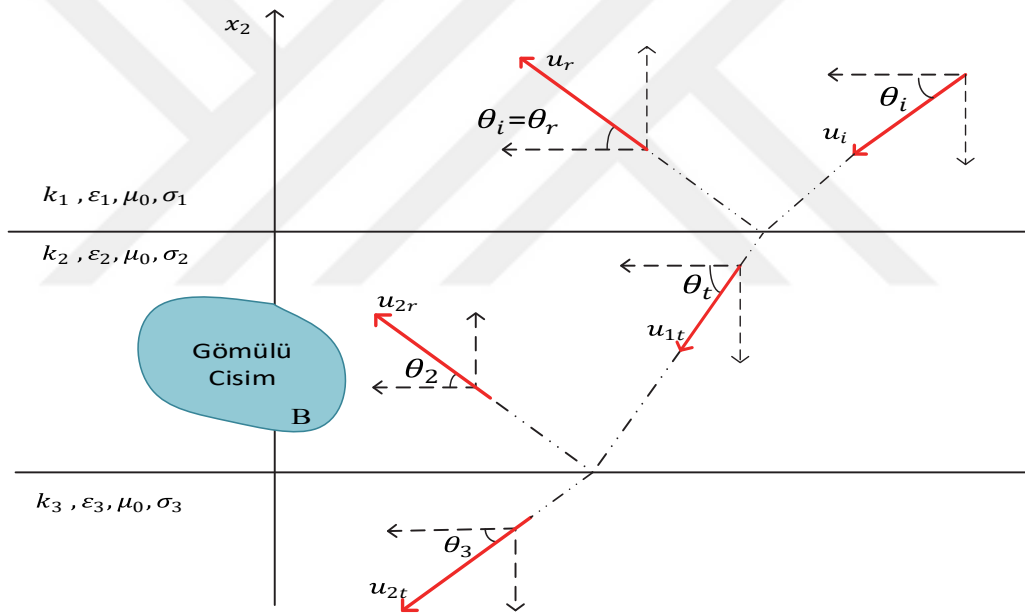
### 2.3.2 Üç-parçalı uzaya gömülü cisimden saçılma problemi

Üç-parçalı uzaya gömülü cisim probleminin geometrisi Şekil 2.4'deki gibidir. Uzay  $x_2 = L$  ve  $x_2 = -L$  düzlemleri ile üç parçaya bölünmüştür.  $x_2 > L$  üst-uzayı parametreleri  $\epsilon_1, \mu_0, \sigma_1$  olan,  $-L < x_2 < L$  ile sınırlı orta katman parametreleri  $\epsilon_2, \mu_0, \sigma_2$  ve  $x_2 < -L$  alt-uzayı parametreleri  $\epsilon_3, \mu_0, \sigma_3$  olan manyetik olmayan dielektrik malzemelerle doludur. Geometri üst uzayda uyarılan düzlem kaynağı ile aydınlatılmıştır. Burada çözülmek

istenen problem, bu üç tabakalı uzaya yerleştirilmiş olan dielektrik cisim veya cisimlerin düzlem dalga yayılımı üzerindeki etkisini ortaya çıkarmaktır. Bir başka ifade ile bu cisim/cisimlerden saçılan alanı belirlemektir. Cisim/cisimler üst, orta veya alt yarı uzaydan herhangi birinde, ikisinde veya üçünde de bulunabilir ayrıca bir cismin bir kısmı bir katmanda diğer kısmı farklı bir katmanda da bulunabilir.

Bu senaryoda arka plan uzayı üç-parçalı uzay olduğundan  $k_b = k(x_2)$  aşağıdaki gibi olacaktır.

$$k^2(x_2) = \begin{cases} k_1^2, & x_2 > L \\ k_2^2, & -L < x_2 < L \\ k_3^2, & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.32)$$



Şekil 2.4. Üç parçalı uzay geometrisi

Saçılan alanın ve buna bağlı olarak ta toplam alanın sağladığı denklem yine (2.22) ve (2.25) benzer olarak,

$$u(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) + u_b(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k^2(x_2) \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.33)$$

olur. Üç-parçalı uzayda, üst-uzayda uyarılan kaynak dolayısıyla oluşan toplam alan bir başka ifadeyle arka plan alanı Şekil 2.4'ten de görüleceği üzere aşağıdaki gibidir.

$$u_b = \begin{cases} u_i + u_{1r}, & x_2 > L \\ u_{1t} + u_{2r}, & -L < x_2 < L \\ u_{2t}, & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.34)$$

Buradaki  $u_i$  gelen alanın ifadesi (2.5)'de verilmişti. (2.34)'te görülen diğer yansıyan ve iletilen alan terimleri de düzlem dalgaların düzlem yüzeylerden yansıma ve iletim kurallarına göre,

$$u_{1r} = R_{12} e^{-ik_1(x_1 \sin \theta_i - x_2 \cos \theta_i)} \quad (2.35)$$

$$u_{1t} = T_{12} e^{-ik_2(x_1 \sin \theta_2 + x_2 \cos \theta_2)} \quad (2.36)$$

$$u_{2r} = T_{12} R_{23} e^{-ik_2(x_1 \sin \theta_2 - x_2 \cos \theta_2)} \quad (2.37)$$

$$u_{2t} = T_{12} T_{23} e^{-ik_3(x_1 \sin \theta_3 + x_2 \cos \theta_3)} \quad (2.38)$$

olmalıdır. Bu alan ifadelerindeki yansıma ve iletim katsayıları ise farklı dielektirik özelliklere sahip ortamları ayıran  $x_2 = L$  ve  $x_2 = -L$  ara yüzeylerinde elektrik ve manyetik alanların teğet bileşenleri için süreklilik sınır koşulları kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$R_{12} = \frac{T_{12} e^{iL(k_1 \cos \theta_1 - k_2 \cos \theta_2)} (1 + R_{23}) - 1}{e^{ik_1 L \cos \theta_1}} \quad (2.39)$$

$$T_{12} = \frac{2\eta_2 \sin \theta_1}{e^{iL(k_1 \cos \theta_1 - k_2 \cos \theta_2)} \left[ 1 - R_{23} \frac{\eta_1 \sin \theta_2}{\eta_2 \sin \theta_1} \right] - e^{iL(k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2)} R_{23} \left[ 1 + \frac{\eta_1 \sin \theta_2}{\eta_2 \sin \theta_1} \right]} \quad (2.40)$$

$$R_{23} = \frac{T_{23} e^{iL(k_3 \cos \theta_3 - k_2 \cos \theta_2)} - 1}{e^{-i2k_2 L \cos \theta_2}} \quad (2.41)$$

$$T_{23} = \frac{2}{\left( 1 + \frac{\eta_2 \sin \theta_3}{\eta_3 \sin \theta_2} \right) e^{iL(k_3 \cos \theta_3 - k_2 \cos \theta_2)}} \quad (2.42)$$

Açılar arasında,

$$\theta_i = \theta_{1r} = \theta_1 \quad (2.43)$$

$$\cos\theta_{1t} = \cos\theta_2 = \frac{k_1}{k_2} \cos\theta_1 \quad (2.44)$$

$$\cos\theta_{2t} = \cos\theta_3 = \frac{k_2}{k_3} \cos\theta_2 = \frac{k_1}{k_3} \cos\theta_1 \quad (2.45)$$

bağıntıları geçerlidir. Açıkça görülüyor ki, (2.21)'de homojen uzay, (2.25)'te iki-parçalı uzay ve (2.33)'de üç-parçalı uzay için verilen integral denklemlerin hepsi genel olarak aynı formdadır. Bu integral denklemleri birbirinden farklı kılan şey denklemlerde yer alan arka plan alanı ve arka plan uzayı Green fonksiyonunun her bir problem için farklı olmasıdır. Yukarıda her bir problem için arka plan alanının hesabı verilmişti. İlerleyen bölümde ise her bir problem için arka plan Green fonksiyonunun hesabı verilecektir. Aslında problemin zorluk derecesini belirleyen en büyük etken Green fonksiyonunun hesabıdır. Arka plan uzayı homojen olduğunda Green fonksiyonu analitik olarak hesaplanabilirken, homojen olmayan ortamlar için Green fonksiyon yavaş yakınsayan Sommerfeld integrallerinin sayısal hesabını gerektirmektedir. Dolayısıyla cismin gömülü bulunduğu arka plan uzayının tabakalı olması ve hatta bu tabakalar arasındaki sınırların engebeli olması problemi hem matematiksel hem de hesaplama açısından çok daha karmaşık bir hale getirmektedir.

## 2.4 Green Fonksiyonları

Green fonksiyonu, bir diferansiyel denklemin, belirli sınır koşullarını sağlayan ve kaynak fonksiyonunun birim kaynak olması durumunda elde edilen çözümdür. Bu sistem teorisindeki birim impuls cevabına karşı gelen transfer fonksiyonuna benzer. Gerçek kaynak için çözüm, birim kaynak çözümlerinin süperpozisyonu olarak yazılır. Aşağıda, homojen uzay, iki-parçalı uzay ve üç-parçalı uzay Green fonksiyonlarının hesabı verilmiştir.

### 2.4.1 Homojen uzay Green fonksiyonu

İlk olarak,  $\widehat{G}(v, x_2; y_1, y_2)$  Green fonksiyonun  $x_1$ 'e göre Fourier transformunu göstermek üzere aşağıdaki gibi Fourier transform çifti tanımlayalım.

$$\widehat{G}(v, x_2; y_1, y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x_1, x_2; y_1, y_2) e^{-ivx_1} dx_1 \quad (2.46)$$

$$G(x_1, x_2; y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi} \int \widehat{G}(v, x_2; y_1, y_2) e^{ivx_1} dv \quad (2.47)$$

$\widehat{G}$  spektral Green fonksiyonu,  $G$  ise uzaysal Green fonksiyonu olarak ta adlandırılır. (2.13)'te Green fonksiyonu için verilen dalga denkleminde görülen Laplasyen operatörü kartezyen koordinatlarda açık yazılacak olursa,

$$\frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_2^2} + k_b^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = -\delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2) \quad (2.48)$$

elde edilir. Bu denklemi Green fonksiyonunun Fourier transformu cinsinden yazmak için eşitliğin her iki tarafını  $e^{-ivx_1}$  ile çarpıp  $x_1 \in (-\infty, \infty)$  aralığında  $x_1$ 'e göre integre edelim.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_1^2} e^{-ivx_1} dx_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_2^2} e^{-ivx_1} dx_1 + \int_{-\infty}^{\infty} k_b^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) e^{-ivx_1} dx_1 \\ = - \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - y_1) \delta(x_2 - y_2) e^{-ivx_1} dx_1 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Buradan,

$$-v^2 \widehat{G} + \frac{\partial^2 \widehat{G}}{\partial x_2^2} + k_b^2 \widehat{G} = -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.50)$$

bulunur. Denklemi,  $\gamma_b = \sqrt{v^2 - k_b^2}$  propagasyon sabiti tanımlayarak,

$$\frac{\partial^2 \widehat{G}}{\partial x_2^2} - \gamma_b^2 \widehat{G} = -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.51)$$

biçiminde yeniden yazabiliriz. Eşitliğin sağ tarafındaki Dirac delta fonksiyonu sebebiyle bu diferansiyel denklem  $x_2 = y_2$  noktası dışında her yerde ikinci dereceden bir homojen

diferansiyel denklemdir ve genel çözümünü  $Ae^{\gamma_b x_2} + Be^{-\gamma_b x_2}$  formundadır. Özel çözüm, spektral Green fonksiyonu  $\hat{G}$ 'nin sağlaması gereken aşağıdaki koşullar uygulanarak elde edilir. Bu koşullar şu şekildedir:

1. Radyasyon koşulu :  $x \rightarrow \begin{matrix} -\infty \\ +\infty \end{matrix} \quad \hat{G} \rightarrow 0$
2.  $x_2 = y_2$ 'de  $\hat{G}$  sürekli
3.  $x_2 = y_2$ 'de  $\left. \frac{d\hat{G}}{dx_2} \right|_{x_2 \rightarrow y_2^+} - \left. \frac{d\hat{G}}{dx_2} \right|_{x_2 \rightarrow y_2^-} = -e^{-iv y_1}$

(2.51)'in genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\hat{G}(v, x_2; \mathbf{y}) = \begin{cases} Ae^{\gamma_b x_2} + Be^{-\gamma_b x_2}, & x_2 > y_2 \\ Ce^{\gamma_b x_2} + De^{-\gamma_b x_2}, & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.52)$$

Radyasyon koşulu gereği  $A$  ve  $D$  katsayıları sıfır olmalıdır. Bu durumda,

$$\hat{G} = \begin{cases} Be^{-\gamma_b x_2}, & x_2 > y_2 \\ Ce^{\gamma_b x_2}, & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.53)$$

3'teki sınır koşulunda gerekli olan  $\hat{G}$ 'nin türevi,

$$\frac{d\hat{G}}{dx_2} = \begin{cases} -\gamma_b Be^{-\gamma_b x_2}, & x_2 > y_2 \\ \gamma_b Ce^{\gamma_b x_2}, & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.54)$$

şeklinindedir. Yukarıda verilen sınır koşulları uygulanarak (2.53)'teki bilinmeyen katsayılar  $B = \frac{1}{2\gamma_b} e^{\gamma_b y_2} e^{-iv y_1}$  ve  $C = \frac{1}{2\gamma_b} e^{-\gamma_b y_2} e^{-iv y_1}$  olarak bulunur. Bunlar yerine yazılarak spektral Green fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunur.

$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_b} e^{-\gamma_b(x_2 - y_2)} e^{-iv y_1}, & x_2 > y_2 \\ \frac{1}{2\gamma_b} e^{\gamma_b(x_2 - y_2)} e^{-iv y_1}, & x_2 < y_2 \end{cases} = \frac{1}{2\gamma_b} e^{-\gamma_b |x_2 - y_2|} e^{-iv y_1} \quad (2.55)$$

Spektral Green fonksiyonunun ters Fourier transformu alınarak uzaysal Green fonksiyonu bulunur.

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\gamma_b} e^{-\gamma_b |x_2 - y_2|} e^{-iv(x_1 - y_1)} dv \quad (2.56)$$

Buradaki integral birinci tür Hankel fonksiyonuna eşittir. Dolayısıyla, homojen ve izotropik bir ortamın iki boyutlu Green fonksiyonu,

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} H_0^{(1)}(k_0 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) \quad (2.57)$$

olarak elde edilir.

#### 2.4.2 İki-parçalı uzayın Green fonksiyonu

Green fonksiyonu  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , iki boyutlu uzayda  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$  noktasındaki birim kaynağın  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$  noktasında oluşturacağı elektrik alandan başka bir şey değildir. Şimdi kaynağın alt yarı uzayda olması durumunu göz önüne alarak Green fonksiyonunun açık ifadesini çıkartalım. Kaynak üst yarı-uzayda bulunduğu da benzer ifadeler elde edileceğinden burada türetmeden doğrudan verilecektir.

Green fonksiyonu aşağıda verilen sınır koşulları ve radyasyon koşulu altında

$$\Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + k^2(x_2)G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.58)$$

denklemini sağlar. Burada  $k^2(x_2)$  (2.24)'de verilmiştir. Spektral Green fonksiyonu  $\hat{G}$  cinsinden yukarıdaki denklem

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + (k^2(x_2) - v^2)\hat{G} = -e^{-iv y_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.59)$$

biçiminde yazılır.

$$\gamma(x_2) = \sqrt{v^2 - k^2(x_2)} = \begin{cases} \gamma_1 = \sqrt{v^2 - k_1^2}, & x_2 > 0 \\ \gamma_2 = \sqrt{v^2 - k_2^2}, & x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.60)$$

tanımlanarak (2.59)

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} - \gamma^2(x_2) \hat{G} = -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.61)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu diferansiyel denklemin genel çözümünden

$$\hat{G} = \begin{cases} Ae^{-\gamma_1 x_2} + Be^{\gamma_1 x_2}, & x_2 > 0 \\ Ce^{-\gamma_2 x_2} + De^{\gamma_2 x_2}, & 0 > x_2 > y_2 \\ Ee^{-\gamma_2 x_2} + Fe^{\gamma_2 x_2}, & y_2 > x_2 \end{cases} \quad (2.62)$$

elde edilir. Özel çözümü bulmak için radyasyon koşulu ve sınır koşulları uygulanmalıdır. Bunlar şu şekildedir:

1. Radyasyon koşulu :  $x_2 \rightarrow \pm\infty$  ,  $\hat{G} \rightarrow 0$
2.  $\hat{G}$ ,  $x_2 = 0$  da sürekli
3.  $\frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}$ ,  $x_2 = 0$  da sürekli
4.  $\hat{G}$ ,  $x_2 = y_2$  'de süreklidir
5.  $\frac{d\hat{G}}{dx_2} \Big|_{x_2 \rightarrow y_2^+} - \frac{d\hat{G}}{dx_2} \Big|_{x_2 \rightarrow y_2^-} = -e^{-ivy_1}$

Şimdi bu koşulları (2.62)'ye uygulayalım. Radyasyon koşulu gereği  $B$  ve  $E$  katsayıları sıfır olmalıdır. Diğer sınır koşulları da uygulandığında aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned} Ae^{-\gamma_1 \cdot 0} &= Ce^{-\gamma_2 \cdot 0} + De^{\gamma_2 \cdot 0} \rightarrow A = C + D \\ Ce^{-\gamma_2 y_2} + De^{\gamma_2 y_2} &= Fe^{\gamma_2 y_2} \\ -\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 \cdot 0} &= -\gamma_2 Ce^{-\gamma_2 \cdot 0} + \gamma_2 De^{\gamma_2 \cdot 0} \rightarrow A = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} (C - D) \\ -\gamma_2 Ce^{-\gamma_2 y_2} + \gamma_2 De^{\gamma_2 y_2} - \gamma_2 Fe^{\gamma_2 y_2} &= -e^{-ivy_1} \end{aligned}$$

Bu dört denklemin ortak çözümünden bilinmeyen  $A$ ,  $C$ ,  $D$  ve  $F$  katsayıları

$$A = \frac{e^{-ivy_1 + \gamma_2 y_2}}{\gamma_2 + \gamma_1} \quad (2.63)$$

$$C = \frac{e^{-ivy_1}}{2\gamma_2} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.64)$$

$$D = \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) \frac{e^{-ivy_1}}{2\gamma_2} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.65)$$

$$F = \frac{1}{2\gamma_2} \left( e^{-ivy_1 - \gamma_2 y_2} + \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{-ivy_1 + \gamma_2 y_2} \right) \quad (2.66)$$

bulunur. Bunlar (2.62)'de yerine yazılarak Green fonksiyonun spektral ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 x_2 + \gamma_2 y_2} e^{-ivy_1}, & x_2 > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_2} \left[ e^{-\gamma_2(x_2 - y_2)} + \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right] e^{-ivy_1}, & x_2 > y_2 \\ \frac{1}{2\gamma_2} \left[ e^{-\gamma_2(y_2 - x_2)} + \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right] e^{-ivy_1}, & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.67)$$

Son iki satırda köşeli parantez içindeki ilk terimlere dikkat edilecek olursa  $x_2 > y_2$  iken  $e^{-\gamma_2(x_2 - y_2)}$ ,  $x_2 < y_2$  iken  $e^{-\gamma_2(-x_2 + y_2)}$  olduğu görülmektedir. Bu da açıkça  $e^{-\gamma_2|x_2 - y_2|}$ 'ye karşı gelir. Buna göre,

$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 x_2 + \gamma_2 y_2} e^{-ivy_1}, & x_2 > 0, y_2 < 0 \\ \frac{1}{2\gamma_2} \left[ e^{-\gamma_2|x_2 - y_2|} + \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right] e^{-ivy_1}, & x_2 < 0, y_2 < 0 \end{cases} \quad (2.68)$$

Kaynak üst yarı-uzayda olduğunda yani  $y_2 > 0$  olduğunda da benzer yol izlenir ve uzaysal Green fonksiyonunu bulmak için ters Fourier transformu alınırsa sonuç olarak iki-parçalı uzay Green fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$G = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{2\gamma_1} \left[ e^{-\gamma_1|x_2-y_2|} + \left( \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{-\gamma_1(x_2+y_2)} \right] e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 > 0, y_2 > 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 x_2 + \gamma_2 y_2} e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 > 0, y_2 < 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 y_2 + \gamma_2 x_2} e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 < 0, y_2 > 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{2\gamma_2} \left[ e^{-\gamma_2|x_2-y_2|} + \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{\gamma_2(x_2+y_2)} \right] e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 < 0, y_2 < 0 \end{cases} \quad (2.69)$$

Burada ilk ve son satırlarda Hankel fonksiyonunun integral tanımı kullanılırsa,

$$G = \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) + \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{2\gamma_1} \left[ \left( \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{-\gamma_1(x_2+y_2)} \right] e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 > 0, y_2 > 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 x_2 + \gamma_2 y_2} e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 > 0, y_2 < 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-\gamma_1 y_2 + \gamma_2 x_2} e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 < 0, y_2 > 0 \\ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_2 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) + \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{1}{2\gamma_2} \left[ \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) e^{\gamma_2(x_2+y_2)} \right] e^{iv(x_1-y_1)} dv, & x_2 < 0, y_2 < 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

### 2.4.3 Üç-parçalı uzayın Green fonksiyonu

Üç parçalı uzay Green fonksiyonu aşağıda verilen denklemi belirli sınır koşulları ve radyasyon koşulu altında sağlar.

$$\Delta G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + k^2(x_2)G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.71)$$

Burada  $k^2(x_2)$ , (2.32)'de tanımlandığı gibidir.  $\hat{G}$  spektral Green fonksiyonunu göstermek üzere,

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} - \gamma^2(x_2)\hat{G} = -e^{-iv\gamma_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.72)$$

denklemini sağlanır. Burada,

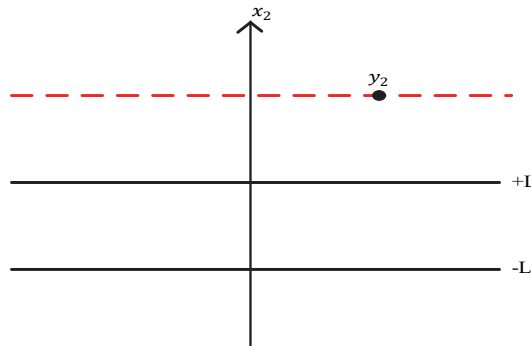
$$\gamma(x_2) = \sqrt{v^2 - k^2(x_2)} = \begin{cases} \gamma_1 = \sqrt{v^2 - k_1^2} & , \quad x_2 > L \\ \gamma_2 = \sqrt{v^2 - k_2^2} & , \quad -L < x_2 < L \\ \gamma_3 = \sqrt{v^2 - k_3^2} & , \quad x_2 < -L \end{cases} \quad (2.73)$$

olarak tanımlanır. Bu geometride Green fonksiyonunun sağlaması gereken koşullar şunlardır:

1. Radyasyon koşulu :  $x_2 \rightarrow \pm\infty$  ,  $\hat{G} \rightarrow 0$
2.  $\hat{G}$ ,  $x_2 = L$ 'de süreklidir.
3.  $\frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}$ ,  $x_2 = L$ 'de süreklidir.
4.  $\hat{G}$ ,  $x_2 = -L$ 'de süreklidir.
5.  $\frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}$ ,  $x_2 = -L$ 'de süreklidir.
6.  $\hat{G}$ ,  $x_2 = y_2$ 'de süreklidir
7.  $\frac{d\hat{G}}{dx_2} \Big|_{x_2 \rightarrow y_2^+} - \frac{d\hat{G}}{dx_2} \Big|_{x_2 \rightarrow y_2^-} = -e^{-ivy_1}$

Şimdi bu koşullar altında kaynak noktasının sırasıyla kaynağın üst, orta ve alt uzayda olması durumlarını ayrı ayrı ele alalım.

1.durum: Kaynak üst-uzayda ( $y_2 > L$ ) iken,



Şekil 2.5. Üç parçalı uzayda kaynak üst-uzayda bulunurken

(2.72)'in genel çözümünden spektral Green fonksiyonu,

$$\hat{G} = \begin{cases} Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > y_2 \\ Be^{-\gamma_1 x_2} + Ce^{\gamma_1 x_2} & , & L < x_2 < y_2 \\ De^{-\gamma_2 x_2} + Ee^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < L \\ Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.74)$$

ve türevi

$$\frac{d\hat{G}}{dx} = \begin{cases} -\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > y_2 \\ -\gamma_1 Be^{-\gamma_1 x_2} + \gamma_1 Ce^{\gamma_1 x_2} & , & L < x_2 < y_2 \\ -\gamma_2 De^{-\gamma_2 x_2} + \gamma_2 Ee^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < L \\ \gamma_3 Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.75)$$

olarak elde edilir. Sınır koşulları uygulanırsa, bilinmeyen katsayılar için aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned} Ae^{-\gamma_1 y_2} &= Be^{-\gamma_1 y_2} + Ce^{\gamma_1 y_2} \\ Be^{-\gamma_1 L} + Ce^{\gamma_1 L} &= De^{-\gamma_2 L} + Ee^{\gamma_2 L} \\ De^{\gamma_2 L} + Ee^{-\gamma_2 L} &= Fe^{-\gamma_3 L} \\ -\gamma_1 Be^{-\gamma_1 L} + \gamma_1 Ce^{\gamma_1 L} &= -\gamma_2 De^{-\gamma_2 L} + \gamma_2 Ee^{\gamma_2 L} \\ -\gamma_2 De^{\gamma_2 L} + \gamma_2 Ee^{-\gamma_2 L} &= \gamma_3 Fe^{-\gamma_3 L} \\ -\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 y_2} + \gamma_1 Be^{-\gamma_1 y_2} - \gamma_1 Ce^{\gamma_1 y_2} &= -e^{-iv y_1} \end{aligned}$$

Bu denklem sisteminin çözümünden bilinmeyen katsayılar,

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2\gamma_1}\right) e^{-iv y_1} e^{\gamma_1 y_2} \\ &+ \left(\frac{1}{2\gamma_1}\right) e^{-iv y_1} e^{2\gamma_1 L - \gamma_1 y_2} \left[ \frac{(\gamma_2 - \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) - (\gamma_2 + \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) e^{3\gamma_2 L}}{(\gamma_2 - \gamma_3)(\gamma_1 - \gamma_2) + (\gamma_2 + \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) e^{4\gamma_2 L}} \right] \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$B = \left(\frac{1}{2\gamma_1}\right) e^{-iv y_1} e^{2\gamma_1 L - \gamma_1 y_2} \left[ \frac{(\gamma_2 - \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) - (\gamma_2 + \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) e^{3\gamma_2 L}}{(\gamma_2 - \gamma_3)(\gamma_1 - \gamma_2) + (\gamma_2 + \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.77)$$

$$C = \left(\frac{1}{2\gamma_1}\right) e^{-iv y_1} e^{-\gamma_1 y_2} = \left(\frac{e^{-iv y_1}}{2\gamma_1 e^{\gamma_1 y_2}}\right) \quad (2.78)$$

$$D = \frac{e^{\gamma_1(L-\gamma_2)} e^{\gamma_2 L} e^{-i\gamma_1 y_1}}{\frac{(\gamma_2 + \gamma_3)(\gamma_1 + \gamma_2)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L} + (\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (2.79)$$

$$E = \frac{e^{\gamma_1(L-\gamma_2)} e^{3\gamma_2 L} e^{-i\gamma_1 y_1}}{(\gamma_1 + \gamma_2) e^{4\gamma_2 L} + \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)}{(\gamma_2 + \gamma_3)}} \quad (2.80)$$

$$F = \frac{2\gamma_2 e^{-\gamma_1 \gamma_2} e^{(\gamma_1 L + 2\gamma_2 L + \gamma_3 L)} e^{-i\gamma_1 y_1}}{(\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L} + (\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)} \quad (2.81)$$

olarak elde edilmiştir. Katsayılar, (2.74)'de yerine yazılırsa spektral Green fonksiyonunun ifadesine ulaşılır.

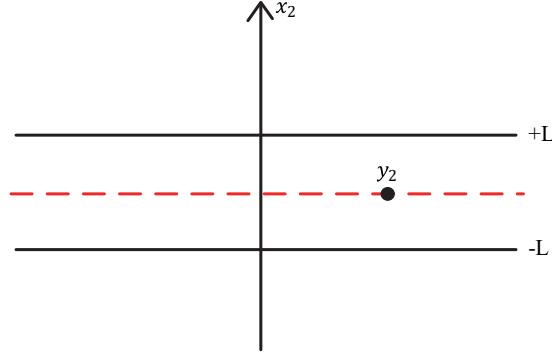
$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_1} \left[ \frac{1 + \frac{(\gamma_3 + \gamma_2)}{(\gamma_3 - \gamma_2)} e^{3\gamma_2 L}}{\frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 + \gamma_2)} + \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{2\gamma_1 L} e^{-\gamma_1(\gamma_2 + x_2)} + e^{-\gamma_1(x_2 - \gamma_2)} e^{-i\gamma_1 y_1}, & x_2 > \gamma_2 \\ \frac{1}{2\gamma_1} \left[ \frac{1 + \frac{(\gamma_3 + \gamma_2)}{(\gamma_3 - \gamma_2)} e^{3\gamma_2 L}}{\frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 + \gamma_2)} + \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{2\gamma_1 L} e^{-\gamma_1(\gamma_2 + x_2)} + e^{\gamma_1(x_2 - \gamma_2)} e^{-i\gamma_1 y_1}, & -L < x_2 < \gamma_2 \\ \frac{(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_2 + \gamma_3) e^{2\gamma_2(L-x_2)}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_2 x_2 + L(\gamma_1 + \gamma_2)}, & -L < x_2 < L \\ \frac{2\gamma_2 e^{(2\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_1)}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 + \gamma_3 x_2}, & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.82)$$

Yine ilk iki satır eksponansiyel terimlerden birinin  $x_2 > \gamma_2$  iken  $e^{-\gamma_1(x_2 - \gamma_2)}$ ,  $x_2 < \gamma_2$  iken  $e^{-\gamma_1(\gamma_2 - x_2)}$  olması dışında tamamen aynıdır. Bu terimi  $e^{-\gamma_1|x_2 - \gamma_2|}$  yazarsak yukarıdaki ifade sadeleşerek aşağıdaki forma indirgenebilir.

$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_1} \left[ \frac{1 + \frac{(\gamma_3 + \gamma_2)}{(\gamma_3 - \gamma_2)} e^{3\gamma_2 L}}{\frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 + \gamma_2)} + \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{2\gamma_1 L} e^{-\gamma_1(\gamma_2 + x_2)} + e^{-\gamma_1|x_2 - \gamma_2|} e^{-i\gamma_1 y_1}, & x_2 > L \\ \frac{(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_2 + \gamma_3) e^{2\gamma_2(L-x_2)}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_2 x_2 + L(\gamma_1 + \gamma_2)}, & -L < x_2 < L \\ \frac{2\gamma_2 e^{(2\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_1)}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 + \gamma_3 x_2}, & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.83)$$

Uzay Green fonksiyonunu bulmak için (2.83)'nin ters Fourier transformu alınmalıdır.

2.durum: Kaynak orta-uzayda ( $-L < y_2 < L$ ) iken,



**Şekil 2.6.** Üç parçalı uzayda kaynak orta uzayda

Bu durumda, spektral Green fonksiyonunun sağladığı dalga denkleminin genel çözümünden spektral Green fonksiyonu ve türevi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{G} = \begin{cases} Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > L \\ Be^{-\gamma_2 x_2} + Ce^{\gamma_2 x_2} & , & y_2 < x_2 < L \\ De^{-\gamma_2 x_2} + Ee^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < y_2 \\ Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.84)$$

$$\frac{d\hat{G}}{dx} = \begin{cases} -\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > L \\ -\gamma_2 Be^{-\gamma_2 x_2} + \gamma_2 Ce^{\gamma_2 x_2} & , & y_2 < x_2 < L \\ -\gamma_2 De^{-\gamma_2 x_2} + \gamma_2 Ee^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < y_2 \\ \gamma_3 Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < -L \end{cases} \quad (2.85)$$

Sınır koşulları uygulanırsa, bilinmeyen katsayılar için aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$Ae^{-\gamma_1 L} = Be^{-\gamma_2 L} + Ce^{\gamma_2 L}$$

$$Be^{-\gamma_2 y_2} + Ce^{\gamma_2 y_2} = De^{-\gamma_2 y_2} + Ee^{\gamma_2 y_2}$$

$$De^{\gamma_2 L} + Ee^{-\gamma_2 L} = Fe^{-\gamma_3 L}$$

$$-\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 L} = -\gamma_2 Be^{-\gamma_2 L} + \gamma_2 Ce^{\gamma_2 L}$$

$$-\gamma_2 De^{\gamma_2 L} + \gamma_2 Ee^{-\gamma_2 L} = \gamma_3 Fe^{-\gamma_3 L}$$

$$-\gamma_2 Be^{-\gamma_2 y_2} + \gamma_2 Ce^{\gamma_2 y_2} + \gamma_2 De^{-\gamma_2 y_2} - \gamma_2 Ee^{\gamma_2 y_2} = -e^{-i\nu y_1}$$

Bu denklem sisteminin çözümünden bilinmeyen katsayılar,

$$A = \left( \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2} e^{(\gamma_1 + \gamma_2)L} \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{2\gamma_2(L+y_2)}}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.86)$$

$$B = \frac{1}{2\gamma_2} \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2 + 2\gamma_2 L} \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{2\gamma_2 y_2 + 2\gamma_2 L}}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.87)$$

$$C = \left( \frac{-1}{2\gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2} \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{2\gamma_2(L+y_2)}}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.88)$$

$$D = \frac{\frac{-1}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} \left[ e^{\gamma_2 y_2} + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) e^{-\gamma_2 y_2 + 2\gamma_2 L} \right]}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \quad (2.89)$$

$$E = \frac{1}{2\gamma_2} \left( \frac{\gamma_3 + \gamma_2}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2(y_2 + 2L)} \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) e^{2\gamma_2(L-y_2)}}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.90)$$

$$F = \left( \frac{1}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2(y_2 + L)} e^{\gamma_3 L} \left[ \frac{1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) e^{2\gamma_2(L-y_2)}}{1 + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L}} \right] \quad (2.91)$$

olarak elde edilmiştir. Katsayılar, (2.84)'de yerine yazılırsa spektral Green fonksiyonunun ifadesine ulaşılır.

$$\hat{G} = \begin{cases} \left( \frac{K}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2} e^{(\gamma_1 + \gamma_2)L} \left[ 1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) e^{2\gamma_2(L+y_2)} \right] e^{-\gamma_1 x_2} & , \quad x_2 > L \\ \frac{K}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} \left[ \left( \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{2\gamma_2 L} - 1 \right) e^{-\gamma_2(x_2 + y_2)} + \left( \frac{\gamma_3 + \gamma_2}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{2\gamma_2 L} e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right. \\ \quad \left. + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L} e^{-\gamma_2(x_2 - y_2)} \right] & , y_2 < x_2 < L \\ \frac{K}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} \left[ \left( \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{2\gamma_2 L} - 1 \right) e^{-\gamma_2(x_2 + y_2)} + \left( \frac{\gamma_3 + \gamma_2}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{2\gamma_2 L} e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right. \\ \quad \left. + \left( \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3} \right) e^{4\gamma_2 L} e^{-\gamma_2(y_2 - x_2)} \right] & , -L < x_2 < y_2 \\ \left( \frac{K}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2} e^{(\gamma_2 + \gamma_3)L} \left[ 1 + \left( \frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) e^{2\gamma_2(L-y_2)} \right] e^{\gamma_3 x_2} & , \quad x_2 < -L \end{cases} \quad (2.92)$$

Bu ifadede görülen  $K$  sadelik açısından tanımlanmış bir büyüklüktür ve

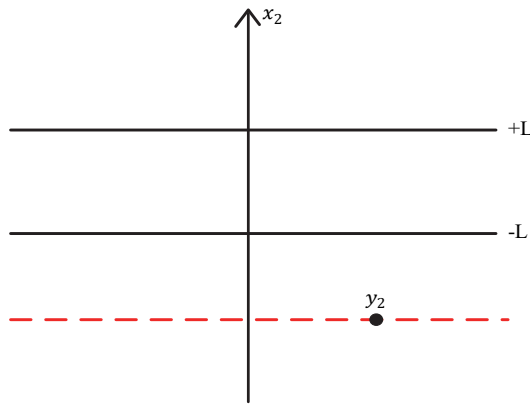
$$K = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}\right) \left(\frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3}\right) e^{4\gamma_2 L}} \quad (2.93)$$

şeklindedir. Bu kez ikinci ve üçüncü satırlardaki ifadeler, köşeli parantez içindeki son terimlerde çarpan olarak görülen eksponansiyel terimin  $y_2 < x_2 < L$  iken  $e^{-\gamma_2(x_2 - y_2)}$  ve  $-L < x_2 < y_2$  iken  $e^{-\gamma_2(y_2 - x_2)}$  olması dışında birbirinin aynıdır. Bu da açıkça  $e^{-\gamma_2|x_2 - y_2|}$ 'nin tanımıdır. Dolayısıyla, yukarıdaki ifade,

$$\hat{G} = \begin{cases} \left(\frac{K}{\gamma_1 - \gamma_2}\right) e^{-i\gamma_1 y_1} e^{-\gamma_2 y_2} e^{(\gamma_1 + \gamma_2)L} \left[1 + \left(\frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3}\right) e^{2\gamma_2(L + y_2)}\right] e^{-\gamma_1 x_2} & , \quad x_2 > L \\ \frac{K}{2\gamma_2} e^{-i\gamma_1 y_1} \left[ \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}\right) e^{2\gamma_2 L} - 1 \right] e^{-\gamma_2(x_2 + y_2)} + \left(\frac{\gamma_3 + \gamma_2}{\gamma_3 - \gamma_2}\right) e^{2\gamma_2 L} e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right. \\ \quad \left. + \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}\right) \left(\frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\gamma_2 - \gamma_3}\right) e^{4\gamma_2 L} e^{-\gamma_2|x_2 - y_2|} \right] & , \quad -L < x_2 < L \\ \left(\frac{K}{\gamma_3 - \gamma_2}\right) e^{-i\gamma_1 y_1} e^{-\gamma_2 y_2} e^{(\gamma_2 + \gamma_3)L} \left[1 + \left(\frac{\gamma_2 + \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}\right) e^{2\gamma_2(L - y_2)}\right] e^{\gamma_3 x_2} & , \quad x_2 < -L \end{cases} \quad (2.94)$$

şeklinde daha sade biçimde yazılabilir. Uzay Green fonksiyonunu bulmak için (2.94) (2.45)'te yerine yazılarak gerekli Sommerfeld integralinin hesabı yapılmalıdır.

3.durum: Kaynak alt-uzayda ( $y_2 < -L$ ) iken,



Şekil 2.7. Üç parçalı uzayda kaynak alt katmanda

Kaynak alt-uzayda olduğunda radyasyon koşulu altında (2.72)'nin genel çözümünden spektral Green fonksiyonu

$$\hat{G} = \begin{cases} Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > L \\ Be^{-\gamma_2 x_2} + Ce^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < L \\ De^{-\gamma_3 x_2} + Ee^{\gamma_3 x_2} & , & y_2 < x_2 < -L \\ Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.95)$$

elde edilir. Bu ifadede görülen bilinmeyen katsayıları bulmak için yukarıda tanımlanan sınır koşulları uygulanmalıdır. Sınır koşulları, Green fonksiyonun türevini de gerektirdiğinden aşağıda verilmiştir.

$$\frac{d\hat{G}}{dx} = \begin{cases} -\gamma_1 Ae^{-\gamma_1 x_2} & , & x_2 > L \\ -\gamma_2 Be^{-\gamma_2 x_2} + \gamma_2 Ce^{\gamma_2 x_2} & , & -L < x_2 < L \\ -\gamma_3 De^{-\gamma_3 x_2} + \gamma_3 Ee^{\gamma_3 x_2} & , & y_2 < x_2 < -L \\ \gamma_3 Fe^{\gamma_3 x_2} & , & x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.96)$$

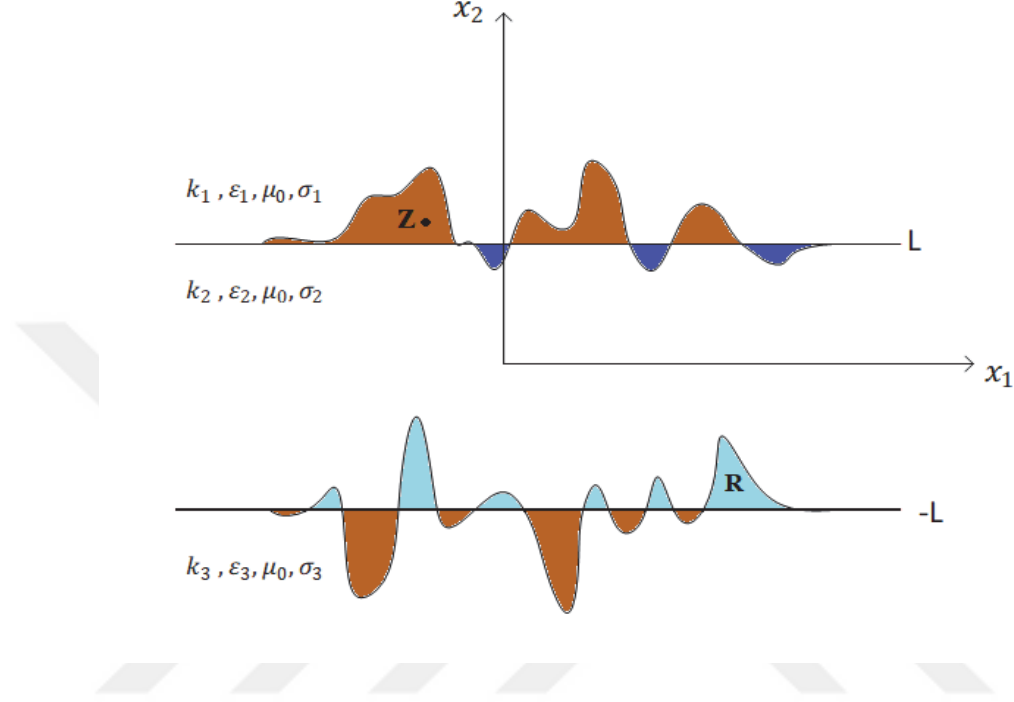
Kaynak alt katmanda olduğunda, kaynak üst katmanda iken çözülen denklemlerde  $x_2$  yerine  $-x_2$ ,  $y_2$  yerine  $-y_2$ ,  $\gamma_1$  yerine  $\gamma_3$ ,  $\gamma_3$  yerine  $\gamma_1$  ( $x_2 \rightarrow -x_2$ ,  $y_2 \rightarrow -y_2$ ,  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_3$ ,  $\gamma_3 \rightarrow \gamma_1$ ) yazıldığında Green fonksiyonu elde edilecektir. Sonuç olarak, kaynağın üç farklı konumu için elde edilen ifadeler birleştirilerek üç-parçalı uzayın spektral Green fonksiyonu elde edilmiş olur.

$$\hat{G} = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_1} \left[ \frac{1 + \frac{(\gamma_3 + \gamma_2)}{\gamma_3 - \gamma_2} e^{3\gamma_2 L}}{\frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 + \gamma_2)} + \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{2\gamma_1 L} e^{-\gamma_1(\gamma_2 + x_2)} + e^{-\gamma_1|x_2 - \gamma_2|} e^{i\gamma_1 y_1} & , x_2 > L, y_2 > L \\ \left[ \frac{(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_2 + \gamma_3) e^{2\gamma_2(L - x_2)}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_2 x_2 + L(\gamma_1 + \gamma_2)} & , -L < x_2 < L, y_2 > L \\ \left[ \frac{2\gamma_2 e^{(2\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_1)L}}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) + (\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{-i\gamma_1 y_1 - \gamma_1 \gamma_2 + \gamma_3 x_2} & , x_2 < -L, y_2 > L \\ \left( \frac{K}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-i\gamma_1 y_1} e^{-\gamma_2 \gamma_2} e^{(\gamma_1 + \gamma_2)L} \left[ 1 + \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{2\gamma_2(L + y_2)} \right] e^{-\gamma_1 x_2} & , x_2 > L, -L < y_2 < L \\ \frac{K}{2\gamma_2} e^{-i\gamma_1 y_1} \left[ \left( \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{(\gamma_1 - \gamma_2)} e^{2\gamma_2 L} - 1 \right) e^{-\gamma_2(x_2 + y_2)} + \frac{(\gamma_3 + \gamma_2)}{(\gamma_3 - \gamma_2)} e^{2\gamma_2 L} e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} \right. \\ \quad \left. + \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{(\gamma_1 - \gamma_2)} \frac{(\gamma_2 + \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_3)} e^{4\gamma_2 L} e^{-\gamma_2|x_2 - \gamma_2|} \right] & , -L < x_2 < L, -L < y_2 < L \\ \left( \frac{K}{\gamma_3 - \gamma_2} \right) e^{-i\gamma_1 y_1} e^{-\gamma_2 \gamma_2} e^{(\gamma_2 + \gamma_3)L} \left[ 1 + \frac{(\gamma_2 + \gamma_1)}{(\gamma_2 - \gamma_1)} e^{2\gamma_2(L - y_2)} \right] e^{\gamma_3 x_2} & , x_2 < -L, -L < y_2 < L \\ \frac{1}{2\gamma_3} \left[ \frac{1 + \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{\gamma_1 - \gamma_2} e^{3\gamma_2 L}}{\frac{(\gamma_3 - \gamma_2)}{(\gamma_3 + \gamma_2)} + \frac{(\gamma_2 + \gamma_1)}{(\gamma_2 - \gamma_1)} e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{2\gamma_3 L} e^{\gamma_3(\gamma_2 + x_2)} + e^{-\gamma_3|x_2 - \gamma_2|} e^{-i\gamma_1 y_1} & , x_2 > L, y_2 < L \\ \left[ \frac{(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_2 + \gamma_1) e^{2\gamma_2(L + x_2)}}{(\gamma_3 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_3 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_1) e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{-i\gamma_1 y_1 + \gamma_3 \gamma_2 + \gamma_2 x_2 + L(\gamma_3 + \gamma_2)} & , -L < x_2 < L, y_2 < -L \\ \left[ \frac{2\gamma_2 e^{(2\gamma_2 + \gamma_1 + \gamma_3)L}}{(\gamma_3 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_3 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_1) e^{4\gamma_2 L}} \right] e^{-i\gamma_1 y_1 + \gamma_3 \gamma_2 - \gamma_1 x_2} & , x_2 < -L, y_2 < -L \end{cases} \quad (2.97)$$

## 2.5 Düzgün Olmayan Yüzeyler için Gömülü Cisim Yaklaşımı (Buried Object Aproximation-BOA)

Tabakalı ortamlara gömülü cisimlerden saçılma probleminin çözümünde saçılan alan integral denkleminde yer alan arka plan uzayı Green fonksiyonu ve arka plan alanı, düzlemsel ara yüzeye sahip tabakalı ortamlar dikkate alınarak yukarıda elde edilmiştir. Ancak, tabakalı ortamlar düzgün olmayan sınırlarla birbirinden ayrılmış ise arka plan uzayı Green fonksiyonunu ve arka plan alanını hesaplarken bu düzgünlüklerin de hesaba katılması gerekir. Çünkü düzgünlükleri oluşturan engebe ve çukurlar da üst uzayda uyarılmış kaynaktan gelen dalga yayılımına belirgin bir katkı sağlayacaktır. Bu çalışmada bu amaçla Gömülü Cisim Yaklaşımı (BOA) (Altuncu, 2006; Altuncu vd., 2007) yöntemi kullanılmıştır. BOA'ya göre, düzgün olmayan ara yüzeyi oluşturan engebe ve çukurların Şekil 2.8'de görüldüğü gibi düzlemsel ara yüzeye sahip tabakalı ortamlara gömülü cisimler olduğu varsayılır. Böylece, arka plan uzayı Green fonksiyonu ve arka plan alanının bulması problemi bu varsayımsal cisimlerden saçılma probleminin çözümüne indirgenmiş olur. Şimdi, daha genel olması bakımından düzgün olmayan sınırlarla ayrılmış üç-parçalı uzay için arka plan alanı ve Green fonksiyonunun BOA yöntemine göre hesabı verilecektir. Her ne kadar şimdiye kadar cismin bulunduğu arka plan uzayı nasıl olursa olsun arka plan alanını  $u_b$ , arka plan Green fonksiyonunu da  $G$  ile

göstermiş olsak ta burada BOA yöntemini daha açık anlatabilmek adına düzgün olmayan sınırların olması halindeki arka plan alanını  $u_b^r$  ile Green fonksiyonu  $G^r$  ile gösterelim. Buna göre (2.33)'te  $u_b$  yerine  $u_b^r$  ve  $G$  yerine  $G^r$  yazılarak düzgün olmayan sınırlara sahip üç-parçalı uzaya gömülü cisimden saçılan alan integral denklemi elde edilir.



**Şekil 2.8.** Düzgün olmayan üç parçalı uzay geometrisi

Düzgün olmayan ara yüzeyleri oluşturan engebe ve çukurlar  $x_2 = L$  ve  $x_2 = -L$  düzlemleri ile ayrılmış tabakalı ortamda bu düzlemlerin altına ve üstüne gömülü cisimler olarak kabul edilmektedir. Şekil 2.8'e dikkat edilirse  $x_2 = L$ 'nin iki yanındaki cisimler  $x_2 = L$  düzlemi ve  $\Gamma_1$  tarafından sınırlandırılmıştır.  $x_2 = -L$ 'nin iki yanındaki cisimler ise  $x_2 = -L$  düzlemi ve  $\Gamma_2$  tarafından sınırlandırılmıştır. Burada  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_2$  sırasıyla birinci-ikinci ortamları ve ikinci-üçüncü ortamları ayıran engebeli yüzeyleri temsil etmektedir.  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_2$ ,  $x_2 = f(x_1)$  şeklinde bir fonksiyonlar karakterize edilebileceği gibi random bir değişime de sahip olabilir. Ayrıca, şekilden de görüleceği üzere ara yüzeylerin lokal bir bölgede düzgünlüğe sahip oldukları da mutlaka belirtilmelidir. Bu durumda arka plan alanını bulmak için aşağıdaki integral denklemi çözmek gerekecektir.

$$u_b^r(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k^2(x_2) \iint_R G^r(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \vartheta_r(\mathbf{z}) u_b^r(\mathbf{z}) d\mathbf{z} \quad (2.98)$$

Burada  $R$  düzgün olmayan ara yüzeyleri modelleyen varsayımsal cisimlerin tamamının  $x_1 - x_2$  düzlemindeki kesit alanı,  $u_b$ , ara yüzeylerin düzlem olması durumundaki toplam alanı,  $\vartheta^r$  ise bu cisimlere ilişkin cisim fonksiyonunu göstermektedir.  $\vartheta^r$ 'nin açık ifadesi şöyledir:

$$\vartheta^r(\mathbf{z}) = \begin{cases} \frac{k_2^2}{k_1^2} - 1, & z_2 > L \\ \frac{k_1^2}{k_2^2} - 1, & 0 < z_2 < L \\ \frac{k_3^2}{k_2^2} - 1, & L < z_2 < 0 \\ \frac{k_2^2}{k_3^2} - 1, & z_2 < -L \end{cases} \quad (2.99)$$

$k^2(x_2)$ 'nin açık ifadesi daha önce (2.32)'de verilen ile aynıdır. Düzgün olmayan ara yüzeye sahip üç-parçalı uzay Green fonksiyonu, uyarma kaynağının birim kaynak olması dışında  $u_b^r$ 'nin hesabı ile aynıdır. Buna göre arka plan uzayı Green fonksiyonunu bulmak için de aşağıdaki integral denklemin çözümünün gerekeceği açıktır.

$$G^r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + k^2(x_2) \iint_R G(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \vartheta^r(\mathbf{z}) G^r(\mathbf{z}, \mathbf{y}) d\mathbf{z} \quad (2.100)$$

## 2.6 Saçılan Alan İntegral Denkleminin Sayısal Çözümü - Moment Yöntemi (MoM)

Yukarıda saçılan alan için elde edilen integral denklem Moment yöntemine (MoM) dayalı sayısal bir yöntem kullanılarak çözülmüştür. MoM, frekans düzleminde elektromanyetik sınır veya hacim integral denklemlerini çözmek için kullanılan bir tekniktir. İntegral denklemler, elektrik alan integral denklemi (EFIE), manyetik alan integral denklemi (MFIE) ve karma potansiyel integral denklemi (MPIE) olmak üzere üç gruba ayrılmaktadır. MoM yöntemi, karmaşık integral denklemlerinin lineer denklem sistemine indirgenmesi ve böylece matris denkleme dönüştürülerek çözülmesi esasına dayanır.

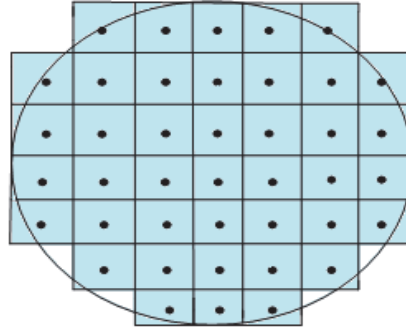
Şimdi, Bölüm 2.1'de elde edilen Fredholm integral denkleminin moment yöntemi ile çözüm prosedürü verilecektir. Bu denklemi tekrar yazalım.

$$u_s(\mathbf{x}) = k_b^2 \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \mathbf{y} \in B \quad (2.101)$$

Bu denklemden açıkça görülüyor ki, saçılan alanı bulmak için  $B$  cisminin iç noktalarındaki toplam alanı bilmek gerekmektedir. Toplam alan  $u(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + u_s(\mathbf{x})$ 'dir. Şimdi,  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  ve  $u_b(\mathbf{y})$ 'nin bilindiğini ve  $B$  cisminin Şekil 2.9'da görüldüğü gibi  $N$  tane küçük hücreye bölündüğünü varsayalım. Hücrelerin merkez noktalarındaki toplam alanları bulmak için (2.101)'deki denklemi ayrıklaştıralım.

$$u(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k_b^2 \sum_{n=1}^N \iint_{S_n} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.102)$$

Burada  $S_n$ ,  $n$ .inci hücrenin alanıdır. Hücre boyutları yeterince küçük seçilirse bu hücreler boyunca elektrik alan ve dielektrik sabitinin (buna bağlı olarak cisim fonksiyonu) değişmediği kabul edilebilir.



Şekil 2.9. MoM ile sayısallaştırma,  $N$  tane hücre sayısı

Bu durumda (2.102) denkleminde  $\vartheta$  ve  $u$  integralin dışına çıkartılabilir.

$$u(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k_b^2 \sum_{n=1}^N \vartheta_n u_n \iint_{S_n} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.103)$$

$\vartheta_n$  ve  $u_n$   $n$ .yinci hücrenin merkez noktasındaki cisim fonksiyonu ve alan değeridir. İç alanları yani  $B$  cismini oluşturan hücrelerin merkez noktalarındaki alanları bulmak

istediğimize göre gözlem noktaları bu noktalar olmalıdır. Bu şekilde aşağıda verilen lineer denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
u_1 = u(x_1) &= u_b(x_1) \\
&+ k_b^2 \left[ \vartheta_1 u_1 \iint_{S_1} G(x_1, \mathbf{y}) d\mathbf{y} + \vartheta_2 u_2 \iint_{S_2} G(x_1, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right. \\
&\quad \left. + \dots \dots + \vartheta_N u_N \iint_{S_N} G(x_1, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right] \\
u_1 = u(x_2) &= u_b(x_2) \\
&+ k_b^2 \left[ \vartheta_1 u_1 \iint_{S_1} G(x_2, \mathbf{y}) d\mathbf{y} + \vartheta_2 u_2 \iint_{S_2} G(x_2, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right. \\
&\quad \left. + \dots \dots + \vartheta_N u_N \iint_{S_N} G(x_2, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right] \\
&\quad \vdots \\
&\quad \vdots \\
u_N = u(x_N) &= u_b(x_N) \\
&+ k_b^2 \left[ \vartheta_1 u_1 \iint_{S_1} G(x_N, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right. \\
&\quad \left. + \vartheta_2 u_2 \iint_{S_2} G(x_N, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \dots \dots + \vartheta_N u_N \iint_{S_N} G(x_N, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \right] \tag{2.104}
\end{aligned}$$

Bu  $N$  bilinmeyenli lineer denklem sistemini,

$$[\mathbf{I} - \mathbf{A}]\mathbf{u} = \mathbf{u}_b \tag{2.105}$$

şeklinde matris formunda yazabiliriz. Burada  $\mathbf{I}$ ,  $N \times N$  boyutunda birim matristir.  $\mathbf{A}$  ise elemanları aşağıdaki gibi tanımlı  $N \times N$  boyutunda bir kare matristir.

$$A_{mn} = k_b^2 \vartheta_n \iint_{S_n} G(x_n, \mathbf{y}) d\mathbf{y} \tag{2.106}$$

$\mathbf{u}$  ve  $\mathbf{u}_b$  elemanları  $u_n = u(x_n)$  ve  $u_{bn} = u_b(x_n)$  olan  $N \times 1$  boyutlu vektörlerdir.  $x_n$ ,  $n$ .yinci hücrenin merkez noktası ve  $\vartheta_n$  bu noktadaki cisim fonksiyonudur. Elde edilen bu matris denklem çözümünden iç alanlar belirlendikten sonra bu alan saçılan alan integral denkleminde yerine yazılarak istenilen noktadaki saçılan alan (2.103)'ten belirlenebilir.

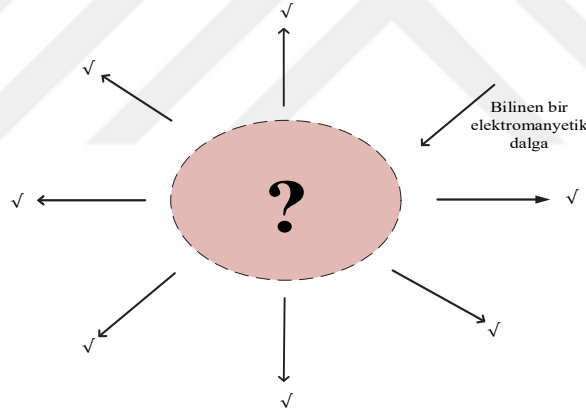


## BÖLÜM III

### TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ

Bilinmeyen bir cismin bilinen bir kaynak ile aydınlatılması sonucu oluşacak saçılan alan verileri kullanılarak bilinmeyen cismin geometrik ve fiziksel özelliklerinin saptanması problemi ters problem olarak tanımlanır. Tipik bir ters saçılma probleminde bilinmeyen cisim Şekil 3.1’de olduğu gibi, bir kaynak vasıtası ile uyarılan elektromanyetik dalga bu cisme/cisimlere çarpar ve o cisimden saçılarak alıcı kaynaklar tarafından toplanan saçılan alan bilgisinden cismin özelliklerinin belirlenmesi hedeflenir.

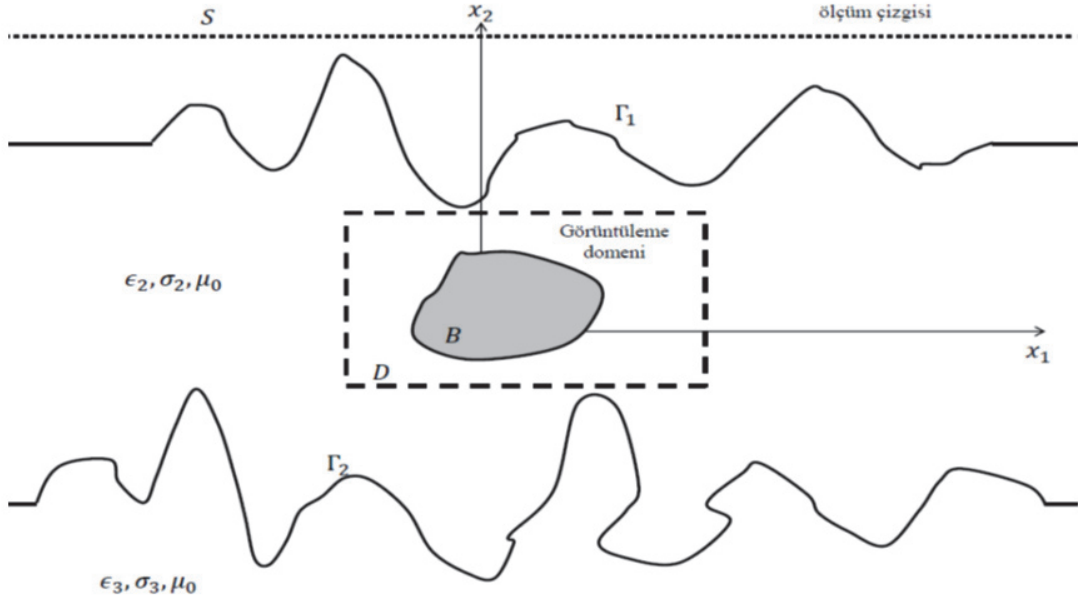
Ters saçılma problemlerinin çözümü düz saçılma problemlerine göre çok daha zordur ve daha fazla işlem yükü gerektirir. Günümüze kadar ters saçılma problemlerini çözmek ve daha iyi sonuçlar elde edebilmek için çeşitli algoritmalar ve yöntemler geliştirilmiştir.



Şekil 3.1. Bilinmeyen bir cisim veya ortamın düz problem ile gösterimi

#### 3.1 Genel Bir Ters Saçılma Problemi

Yapılan tez çalışmasında ele alınan en karmaşık problem düzgün olmayan ara yüzeylere sahip üç-tabakalı uzaya gömülü cismin görüntülenmesi problemidir. Bu probleme ait geometri Şekil 3.2’de verilmiştir.



**Şekil 3.2.** Problemin geometrisi

Burada uzay, düzgün olmayan  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_2$  yüzeyleri ile üç parçaya ayrılmıştır.  $\Gamma_1$ 'in üstünde kalan uzay parametreleri  $\epsilon_1, \sigma_1, \mu_0$ ,  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_2$  arasında kalan uzay parametreleri  $\epsilon_2, \sigma_2, \mu_0$  ve  $\Gamma_2$ 'nin altında kalan uzay ise parametreleri  $\epsilon_3, \sigma_3, \mu_0$  olan dielektrik ortamlardır. Burada, tabaklardan her hangi birine gömülü olan ve dielektrik sabiti  $\epsilon(\mathbf{x})$  ve iletkenliği  $\sigma(\mathbf{x})$  olan bir  $B$  cismi bir düzlem dalga kaynağı ile üst uzaydan aydınlatılmaktadır. Cisimden saçılan alan yine üst uzayda bir  $S$  sahasında ölçülmektedir. Ölçüm sahası (measurement domain) olarak adlandırılan  $S$ , bir nokta veya bir düzgün olmak zorunda olmayan bir çizgi olabilir. Gömülü cismin konumu tam olarak bilinmemekle birlikte dikdörtgensel bir  $D$  bölgesinin içinde yer aldığı kabul edilmektedir. Bu  $D$  bölgesi, geriçatma sahası (reconstruction domain) veya görüntüleme sahası olarak adlandırılacaktır. Burada ele alınan problem,  $S$  sahasında ölçülen saçılan alan bilgisinden  $D$  sahasının içinde bulunduğu tahmin edilen  $B$  cisminin geometrisini ve elektromanyetik parametrelerini belirleyebilmektir. Bu amaç doğrultusunda geometri Bölüm 2.1'de (2.1) ile verilen elektrik alanı  $Ox_3$  –eksenine paralel bir düzlem dalga ile aydınlatılmaktadır.  $S$  sahasında ölçülen, cisimden saçılan alan,

$$u_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_B G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \mathbf{x} \in S, \mathbf{y} \in B \quad (3.1)$$

integral denklemi ile ifade edilir. Burada,  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  uzayı düzgün olmayan arayüze sahip üç-parçalı uzay Green fonksiyonudur ve Bölüm 2.5'te verilen BOA yaklaşımı kullanılarak elde edilir. Bir ters saçılma probleminde  $B$  bilinmemekte ancak  $B$ 'nin içinde bulunduğu  $D$  bilinmektedir. Bu durumda  $S$  sahasında ölçülen saçılan alan yaklaşık olarak aşağıdaki gibi saçılan alan integral denkleminde eşitlenir.

$$u_s(\mathbf{x}) \approx k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \mathbf{x} \in S, \mathbf{y} \in D \quad (3.2)$$

Bu ters problem çözümüyle bulunmak istenen  $S$  sahasındaki saçılan alan bilgisinden integralin çekirdeğinde yer alan  $\vartheta(\mathbf{y}) = k^2(\mathbf{y})/k^2(x_2) - 1$  cisim fonksiyonudur. Dikkat edilmelidir ki, integralin çekirdeğinde yer alan cismin iç noktalarındaki toplam alan olan  $u(\mathbf{y})$ , cisim fonksiyonu  $\vartheta(\mathbf{y})$ 'ye bağlı olduğundan yukarıda verilen integral denklem nonlinear bir denklemdir.

Şimdi bu nonlinear integral denklemin çözümü için Born iteratif yöntemi (BIM), Distorted Born iteratif yöntemi (DBIM) ve Varyasyonel Born iteratif yöntemleri (VBIM) anlatılacaktır. Bu yöntemlerin hepsi de cisim fonksiyonu için başlangıç değerini Born yaklaşımı kullanılarak belirlenir. Born yaklaşımı, belirlenmeye çalışılan cismin saçıcılığının düşük olduğu durumda saçılan alanın ihmal edilmesi ve (3.2)'deki integralin çekirdeğindeki toplam alanın arka plan alanından ibaret olarak alınması yaklaşıklığına dayanır. Yani, zayıf saçıcı bir cisim için,

$$u(\mathbf{y}) \approx u_b(\mathbf{y}) \quad (3.3)$$

kabulü yapılır. Born yaklaşım altında (3.2)'deki nonlinear integral denklem aşağıdaki gibi lineerleştirilmiş olur.

$$u_s(\mathbf{x}) \approx k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u_b(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \mathbf{x} \in S, \mathbf{y} \in D \quad (3.4)$$

Şimdi bu lineer denklemin sayısal çözümünü ele alalım. Saçılan alan  $S$  üzerinde  $M$  tane noktada ölçülmüş olsun. Geriçatma sahası (reconstruction domain)  $N$  tane eşit dikdörtgensel hücreye bölünsün. Bu durumda (3.2)'deki integral denklem,

$$\mathbf{e} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} \quad (3.5)$$

şeklinde integral denkleme indirgenmiş olur. Burada  $\mathbf{e}$ ,  $M \times 1$  boyutunda bir vektör olup elemanları  $\mathbf{x}_m, m = 1, 2, \dots, M$  noktalarında ölçülen saçılan alan değerleri,  $\mathbf{A}$  elemanları,

$$A_{mn} = k^2(x_2) \iint_{D_n} G(x_m, \mathbf{y}) u_b(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.6)$$

ile belirlenen  $M \times N$  boyutunda bir matris ve  $\mathbf{v}$ , elemanları belirlenmeye çalışılan cisim fonksiyonunun ayrıklaştırılmış  $D$  sahasındaki değerleri olan  $N \times 1$  boyutlu bir vektördür. Bilinmeyen cisim fonksiyonunun, (3.5)'de  $\mathbf{A}$  matrisinin tersi alınıp  $\mathbf{e}$  vektörü ile çarpılması ile elde edilmesi beklenir. Fakat, ters problemlerin kötü-kurulmuş olma özelliği dolayısıyla, klasik anlamda  $\mathbf{A}$  matrisinin tersi alınamaz. Bu nedenle burada Tikhonov regülarizasyonu,

$$\mathbf{A}^* \mathbf{e} = (\alpha \mathbf{I} + \mathbf{A}^* \mathbf{A}) \cdot \mathbf{v} \quad (3.7)$$

kullanılmış ve doğrudan  $\mathbf{A}$ 'nın tersi almak yerine,

$$\mathbf{v} = (\alpha \mathbf{I} + \mathbf{A}^* \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^* \mathbf{e}) \quad (3.8)$$

kullanılarak bilinmeyen cisim fonksiyonu belirlenmiştir. Burada  $\alpha$  regülarizasyon parametresi olarak adlandırılır.  $\alpha = 0$  olduğunda denklemin (3.5)'tekine eşit olacağına dikkat edilmelidir. Yine yukarıdaki ifadelerde görülen  $\mathbf{A}^*$  ile  $\mathbf{A}$  matrisinin kompleks eşleniği kastedilmektedir. Böylece bu lineer denklem çözümünden birinci derece cisim fonksiyonu yani cisim fonksiyonu için ilk değer belirlenmiş olur. Aşağıda bahsedilecek iteratif yöntemler de iterasyon başlangıç değeri olarak bu değer kullanılır.

### 3.2 Born İteratif Yöntemi

Wang ve Chew, iki boyutlu ters saçılma problemini çözmek için iteratif bir prosedüre dayanan yeni bir yöntem sundular. Bu yöntem, her iterasyon adımında eşdeğer bir Neumann serisi çözümü kullanmıştır. Algoritmanın amacı, Born ve Rytov yaklaşımları bozulduğunda iki boyutlu görüntüleme problemini çözmek için genel bir yöntem sağlamaktır. Wang ve Chew, Born iteratif yöntemini kullanarak dielektrik sabitini yeniden oluşturdular (Wang ve Chew, 1989). Yani, Born yaklaşımı yetersiz kaldığında, elektromanyetik ters saçılma problemlerini çözmek için Green fonksiyonunun değişmediği bir BIM yöntemi kullanılabilir.

Born iteratif yönteminin ilk adımında, yukarıda anlatıldığı üzere Born yaklaşımı kullanılarak birinci derece cisim fonksiyonu elde edilir. Bulunan değer,

$$u_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.9)$$

denkleminde yerine koyularak bu integral denklem çözümünden buradan  $\vartheta(\mathbf{y})$  elde edilir. Daha sonra bu  $\vartheta(\mathbf{y})$  kullanılarak,

$$u(\mathbf{y}) = u_b(\mathbf{y}) + k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.10)$$

domain  $N$  tane hücrelere bölünerek,

$$[u_b] = [I - k^2(x_2) G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) d\mathbf{y}] [u] \quad (3.11)$$

matris denklem çözümünden  $D$  sahasındaki  $u$  iç alanlar elde edilir. Bulunan bu  $u$  iç alan yerine yazılırsa yeni saçılan alan,

$$\bar{u}_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.12)$$

elde edilir. Burada  $\bar{u}_s$ , hesaplanan saçılan alanı göstermektedir.  $u_s(x) = \bar{u}_s(x)$  olacağından,

$$u_s(x) = k^2(x_2) \iint_D G(x, y) \vartheta(y) u(y) dy \quad (3.13)$$

denkleminde kullanılıp bu integral denklem çözümünden bir cisim fonksiyonu elde edilir ve bu elde edilen cisim fonksiyonu tekrardan (3.10)'a yazılarak bu şekilde iterasyona devam edilir. İterasyon istenilen adıma kadar ya da,

$$Hata = \sum_{i=1}^n \frac{u_s^i(x) - u_s^{i-1}(x)}{u_s^i(x)} \leq \varepsilon \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanan bir hata başlangıçta belirlenen bir değerin altına düşene kadar devam ettirilir.

Ek olarak, (3.9)'un kötü kurulmuş olduğu iyi bilinmektedir. (3.9)'un uygun bir çözümünü bulmak ve problemin kararsızlığını ortadan kaldırmak gerekir. Bunun için regülarizasyon yöntemleri uygulanır. Tikhonov regülarizasyon yöntemi veya Conjugate gradient yöntemini kullanarak yukarıdaki denklemin ayrık bir versiyonunu çözmek mümkündür. Bu yöntemlerden biri uygulanarak, cisim fonksiyonu tespit edilir.

Born İteratif Yönteminin adımları:

1.adım: Born yaklaşımı ile (3.3) kabul edilerek düz problemde çağrılan saçılan alan datası  $u_s(x)$ 'den cisim fonksiyonu bulunur.

2.adım: 1.adımdan bulunan cisim fonksiyonu düz problemde kullanılarak yeniden oluşturulan alandaki toplam alan  $u(y)$  ve gözlem noktalarındaki saçılan alan  $\bar{u}_s(x)$  hesaplanır.

3.adım: Bu  $\bar{u}_s(x)$  kullanılarak tekrardan bir cisim fonksiyonu  $\vartheta$  bulunur.

4.adım: Yeni cisim fonksiyonu  $\vartheta$  olarak güncellenir. İterasyon bu şekilde devam eder.

### 3.3 Distorted Born Iteratif Yöntemi

Distorted born iteratif yöntemi, Born iteratif yöntemine (Wang ve Chew,1989) göre bir iyileşme/gelişme olarak Wang ve Chew (Wang ve Chew, 1990) tarafından önerilmiştir.

BIM'e benzer şekilde, ilk adımda Born yaklaşımı kullanılarak birinci derece cisim fonksiyonunu elde edilir. Birinci derece cisim fonksiyonu düz saçılma probleminde kullanılarak geriçatma sahasındaki toplam alanlar (iç alanlar) hesaplanır. BIM'den farklı olarak burada, gözlem noktalarında birim kaynağın geriçatma sahasında oluşturduğu alanlar hesaplanır ki bu ölçüm noktalarındaki birim kaynakların geriçatma sahasında elde edilen birim kaynak cevabıdır ve bu Green fonksiyonuna denk düşer. Yani, gözlem noktaları  $\mathbf{x}(x_1, x_2) \in S$  ve geriçatma sahası ayrıklaştırıldığında her bir iç nokta  $\mathbf{y}(y_1, y_2) \in D$  olmak üzere  $G(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  hesaplanır. Böylece yenilenmiş Green fonksiyonu elde edilmiş olur. Moment yöntemi (Richmond, 1965) kullanılarak düz saçılma problemini çözmek için bu cisim fonksiyonunu kullanılır ve alıcı noktalardaki ve cismin iç alanı hesaplanır. Birinci derece cisim fonksiyonunu kullanarak, her gözlem noktası için cisimdeki nokta kaynak cevabı hesaplanır.

Başlangıçta,  $u(\mathbf{y}) \approx u_b(\mathbf{y})$  Born yaklaşımdan lineerleştirilmiş ters saçılma problemi çözülür.

$$u_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.15)$$

buradan  $\vartheta(\mathbf{y})$  elde edilir. Daha sonra bu  $\vartheta(\mathbf{y})$  kullanılarak,

$$u(\mathbf{y}) = u_b(\mathbf{y}) + k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.16)$$

domain N tane hücrelere bölünerek,

$$[u_b] = [I - k^2(x_2)G(\mathbf{y}, \mathbf{y})\vartheta(\mathbf{y})d\mathbf{y}][u] \quad (3.17)$$

matris denklem çözümünden  $u$  iç alanlar elde edilir. Benzer olarak gözlem noktalarındaki birim kaynakların geriçatma sahasındaki cevabı yani,  $\bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  hesaplanır. Şöyle ki,

$$\bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = G(\mathbf{y}, \mathbf{x}) + k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) \bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) d\mathbf{y} \quad (3.18)$$

domain  $N$  tane hücrelere bölünerek,

$$[G(\mathbf{y}, \mathbf{x})] = [I - k^2(x_2)G(\mathbf{y}, \mathbf{y})\vartheta(\mathbf{y})d\mathbf{y}][\bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x})] \quad (3.19)$$

matris denkleminin çözümünden iç alanları bulmak için gözlem noktaları geriçatma sahasının iç noktası olarak seçilir. Yeni saçılan alan,

$$\bar{u}_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D \bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.20)$$

Burada  $\bar{u}_s$ , hesaplanan saçılan alanı göstermektedir. Gerçek yani ölçülen saçılan alan ve hesaplanan saçılan alanın farkı,

$$\Delta u_s(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) - \bar{u}_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.21)$$

denkleminde kullanılıp bu integral denklem çözümünden bir fark cisim fonksiyonu elde edilir. Bu fark cisim fonksiyonu, bir önceki iterasyon adımıdaki cisim fonksiyonuna eklenerek güncellenir.

$$\vartheta_i = \vartheta_{i-1} + \Delta \vartheta_i \quad (3.22)$$

Bu şekilde iterasyona devam edilir. İterasyon istenilen adıma kadar ya da,

$$Hata = \sum_{i=1}^n \frac{u_s^i(\mathbf{x}) - u_s^{i-1}(\mathbf{x})}{u_s^i(\mathbf{x})} \leq \varepsilon \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlanan bir hata başlangıçta belirlenen bir değerin altına düşene kadar devam ettirilir.

Ek bilgi olarak, (3.15) ve (3.20)'in kötü kurulmuş olduğu iyi bilinmektedir. (3.15) ve (3.20)'in uygun bir çözümü bulmak ve problemin kararsızlığını ortadan kaldırmak gerekir. Bunun için regülarizasyon yöntemleri uygulanır. Bu yöntemlerden Tikhonov regülarizasyon yöntemini uygulanarak, cisim fonksiyonu tespit edilir.

Distorted Born İteratif Yönteminin adımları:

1.adım: Born yaklaşımı ile (3.3) kabul edilerek düz problemde çağrılan saçılan alan datası  $u_s(\mathbf{x})$ 'den cisim fonksiyonu bulunur.

2.adım: 1.adımdan bulunan cisim fonksiyonu düz problemde kullanılarak yeniden oluşturulan alandaki toplam alan  $u(\mathbf{y})$  ve gözlem noktalarındaki saçılan alan  $\bar{u}_s(\mathbf{x})$  hesaplanır.

3.adım: Benzer olarak, gözlem noktalarındaki birim kaynakların geriçatma sahasındaki cevabı yani,  $\bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  hesaplanır ve bu hesaplanan  $\bar{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  vasıtasıyla  $\bar{u}_s(\mathbf{x})$  bulunur.

4.adım:  $\Delta u_s(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) - \bar{u}_s(\mathbf{x})$  kullanılarak ters problem çözülür ve buradan fark cisim fonksiyonu  $\Delta\vartheta$  bulunur.

5.adım: Yeni cisim fonksiyonu  $\vartheta = \vartheta + \Delta\vartheta$  olarak güncellenir. İterasyon bu şekilde devam eder.

Distorted Born iteratif yönteminin yakınsama oranı, Born iteratif yönteminden daha hızlıdır. Bununla birlikte, Born iteratif yöntem, distorted born iteratif yöntemine göre gürültüye daha toleranslıdır.

### 3.4 Variational Born İteratif Yöntemi

Zaiping ve Yerong bir hybrid BIM (HBIM) yöntemi sundular. Bu yöntemde, DBIM, ilk birkaç iterasyonda çözümün yakınsamasını hızlandırmak için kullanılmıştır ve daha sonraki iterasyonlarda BIM çözümünün kararlılığını geliştirmek için kullanılmaktadır (Zaiping ve Yerong, 1998). Bu iki yöntemin farklılığından dolayı DBIM'den BIM'e geçiş yapmak pek uygun değildir. Çünkü DBIM yönteminde her iterasyonda Green fonksiyonu hesaplandığı için zaman harcayan bir yöntemdir. Bu sebepten dolayı Zaiping ve

arkadaşları iki boyutlu ortamda DBIM'in hesaplama süresini azaltmak ve DBIM'den BIM'e geçişi geliştirmek için varyasyonel BIM'i önermişlerdir (Zaiping vd., 2000).

Varyasyonel Born iteratif yönteminin ilk adımında, yukarıda anlatıldığı üzere Born yaklaşımı kullanılarak birinci derece cisim fonksiyonu elde edilir. Bulunan değer,

$$u(\mathbf{x}) = u_b(\mathbf{x}) + k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.24)$$

denkleminde yerine koyularak bu integral denklem çözümünden  $D$  sahasındaki  $u$  iç alanlar bulunur. Elde edilen iç alanlar ve cisim fonksiyonu,

$$\bar{u}_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{y}, \mathbf{y}) \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.25)$$

denkleminde kullanılarak  $S$  sahasında saçılan alan hesaplanır. Burada  $\bar{u}_s$ , hesaplanan saçılan alanı göstermektedir. Gerçek yani ölçülen saçılan alan ve hesaplanan saçılan alanın farkı,

$$\Delta u_s(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) - \bar{u}_s(\mathbf{x}) = k^2(x_2) \iint_D G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta \vartheta(\mathbf{y}) u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.26)$$

denkleminde kullanılıp bu integral denklem çözümünden bir fark cisim fonksiyonu elde edilir. Bu fark cisim fonksiyonu, bir önceki iterasyon adımındaki cisim fonksiyonuna eklenerek güncellenir.

$$\vartheta_i = \vartheta_{i-1} + \Delta \vartheta_i \quad (3.27)$$

Bu şekilde iterasyona devam edilir. İterasyon istenilen adıma kadar ya da,

$$Hata = \sum_{i=1}^n \frac{u_s^i(\mathbf{x}) - u_s^{i-1}(\mathbf{x})}{u_s^i(\mathbf{x})} \leq \varepsilon \quad (3.28)$$

şeklinde tanımlanan bir hata başlangıçta belirlenen bir değerin altına düşene kadar devam ettirilir.

Varyasyonel Born İteratif Yönteminin adımları:

1.adım: Born yaklaşımı ile (3.3) kabul edilerek düz problemde çağrılan saçılan alan datası  $u_s(\mathbf{x})$ 'den cisim fonksiyonu bulunur.

2.adım: 1.adımdan bulunan cisim fonksiyonu düz problemde kullanılarak yeniden oluşturulan alandaki toplam alan  $u(\mathbf{y})$  ve gözlem noktalarındaki saçılan alan  $\bar{u}_s(\mathbf{x})$  hesaplanır.

3.adım:  $\Delta u_s(\mathbf{x}) = u_s(\mathbf{x}) - \bar{u}_s(\mathbf{x})$  kullanılarak ters problem çözülür ve buradan fark cisim fonksiyonu  $\Delta\vartheta$  bulunur.

4.adım: Yeni cisim fonksiyonu  $\vartheta = \vartheta + \Delta\vartheta$  olarak güncellenir. İterasyon bu şekilde devam eder.

## BÖLÜM IV

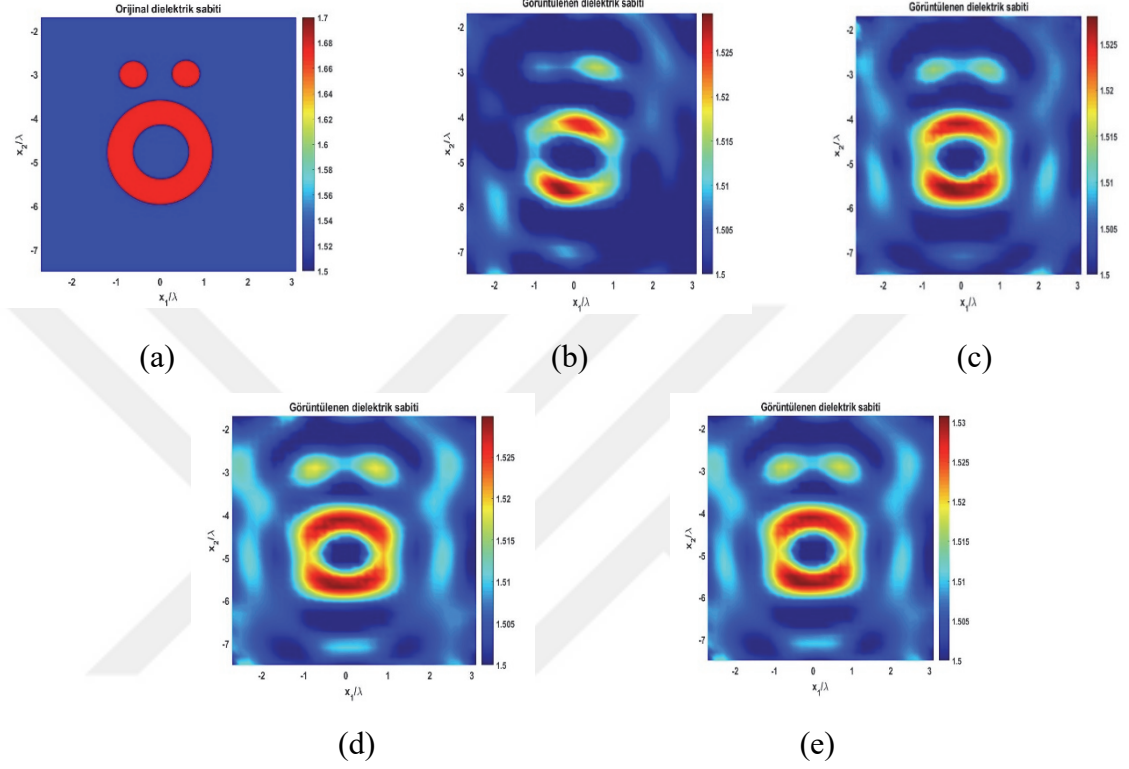
### SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, Bölüm 3'te bahsedilen ters saçılma algoritmaları kullanılarak engebeli (düzgün olmayan) ara yüzeylere sahip tabakalı ortamlara gömülü cisimlerin geriçatma (görüntüleme) sonuçları verilmiştir. Tüm örneklerde üst uzayın hava olduğu ( $\epsilon_{r1} = 1, \mu_1 = \mu_0, \sigma_1 = 0$ ) olduğu kabul edilmiştir. Verilen örneklerde çeşitli parametreler değiştirilerek bunların geriçatma performansı üzerine etkileri incelenmiştir. Aynı konfigürasyon için BIM, DBIM ve VBIM yöntemleri hem geriçatma performansı hem de hesaplama performansı açısından karşılaştırılmış. Cisim/cisimlerin gömülü bulunduğu arka plan uzayının iki-parçalı ve üç-parçalı olmasının geriçatma sonuçları üzerine etkileri incelenmiştir. Ayrıca bu tabakaları ayıran ara yüzeylerin pürüzlülüğünün geriçatma sonuçlarını nasıl etkilediği de incelenmiştir.

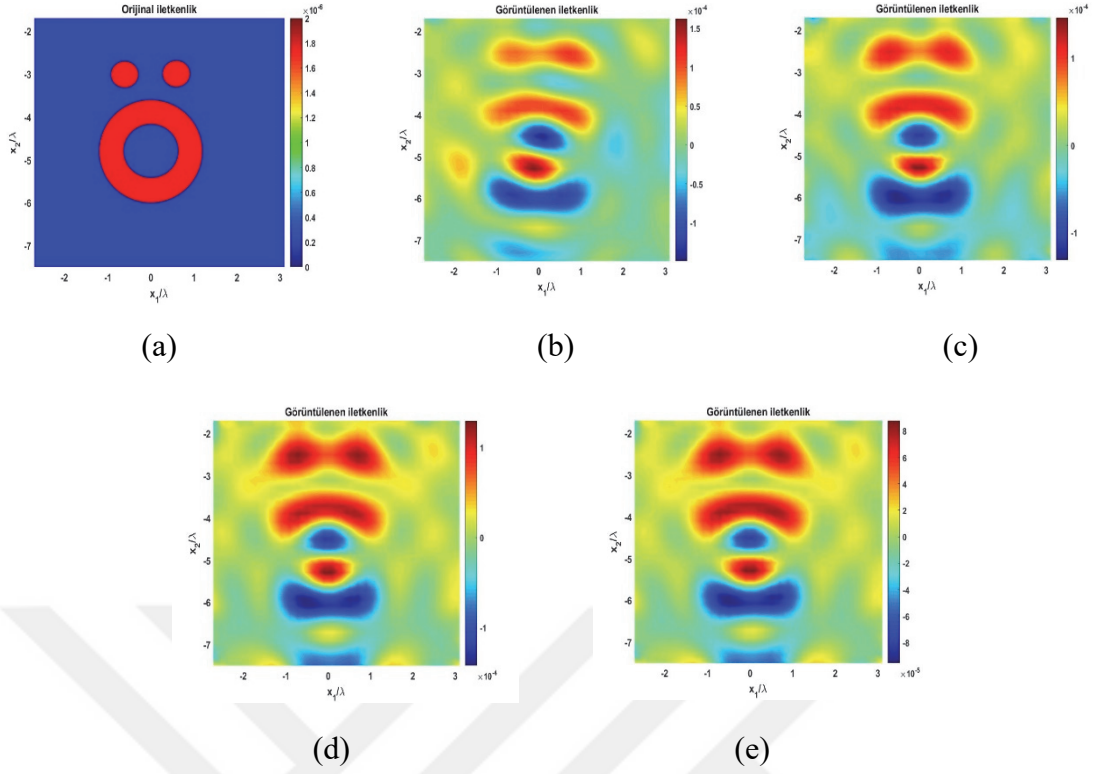
Ters saçılma algoritmalarında kullanılan ölçülen saçılan alan verileri deneysel ölçüm için laboratuvar imkânımız mevcut olmadığından düz saçılma probleminin çözümünden sentetik olarak elde edilmiştir. Gömülü cisimlerin konumları, fiziksel ve geometrik özellikleri bu sentetik veriler sayesinde tespit edilmeye çalışılmıştır.

İlk örnekte yöntemlerin performansını incelemek için iki parçalı uzaya gömülü "Ö" şeklinde bir yapıya sahip olan dielektrik sabiti  $\epsilon_{r1} = 1.7$  iletkenliği  $\sigma_1 = 2 \times 10^{-6}$  olan bir cisim ele alınmıştır. İki parçalı uzayın üst yarı-uzayı hava ( $\epsilon_{r1} = 1, \mu_1 = \mu_0, \sigma_1 = 0$ ), alt yarı-uzayı ise parametreleri  $\epsilon_{r2} = 1.5, \mu_2 = \mu_0, \sigma_2 = 5 \times 10^{-5}$  olan dielektrik ortamdır. Geometri üst yarı-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 40 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır. Saçılan alan verileri  $x_2 = 0.2\lambda$  düzleminde  $0.2\lambda$  adım aralığı ile 100 farklı noktada ölçülmüştür (düz problem çözümünden sentetik olarak üretilmiştir). Geriçatma sahası  $1.5\lambda \times 1.5\lambda$  boyuntundadır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır. Bir düzlem dalga kaynağı, 100MHz frekansı ile aydınlatma yapılmaktadır. Regülerizasyon parametresi  $1 \times 10^{-13}$  alınmıştır. İterasyon sayısı 5'tir. Bu senaryo için Born yaklaşıklığı, BIM, DBIM ve VBIM ile elde edilen dielektrik sabitinin geriçatma sonuçları Şekil 4.1'de verilmiştir. Born yaklaşıklığı, BIM, DBIM ve VBIM ile elde edilen iletkenlik geriçatma

sonuçları Şekil 4.2’de verilmiştir. Bu sonuçlar incelendiğinde, hem cismin şeklini hem de dielektrik sabiti ile iletkenliği gerçek değere daha yakın bulma açısından DBIM ve VBIM’in BIM’e göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Bununla birlikte DBIM yöntemi her bir iterasyon adımında Green fonksiyonunun da yenilenmesini gerektirdiğinden BIM ve VBIM’e göre daha yavaştır.

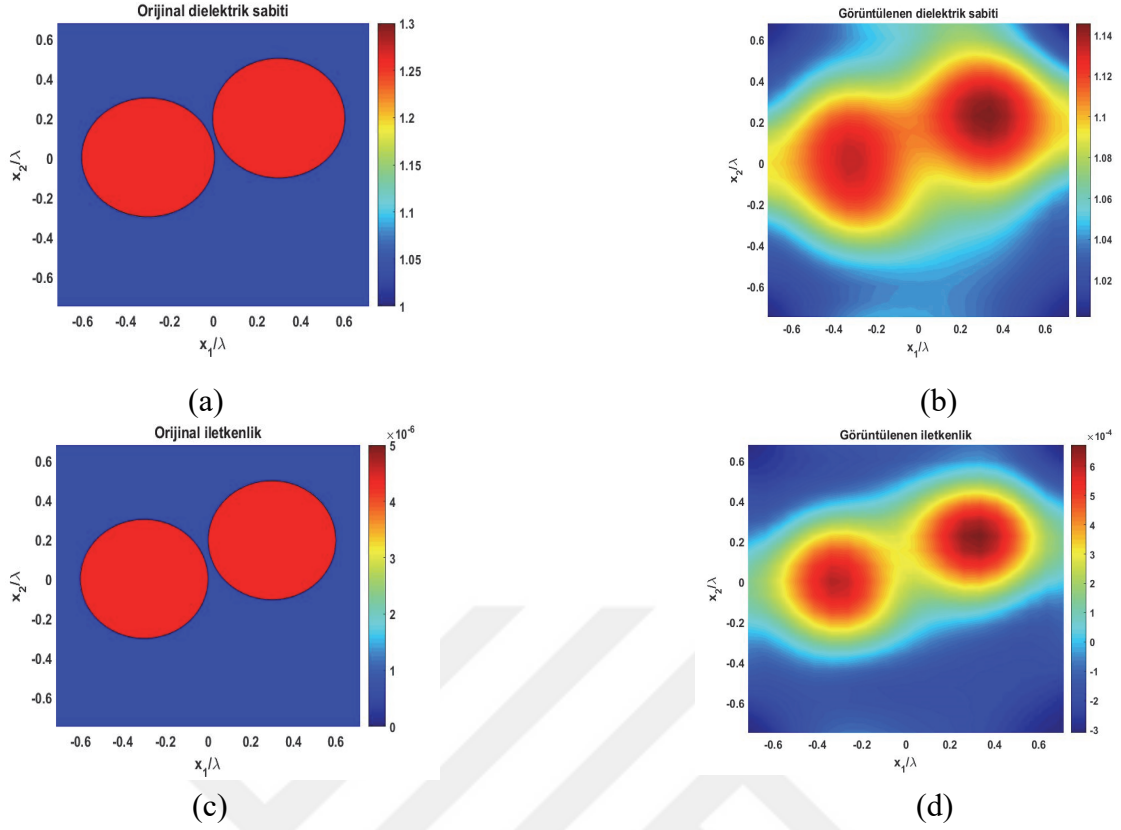


**Şekil 4.1.**  $f = 100MHz$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 1.7$  olan cismin görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Born yaklaşıklığı ile görüntülenen dielektrik sabiti (b), BIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (c), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (d), VBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (e)



**Şekil 4.2.**  $f = 100\text{MHz}$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan  $\sigma_1 = 2 \times 10^{-6}$  olan cismin görüntüleme sonuçları, İletkenliğinin orijinal profili (a), Born yaklaşıklığı ile görüntülenen iletkenlik (b), BIM ile görüntülenen iletkenlik (c), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (d), VBIM ile görüntülenen iletkenlik (e)

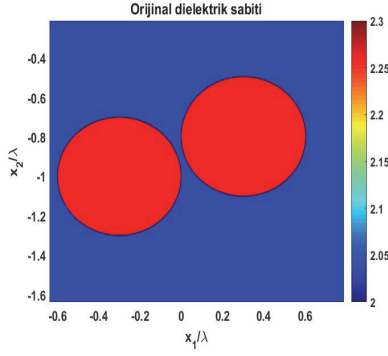
İkinci örnekte, boş uzayda bulunan cismin bağıl dielektrik sabitleri  $\epsilon_{r1} = 1.3$  ve iletkenliği  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ S/m}$  olan iki dairesel silindirik cisim göz önüne alınmıştır. Bu amaçla cisimlerin her ikisinin yarıçapı da  $0.3 \lambda$ 'dır. Boş uzay durumunda, birinci dairenin merkezi  $(-0.3\lambda, 0\lambda)$ , ikinci dairenin merkezi  $(0.3\lambda, 0.2\lambda)$ 'dır. Bu cisimlerin etrafında  $1.5\lambda$  yarıçaplı 100 tane gözlem noktası bulunmaktadır. Geriçatma sahası  $1.5\lambda \times 1.5\lambda$  boyundadır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır. Bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 360^\circ$  arasında değişen 40 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır Bir düzlem dalga kaynağı,  $300\text{MHz}$  frekansı ile aydınlatma yapılmaktadır. Şekil 4.3'de sonuçlar sunulmuştur. Cisimler boş uzayda olduğunda, cisimlerin etrafında her yönden dalga gönderilip alınabileceği için ve buna bağlı olarak elimizde daha çok veri bulunacağından görüntüleme sonuçlarının daha başarılı olacağı aşikardır. Şekil 4.3.a'da cismin orijinal dielektrik sabiti profili gösterilmiştir. DBIM yöntemi kullanılarak cismin dielektrik sabiti ve iletkenliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Cisimler boş uzayda olduğunda, cismin etrafından ölçüm alınabildiği için cismin konumunu ve şeklini daha belirgin bulabilmiştir. Şekil 4.3.b ve Şekil 4.3.d'de bulunan sonuçlar gösterilmiştir.



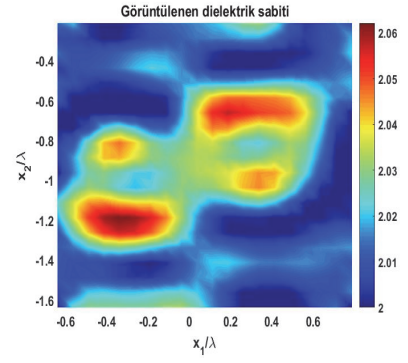
**Şekil 4.3.**  $f = 300\text{MHz}$ 'de boş uzayda bulunan  $\epsilon_{r1} = 1.3$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ S/m}$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profil (c), Görüntülenen iletkenlik (d)

Üçüncü örnek arka plan uzayının tabakalı olmasının geriçatma sonuçları üzerindeki etkisini açığa çıkarmaya adanmıştır. Bu amaçla, bağıl dielektrik sabitleri  $\epsilon_{r1} = 2.3$  ve iletkenliği  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} \text{ S/m}$  olan iki dairesel silindirik cisim göz önüne alınmıştır. Cisimlerin her ikisinin yarıçapı da  $0.3 \lambda$ 'dır. Bu cisimlerin sırasıyla iki parçalı uzayın alt-uzayında ve üç parçalı uzayın orta tabakasında ve alt-uzayında olmaları durumları ayrı ayrı incelenmiş ve bu durumlar için DBIM yöntemi kullanılarak görüntüleme sonuçları elde edilmiştir. İki parçalı uzay durumunda üst uzay hava seçilirken alt-uzay parametreleri  $\epsilon_{r2} = 2, \mu_2 = \mu_0, \sigma_2 = 1 \times 10^{-6} \text{ S/m}$  olan dielektrik ortam seçilmiştir. Birinci dairenin merkezi  $(-0.3\lambda, -1\lambda)$ , ikinci dairenin merkezi  $(0.3\lambda, -0.8\lambda)$ 'dır. Saçılan alan verileri  $x_2 = 0\lambda$  düzleminde  $0.2\lambda$  yukarıda 100 farklı noktada ölçülmüştür. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır. Geriçatma sahası  $1.5\lambda \times 1.5\lambda$  boyundadır ve merkezi  $(0\lambda, -1\lambda)$  konumunda yer almaktadır. Üç-parçalı uzay durumunda ise, üst-uzay hava, orta tabaka iki parçalı uzayda olduğu gibi  $\epsilon_{r2} = 2, \mu_2 = \mu_0, \sigma_2 = 1 \times 10^{-6} \text{ S/m}$  ve alt-uzay parametreleri  $\epsilon_{r3} = 2.5, \mu_3 = \mu_0, \sigma_3 = 1 \times 10^{-6} \text{ S/}$

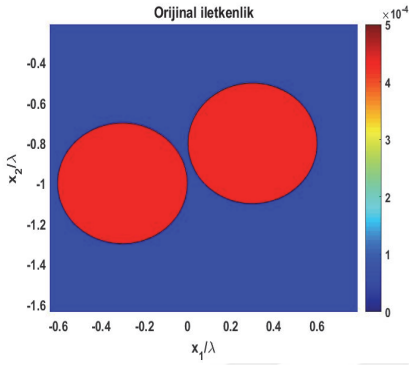
$m$  olan dielektrik ortamdır. Birinci dairenin merkezi  $(-0.3\lambda, 0\lambda)$ , ikinci dairenin merkezi  $(0.3\lambda, 0.2\lambda)$ 'dır. Saçılan alan verileri  $x_2 = 1\lambda$  düzleminden  $0.2\lambda$  yukarıda 100 gözlem noktasından ölçülmüştür. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır. Geriçatma sahası  $1.5\lambda \times 1.5\lambda$  boyuntundadır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır. Bu geriçatmada cisimlerin içinde bulunduğu bölgenin önceden bilindiği varsayılmaktadır. Geometri üst-uzaydan uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 40 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır Bir düzlem dalga kaynağı, 300MHz frekansı ile aydınlatma yapılmaktadır. Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-13}$  alınmıştır. İterasyon sayısı 5'tir. Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil4.6'da sonuçlar sunulmuştur. Cisimler gömülü olduğunda, yalnızca üst uzaydan sınırlı bir bölgede aydınlatılıp yine yalnızca üst-uzayda ölçüm alınabileceğinden elimizde bulunan veri sayısı eksiktir. Eksik veri ile elde edilen görüntülemenin başarısı diğerine göre daha düşüktür. Bunu, verilen şekiller karşılaştırmalı olarak incelediğinde açıkça görmek mümkündür. Şekil 4.4.a'da cismin orijinal dielektrik sabiti profili ve Şekil 4.4.c'de de cismin orijinal iletkenliği gösterilmiştir. DBIM yöntemi kullanılarak cismin dielektrik sabiti ve iletkenliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Şekil 4.4.b ve Şekil 4.4.d'de bulunan sonuçlar gösterilmiştir. Cisimler iki-parçalı uzayın ikinci tabakasında bulunmaktadır. Şekil 4.5.a'da cismin orijinal dielektrik sabiti profili ve Şekil 4.5.c'de de cismin orijinal iletkenliği gösterilmiştir. DBIM yöntemi kullanılarak cismin dielektrik sabiti ve iletkenliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Şekil 4.5.b ve Şekil 4.5.d'de bulunan sonuçlar gösterilmiştir. Cisimler üç-parçalı uzayın ikinci tabakasında bulunmaktadır. Şekil 4.6.a'da cismin orijinal dielektrik sabiti profili ve Şekil 4.6.c'de de cismin orijinal iletkenliği gösterilmiştir. DBIM yöntemi kullanılarak cismin dielektrik sabiti ve iletkenliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Şekil 4.5.b ve Şekil 4.5.d'de bulunan sonuçlar gösterilmiştir. Cisimler üç-parçalı uzayın üçüncü tabakasında bulunmaktadır. Şekil 4.5.b ve şekil 4.6.b karşılaştırıldığında, cisim ikinci katmanda iken cismin dielektrik sabitini üçüncü katmana göre iyi bulmaktadır. Ayrıca, cismin konumunu da daha iyi bulabilmektedir. Aynı şekilde, Şekil 4.5.d ve Şekil 4.6.d karşılaştırıldığında iletkenliğini ikinci katmanda daha iyi bulabilmektedir. Cisim gözlem noktasına ne kadar yakın ise sonuçlar o kadar iyi olmaktadır.Şekil 4.4.b ve şekil 4.5.b karşılaştırıldığında, cismin dielektrik sabitini iki-parçalı uzayın ikinci katmanında iken cismi üç parçalı uzayın ikinci katmanına göre şeklini belirgin bulmuştur. Fakat Şekil 4.5.b de cismin dielektrik sabitini Şekil 4.4.b'ye göre daha iyi bulmuştur.



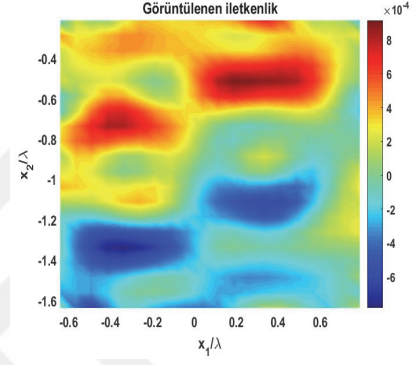
(a)



(b)

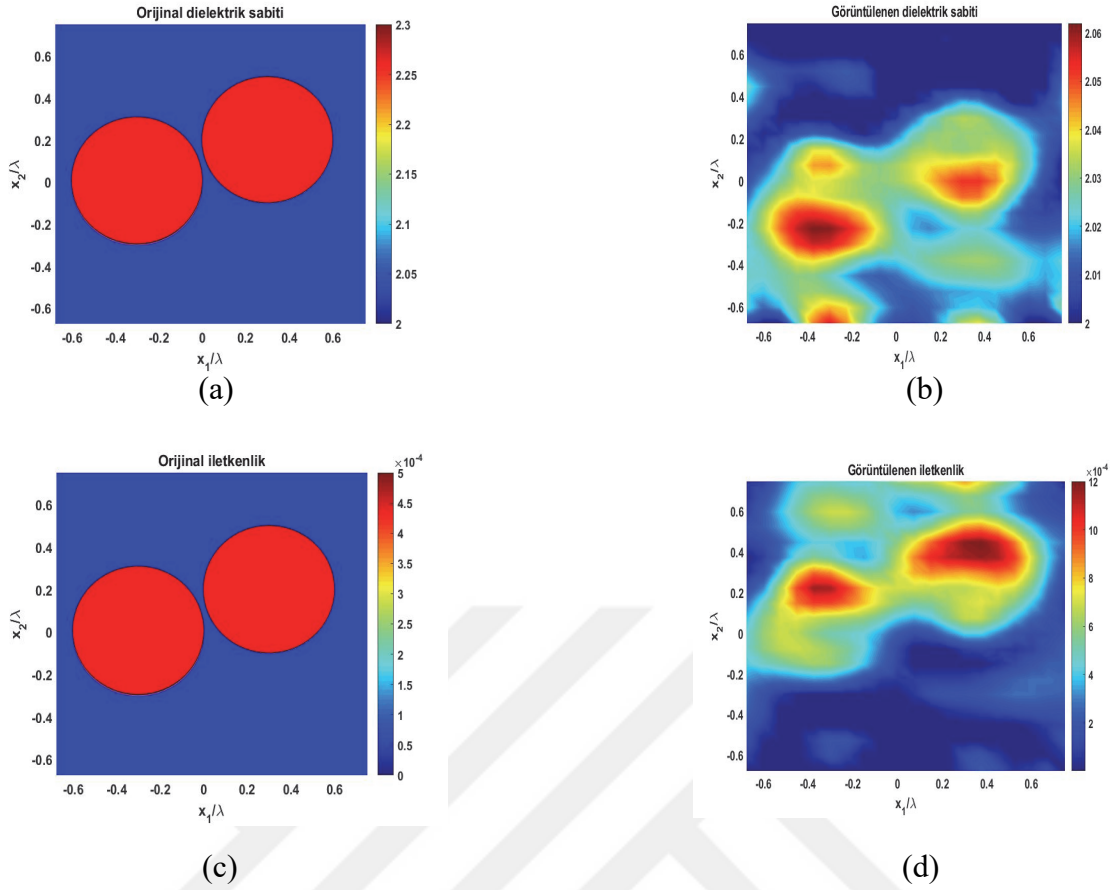


(c)

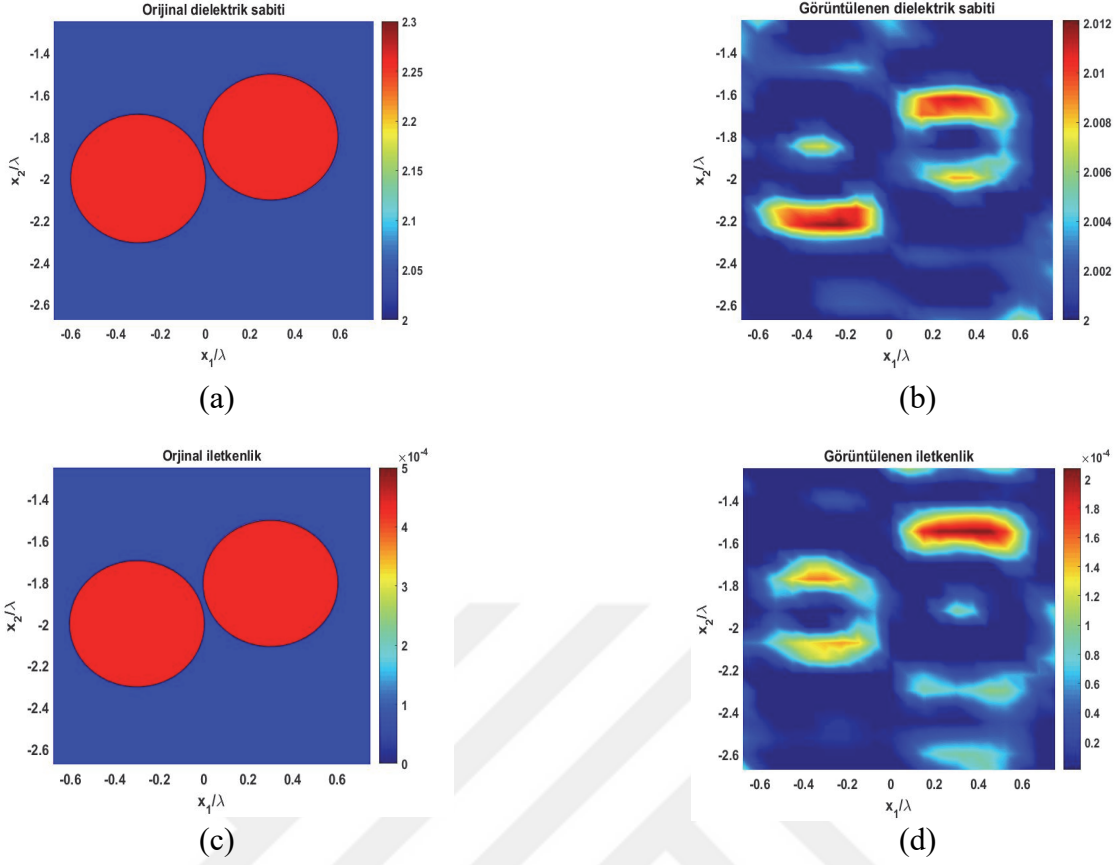


(d)

**Şekil 4.4.**  $f = 300MHz$ 'de iki-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2.3$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profil (c), Görüntülenen iletkenlik (d)



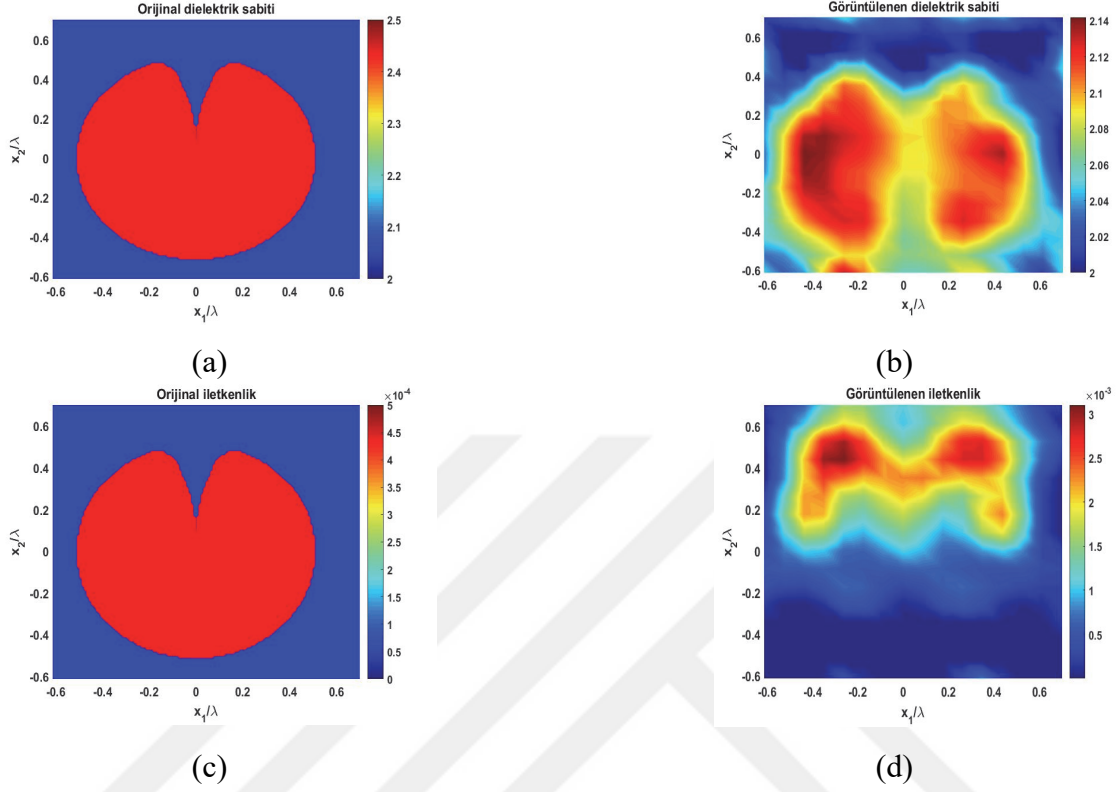
**Şekil 4.5.**  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2.3$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d)



**Şekil 4.6.**  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı uzayda üçüncü tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2.3$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d)

Dördüncü örnekte, karmaşık geometriye sahip bir cismin görüntülenmesi amaçlanmıştır. Bu senaryoda üç-tabakalı ortamın orta-uzayına yerleştirilmiş kardioid kesitli bir dielektrik cisim ele alınmıştır. Tabakalı ortamın üst-uzayı hava, orta-uzayı, bağlı dielektrik sabiti  $\epsilon_{r2} = 2$ , orta-uzayın iletkenliği  $\sigma_2 = 1 \times 10^{-6} S/m$ ,  $\mu_2 = \mu_0$  olan düşük iletkenlikli bir ortamdır. Alt-uzayı ise bağlı dielektrik sabiti  $\epsilon_{r3} = 2.3$ , alt-uzayın iletkenliği  $\sigma_3 = 1 \times 10^{-5} S/m$ ,  $\mu_3 = \mu_0$  olan dielektrik ile doludur. Gömülü cismin elektromanyetik parametreleri  $\epsilon_{r1} = 2.5$ , cismin iletkenliği  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  şeklindedir. Saçılan alan verileri  $x_2 = 1\lambda$  düzleminden  $0.2\lambda$  yukarıda 100 gözlem noktasından ölçülmüştür. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır. Geriçatma sahası  $(1.4\lambda, 1.4\lambda)$  boyundadır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır. Geometri üst-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 40 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır. Engebeli yüzeyler, korelasyon uzunluğu  $0.1\lambda$ , rms yüksekliği  $0.7\lambda$  ile karakterize edilen random (rastgele) yüzeylerdir. Engebeli

yüzeylerin uzunluğu  $10\lambda$ 'dır. Ters saçılma algoritmasındaki Tikhonov regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-13}$  alınmıştır. Verilen şekiller 5 iterasyonla elde edilmiştir.

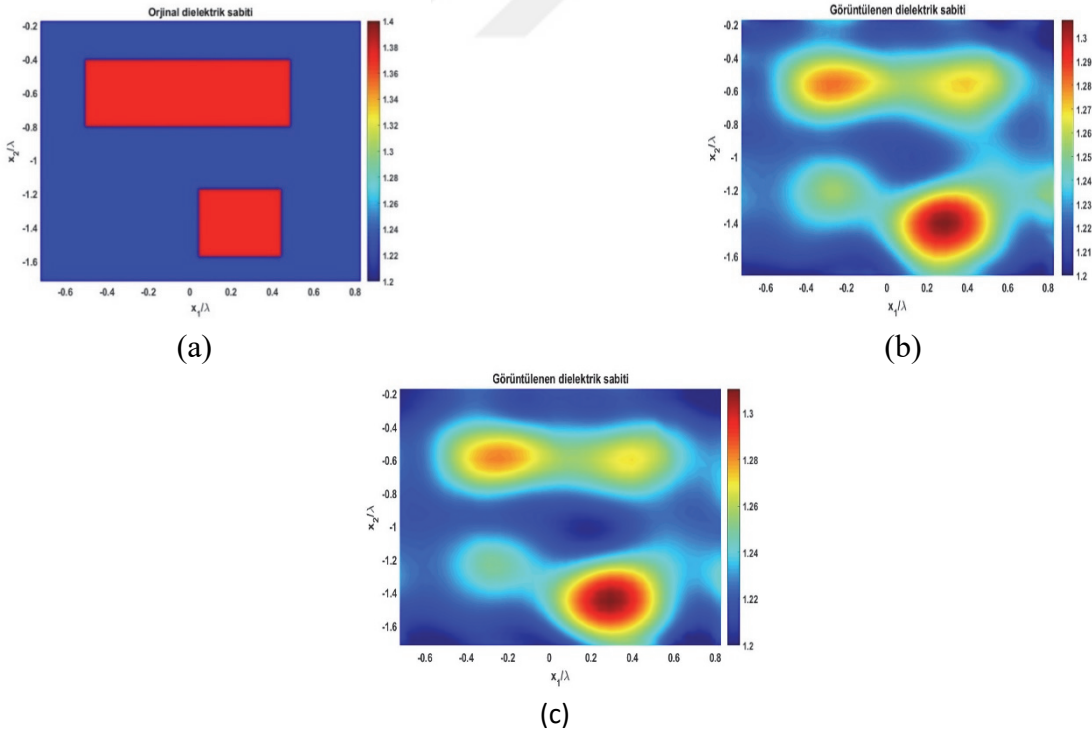


**Şekil 4.7.**  $f = 300\text{MHz}$ 'de üç-parçalı engebeli uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2.5$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} \text{ S/m}$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d)

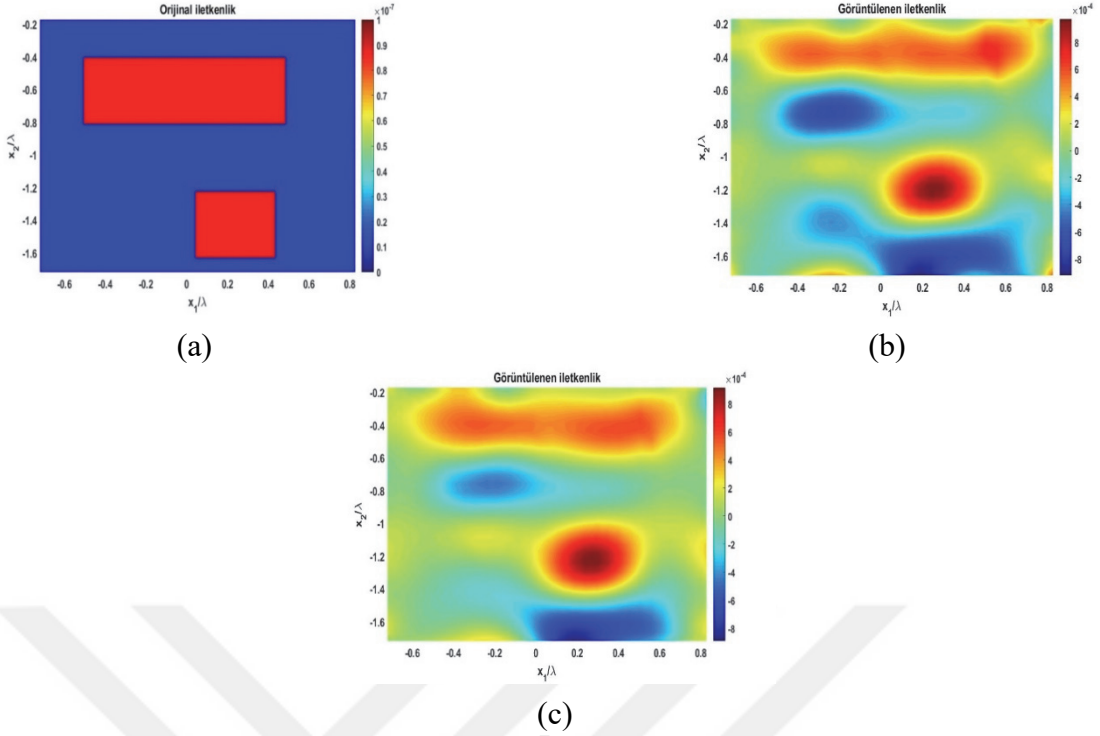
Beşinci örnekte, iki tabakalı ortamda bulunan ve üst-uzay hava, alt-uzay ise düşük bağıl dielektrik sabitine sahiptir ve elektromanyetik parametreleri şunlardır; bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_{r2} = 1.2$ , alt-uzayın iletkenliği  $\sigma_2 = 5 \times 10^{-8} \text{ S/m}$ ,  $\mu_2 = \mu_0$  şeklindedir. Görüntülenmeye çalışılan cisimler dikdörtgen ve karedir. Dikdörtgenin boyutları  $1\lambda \times 0.4\lambda$  ve merkezi  $(0\lambda, -0.6\lambda)$ 'dır, karenin boyutları  $0.4\lambda \times 0.4\lambda$  ve merkezi  $(0.25\lambda, -1.4\lambda)$ 'dır. Gömülü cismin elektromanyetik parametreleri  $\epsilon_{r1} = 1.4$ , cismin iletkenliği  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} \text{ S/m}$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  şeklindedir. Saçılan alan verileri  $x_2 = 0$  düzleminden  $0.6\lambda$  yukarıda 100 farklı noktadan ölçülmüştür. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır. Engebeli yüzeyin uzunluğu  $20\lambda$ 'dır. Engebeli yüzeyler, korelasyon uzunluğu  $0.5\lambda$ , rms yüksekliği  $0.2\lambda$  ile karakterize edilen random (rastgele) yüzeylerdir. Ters saçılma algoritmasındaki Tikhonov regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  alınmıştır. Geometri üst-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ -$

180° arasında değişen 30 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır. Bir düzlem dalga kaynağı, 300MHz frekansı ile aydınlatma yapılmaktadır. Şekil 4.8.b. ve Şekil 4.8.c’de DBIM yöntemi ile VBIM yönteminin karşılaştırılması yapılmıştır. VBIM yöntemi, DBIM yöntemine göre daha hızlı sonuç vermiştir. Arka plan değerini daha belirgin bulmuştur. Şekil 4.9.b. ve Şekil 4.9.c’de DBIM yöntemi ile VBIM yönteminin iletkenlik karşılaştırması yapılmıştır. Bu iki yöntemde, iletkenlik değerini yaklaşık olarak aynı bulunmuştur. VBIM yöntemi arka plan değerini daha belirgin bulmuştur. Şekil 4.10.b. ve Şekil 4.10.c’de DBIM yöntemi ile VBIM yönteminin bağıl dielektrik sabitinin geriçatma sahasının boyutlarının karşılaştırması yapılmıştır. VBIM yöntemi, DBIM yöntemine göre daha hızlı sonuç vermiştir. Şekil 4.8 ve Şekil 4.10’u karşılaştıracak olursak, geriçatma (görüntüleme) alanı büyüdükçe cismin yerini ve dielektrik özelliğini yeterince iyi tespit edememektedir. Aynı şekilde, Şekil 4.9. ve Şekil 4.11.’de iletkenliğini iyi bulamamaktadır. Bizim tahmini geriçatma sahasını ne kadar iyi tahmin eder ve seçerse cismin tespiti o kadar iyi olacaktır. İterasyon sayısı da bu bulunan sonuçları etkilemektedir. Burada elde edilen şekiller 5 iterasyonda bulunmuştur.

**a)** Geriçatma sahası  $(1.6\lambda, 1.6\lambda)$  boyuntundadır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır.

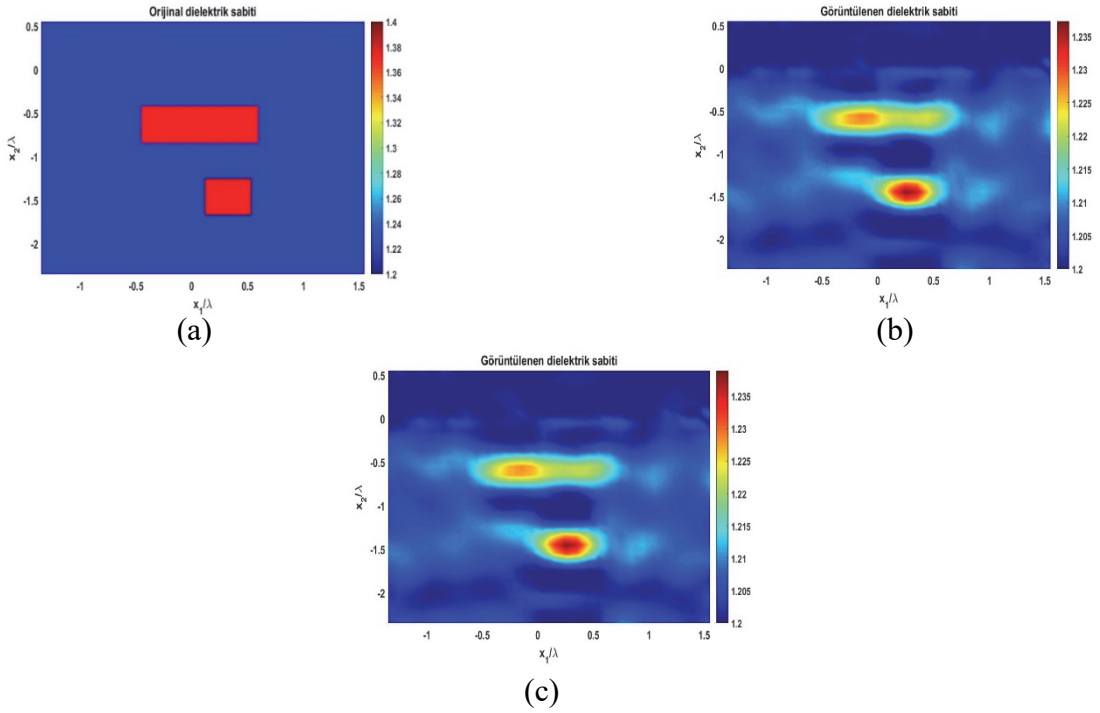


**Şekil 4.8.**  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon_{r1} = 1.4$  olan cismin görüntüleme sonuçları, Orjinal profili (a), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (b), VBIM yöntemi ile görüntülenen dielektrik sabiti (c)

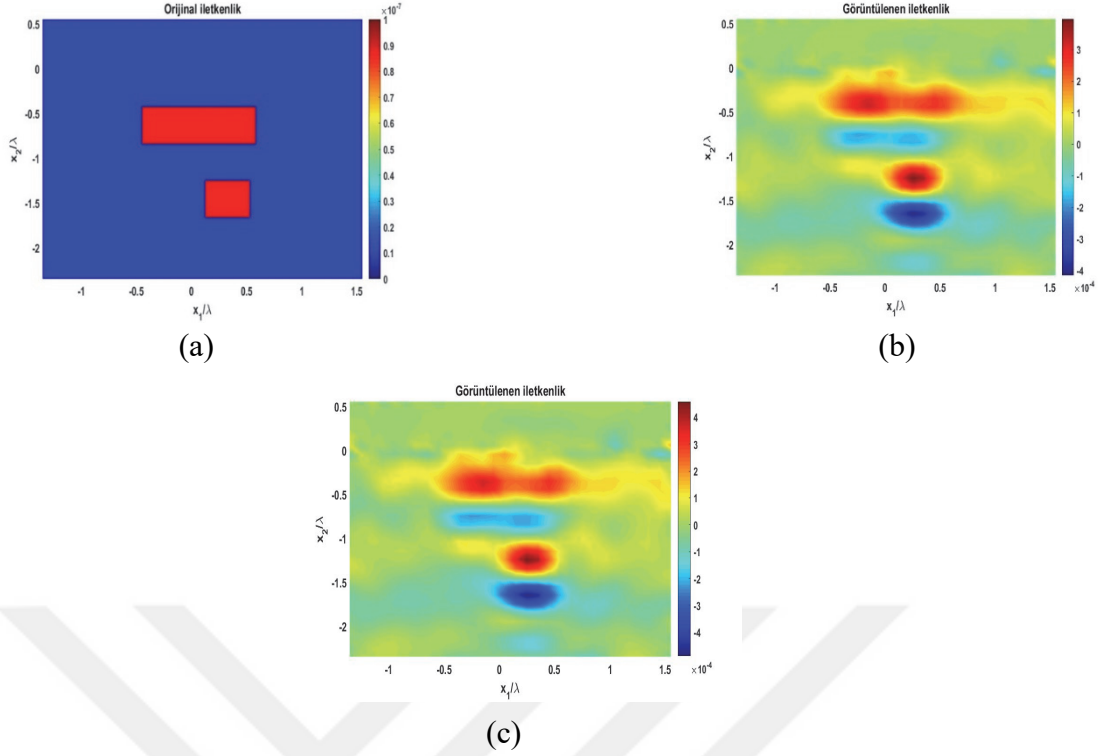


**Şekil 4.9.**  $f = 300\text{MHz}$ 'de  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7}$  olan cismin görüntüleme sonuçları, Orjinal profil (a), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (b), VBIM yöntemi ile görüntülenen iletkenlik (c)

**b)** Geriçatma sahası  $(3\lambda, 3\lambda)$  boyundandır ve merkezi  $(0\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır.



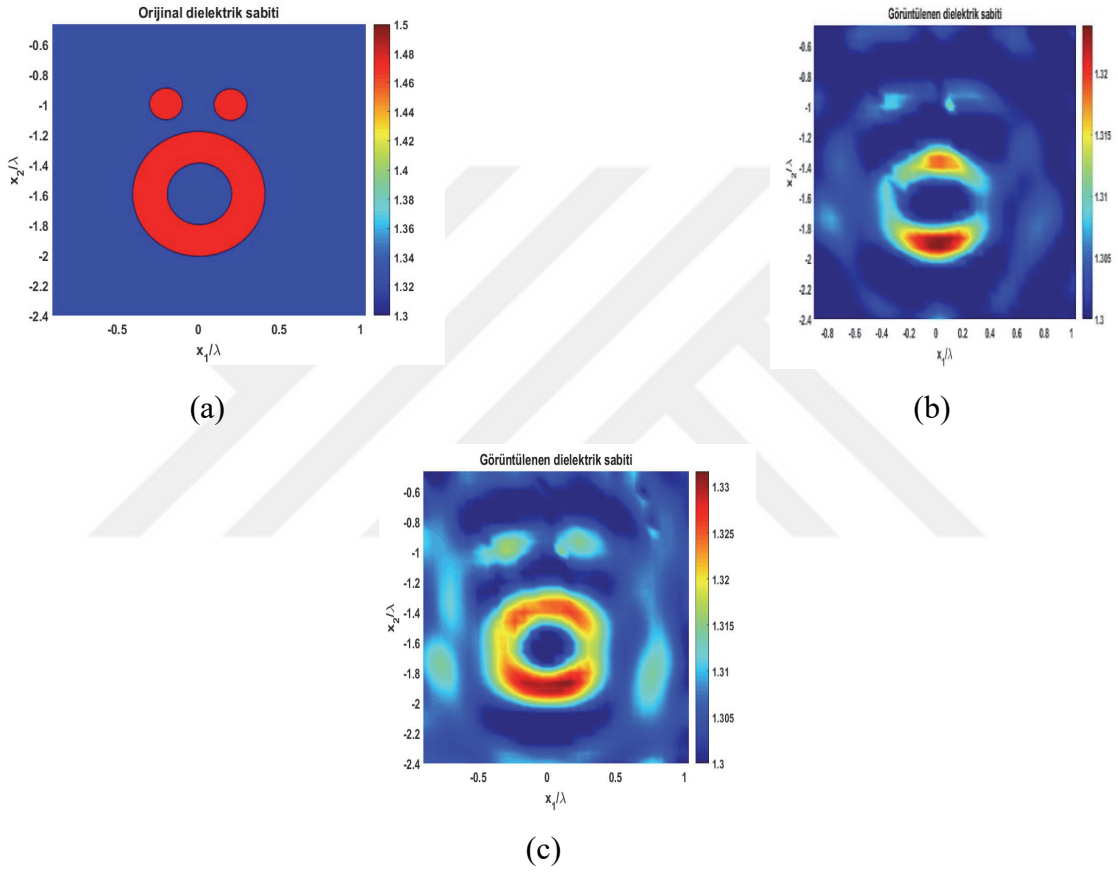
**Şekil 4.10.**  $f = 300\text{MHz}$ 'de  $\epsilon_{r1} = 1.4$  olan cismin görüntüleme sonuçları, Orjinal profili (a), DBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (b), VBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti (c)



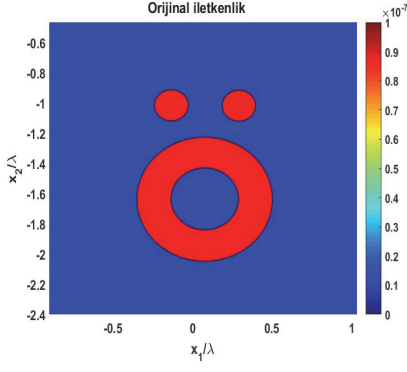
**Şekil 4.11.**  $f = 300\text{MHz}$ 'de  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7}$  olan cismin görüntüleme sonuçları, Orijinal profil (a), DBIM ile görüntülenen iletkenlik (b), VBIM ile görüntülenen iletkenlik (c)

Altıncı örnekte, iki tabakalı ortamda bulunan ve üst yarı uzay hava, alt yarı uzay ise düşük bağıl dielektrik sabitine sahiptir ve elektromanyetik parametreleri şunlardır; bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_{r2} = 1.3$ , alt yarı uzayın iletkenliği  $\sigma_2 = 5 \times 10^{-8} \text{ S/m}$ ,  $\mu_2 = \mu_0$  şeklindedir. Ö-profilinin boyutları, O şeklinin merkezi  $(0\lambda, -1.6\lambda)$ , Ö profilinin 1.noktasının merkezi  $(-0.2\lambda, -1\lambda)$ , 2. noktasının merkezi  $(0.2\lambda, -1\lambda)$ 'dır. Gömülü cismin elektromanyetik parametreleri  $\epsilon_{r1} = 1.5$ , cismin iletkenliği  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} \text{ S/m}$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  şeklindedir. Saçılan alan verileri  $x_2 = 0$  düzleminde  $1\lambda$  yukarıda 100 gözlem noktasından ölçülmüştür. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır. Engebeli yüzeyin uzunluğu  $20\lambda$ 'dır. Rasgele değişen yüzeyin karakteristikleri şunlardır: korelasyon uzunluğu  $0.5\lambda$ , rms uzunluğu  $0.2\lambda$ 'dır. Geriçatma sahası  $(2\lambda, 2\lambda)$  boyundadır ve merkezi  $(0\lambda, -1.5\lambda)$  konumunda yer almaktadır. İterasyon sayısı 5'tir. Geometri üst yarı-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 30 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır. Bir düzlem dalga kaynağı, 300MHz frekansı ile aydınlatma yapılmaktadır. Şekil 4.12.b. ve Şekil 4.12.c.'de regülarizasyon parametresinin etkisi görülmektedir. Regülarizasyon parametresini yeterince küçük seçilirse o kadar iyi sonuç vermektedir. Fakat  $\alpha$  parametresi daha da küçültülürse matris tekrardan tekilliğe

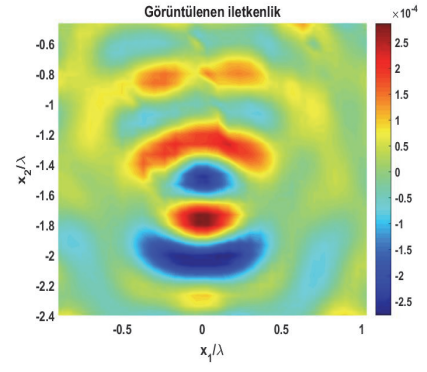
gitmektedir. O yüzden burada en uygun parametre seçilmelidir. Ayrıca burada kullanılan yöntem Varyasyonel Born iteratif yöntemdir. Şekil 4.13.b. ve Şekil 4.13.c.'de regülarizasyon parametresinin cismin iletkenliğine olan etkisi görülmektedir. Regülarizasyon parametresini yeterince küçük seçilirse o kadar iyi sonuç vermektedir. Şekil 4.14.a. ve Şekil 4.14.b.'de regülarizasyon parametresinin dielektrik sabitinin bağıl hatasını nasıl etkilediğini göstermektedir. Regülarizasyon parametresini yeterince küçük seçilirse bağıl hata sonucu o kadar iyi sonuç vermektedir.



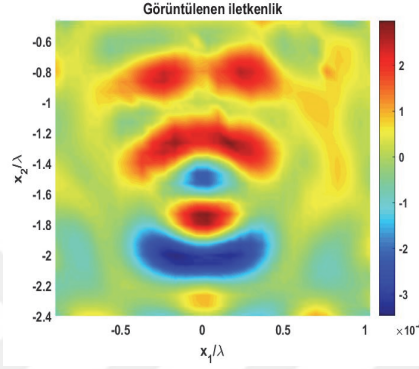
**Şekil 4.12.**  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon_{r1} = 1.5$  olan cismin VBIM ile görüntülenen dielektrik sabitinin görüntüleme sonuçları, Orjinal profili (a), Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  (b), Regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  (c)



(a)

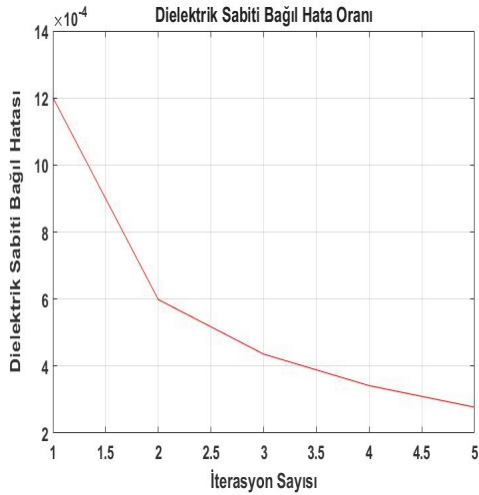


(b)

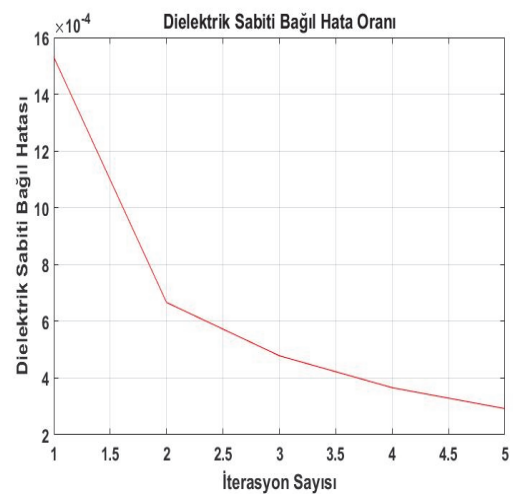


(c)

Şekil 4.13.  $f = 300MHz$ 'de  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenen iletkenlik sonuçları, Orijinal profili (a), Regülerizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  (b), Regülerizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  (c)



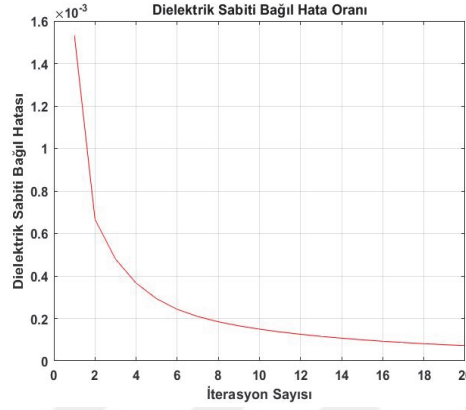
(a)



(b)

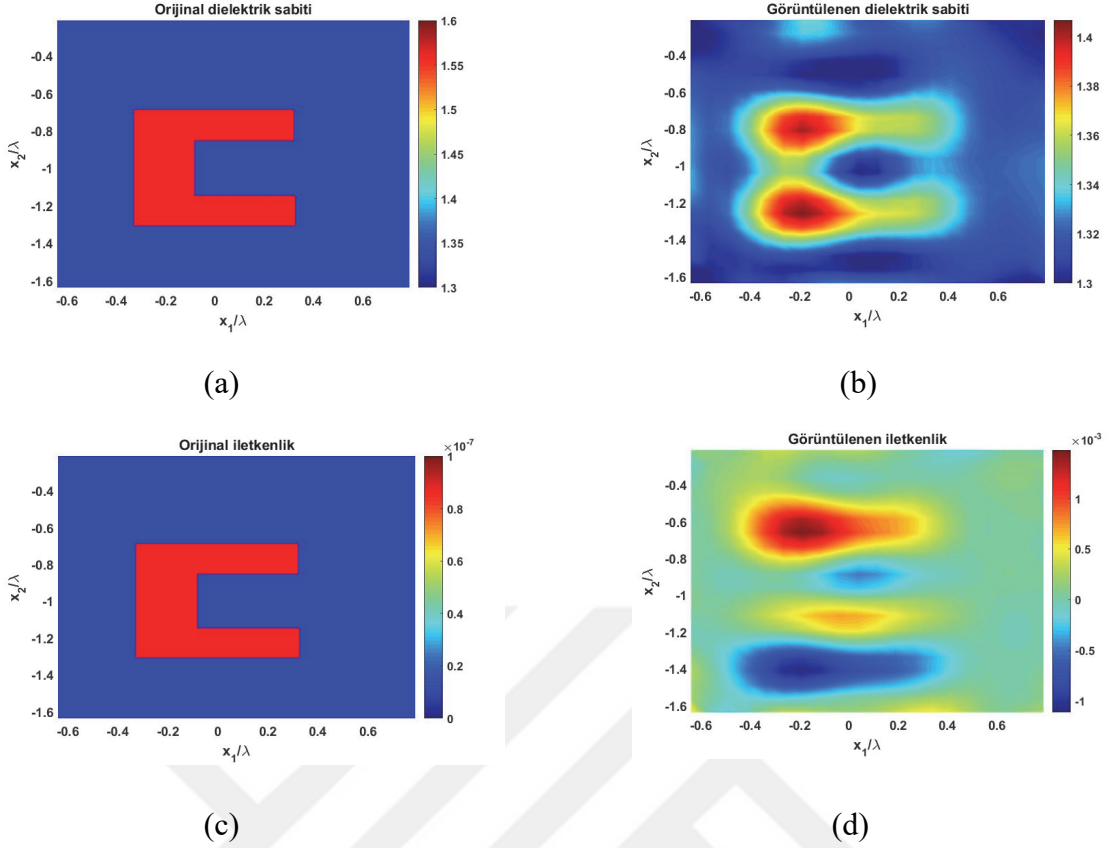
Şekil 4.14.  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon_{r1} = 1.5$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenen dielektrik sabiti bağlı hata oranı, Regülerizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  (a), Regülerizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  (b)

Aşağıda iterasyon sayısına göre bağıl hata grafiği verilmiştir. VBIM yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen çalışmada iterasyon sayısı 20 alınmıştır. Ayrıca Tikhonov regülarizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-11}$  alınmıştır. Bağıl hata şu şekilde tanımlanmaktadır,  $bağılhata = \sum_{i=1}^n \frac{\|\epsilon^i - \epsilon^{i-1}\|}{\epsilon^i}$ . Tanımlanan bu bağıl hata başlangıçta belirlenen bir değerin altına düşene kadar iterasyon devam ettirilebilir ya da istenilen bir adıma kadar da iterasyon tekrarlanabilir. Şekil 4.15’de görüldüğü üzere iterasyon sayısı arttıkça bağıl hata sıfıra yaklaşmaktadır.



**Şekil 4.15.**  $f = 300MHz$ 'de  $\epsilon_{r1} = 1.5$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntülenene dielektrik sabiti bağıl hata oranı

Yedinci örnekte, iki tabakalı ortamda bulunan ve üst yarı uzay hava, alt yarı uzay ise düşük bağıl dielektrik sabitine sahiptir ve elektromanyetik parametreleri şunlardır; bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_{r2} = 1.3$ , alt yarı uzayın iletkenliği  $\sigma_2 = 5 \times 10^{-8} S/m$ ,  $\mu_2 = \mu_0$  şeklindedir. C-profilinin merkezi  $(0, -1m)$ 'dir. Gömülü cismin elektromanyetik parametreleri  $\epsilon_{r1} = 1.6$ , cismin iletkenliği  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  şeklindedir. Saçılan alan verileri  $x_2 = 0$  düzleminde 0.6 metre yukarıda 100 gözlem noktasından ölçüm alınmıştır. Gözlem noktaları arasındaki aralık 0.2 metredir. Engebeli yüzeyin uzunluğu 10 metredir. Rasgele değişen yüzeyin karakteristikleri şunlardır: korelasyon uzunluğu 0.5 metre, rms yüksekliği 0.2 metredir. Geriçatma sahası  $1.5m \times 1.5m$  boyundadır ve merkezi  $(0, -1m)$  konumunda yer almaktadır. İterasyon sayısı 5'tir. Geometri üst yarı-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 30 farklı geliş açıcısı ile aydınlatılmıştır. Bir düzlem dalga kaynağı,  $270MHz - 330MHz$  frekansı aralığında çoklu frekans ile aydınlatma yapılmaktadır. Şekil 4.16.b'de cisme çoklu frekans uygulanıp bu cisim fonksiyonunun ortalaması alındığında cismin şeklini belirgin bir şekilde bulunmuştur. Şekil 4.16.d'de ise cismin iletkenliğini göstermektedir.

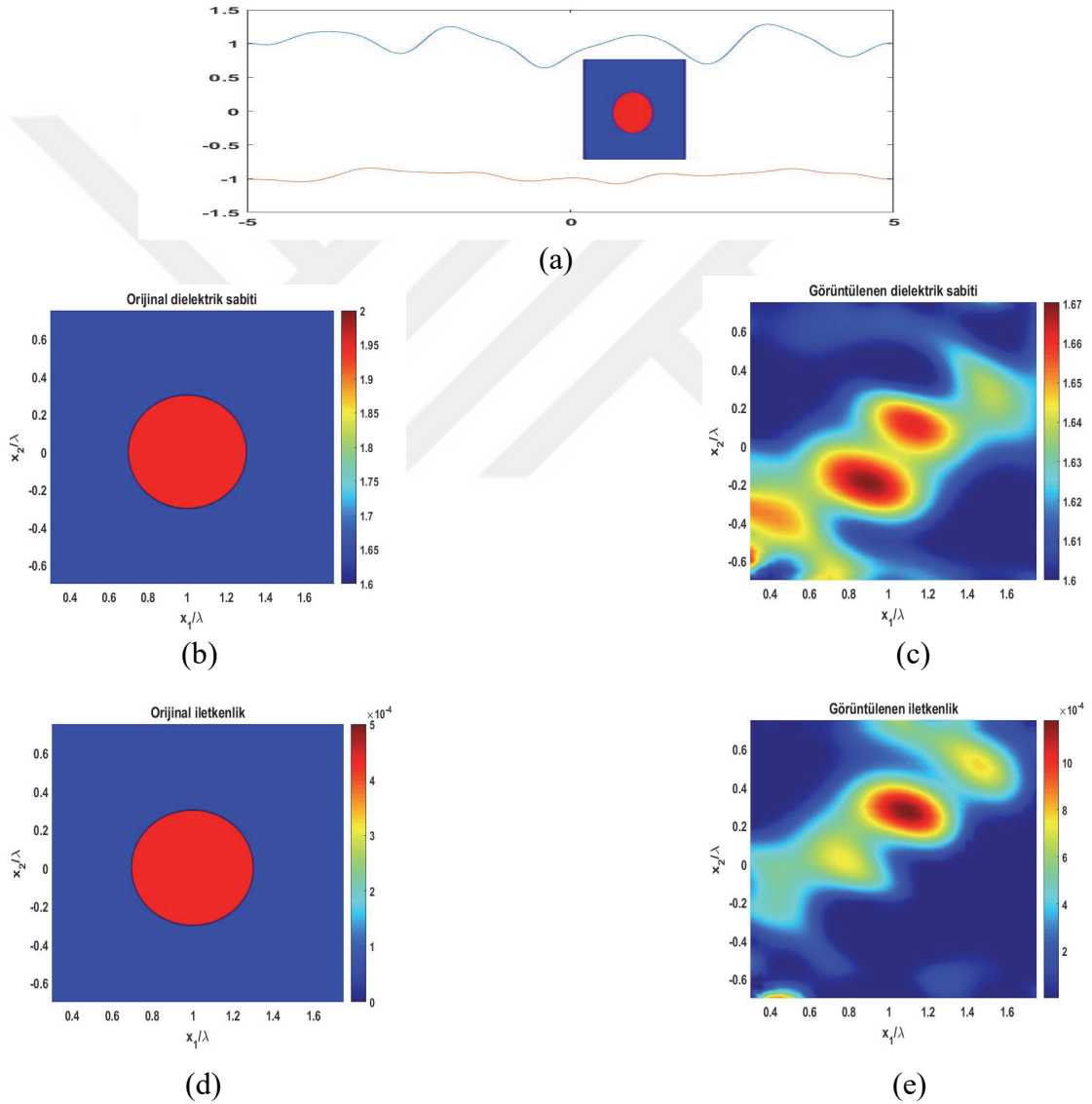


**Şekil 4.16.**  $f = 270MHz - 330MHz$ 'de iki-parçalı engebeli uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 1.6$  ve  $\sigma_1 = 1 \times 10^{-7} S/m$  olan cismin VBIM ile görüntüleme sonuçları, Dielektrik sabitinin orijinal profili (a), Görüntülenen dielektrik sabiti (b), İletkenliğin orijinal profili (c), Görüntülenen iletkenlik (d)

Sekizinci örnekte, üç-parçalı engebeli uzayın ikinci tabakasında bulunan ve üst-uzay hava, alt-uzay ise düşük bağıl dielektrik sabitine sahiptir ve elektromanyetik parametreleri şunlardır; bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_{r2} = 1.6$ , alt-uzayın iletkenliği  $\sigma_2 = 1 \times 10^{-6} S/m$ ,  $\mu_2 = \mu_0$  şeklindedir. Gömülü cismin elektromanyetik parametreleri  $\epsilon_{r1} = 2$ , cismin iletkenliği  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  şeklindedir. Saçılan alan verileri  $x_2 = 1\lambda$  düzleminden  $0.4\lambda$  yukarıda 100 gözlem noktası bulunmaktadır. Gözlem noktaları arasındaki aralık  $0.2\lambda$ 'dır.  $x_2 = 1\lambda$  düzlemindeki engebeli yüzeyin uzunluğu  $10\lambda$ 'dır. Rasgele değişen yüzeyin karakteristikleri şunlardır: korelasyon uzunluğu  $0.25\lambda$ , rms yüksekliği  $0.7\lambda$ 'dır.  $x_2 = -1\lambda$  düzlemindeki engebeli yüzeyin uzunluğu  $10\lambda$ 'dır. Rasgele değişen yüzeyin karakteristikleri şunlardır: korelasyon uzunluğu  $0.1\lambda$ , rms yüksekliği  $0.7\lambda$ 'dır. Geriçatma sahası  $1.5\lambda \times 1.5\lambda$  boyundadır ve merkezi  $(-1\lambda, 0\lambda)$  konumunda yer almaktadır. İterasyon sayısı 5'tir. Regülerizasyon parametresi  $\alpha = 1 \times 10^{-12}$  alınmıştır. Geometri üst yarı-uzayda uyarılan ve bir düzlem dalga kaynağı tarafından  $0^\circ - 180^\circ$  arasında değişen 40 farklı geliş açısı ile aydınlatılmıştır. Bir düzlem

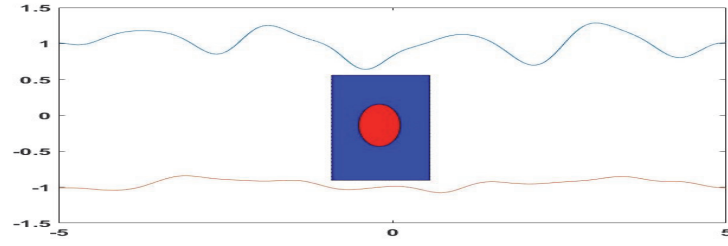
dalga kaynağı, 300MHz frekansını ile aydınlatma yapılmaktadır. Şekil 4.17. ve Şekil 4.18.'da engebeli yüzeyin çukurluklarının ve tepelerinin etkisi görülmektedir. Şekil 4.17.a. ve Şekil 4.18.a'da engebeli yüzeyin girintisine olan yakınlıkları görülmektedir. Engebeli yüzeyin cisme yakın olduğunda engebelikten gelen etki olacağından cisimi daha iyi tespit edebilmektedir. Engebeliğin girintisi cisme ne kadar uzak ise cisimi o derece kötü bulabilmektedir.

**a)** İkinci tabakada bulunan dairenin merkezi  $(1\lambda, 0\lambda)$ 'dir. Engebeli yüzeyin tepe olduğu kısımda cisim yer almaktadır.

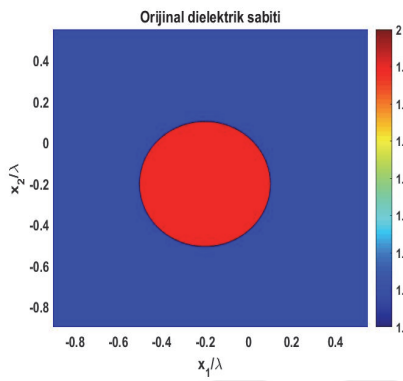


**Şekil 4.17.**  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı engebeli uzayda ikinci tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, engebeli yüzeyin ve cismin konumu (a), Dielektrik sabitinin orijinal profili (b), Görüntülenen dielektrik sabiti (c), iletkenliğin orijinal profil (d), görüntülenen iletkenlik (e)

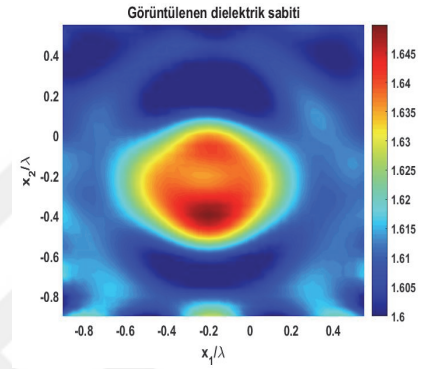
b) İkinci tabakada bulunan dairenin merkezi  $(-0.2\lambda, -0.2\lambda)$ 'dir. Engebeli yüzeyin çukur olduğu kısımda cisim yer almaktadır.



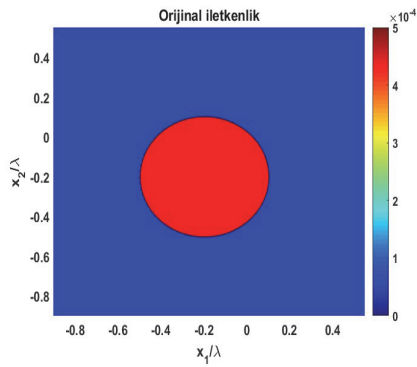
(a)



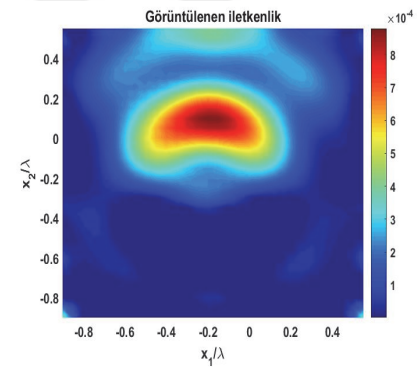
(b)



(c)



(d)



(e)

**Şekil 4.18.**  $f = 300MHz$ 'de üç-parçalı engebeli uzayda üçüncü tabakada bulunan  $\epsilon_{r1} = 2$  ve  $\sigma_1 = 5 \times 10^{-4} S/m$  olan cismin DBIM ile görüntüleme sonuçları, engebeli yüzeyin ve cismin konumu (a), dielektrik sabitinin orijinal profili (b), görüntülenen dielektrik sabiti (c), iletkenliğin orijinal profil (d), görüntülenen iletkenlik (e)

## BÖLÜM V

### SONUÇ

Bu tez kapsamında dielektrik bir cisimden saçılan alanın hesabı ve bu saçılan alan bilgisinden faydalanarak ters problemin çözümünden cismin yeniden elde edilmesi Matlab yazılım programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Tüm örneklerde manyetik geçirgenlik katsayısı boş uzayın manyetik geçirgenliğine eşit olarak kabul edilmiştir. Saçılan alana ait hesaplamalarda Moment Yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem kullanılarak integral denklem ayrıklaştırılmış ve her bir hücre için toplam alanlar hesaplanmıştır. Bu cisimler birden çok kaynak ile uyarılmış ve birden çok gözlem noktası eklenmiştir. Daha sonra düz saçılma probleminde, gelen alan yani kaynak, saçıcı ve ortam parametreleri bilinerek saçılan alanlar hesaplanmıştır. Bu hesaplanan veriler bizim sentetik verilerimizi oluşturmaktadır. Gerçek problemlerde bu veriler yapılan ölçümlerle elde ediliyor olmasına karşın mevcut şartlar altında ölçüm düzeneğimiz bulunmadığından böyle bir yol izlenerek yapay veriler elde edilmiştir. Bu veriler ters problemde kullanılmıştır. Bu sentetik veriler kullanılarak ters saçılma problemini çözerek gömülü cisimlerin konumu, şekilleri ve dielektrik özelliklerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Fakat ters saçılma problemleri kötü kurulmuş problemler olduğu için problemin tek çözümü yoktur. Bundan dolayı problemin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Problemi çözmek için birkaç varsayım yapılabilir bu varsayımlara regülarizasyon denir. Bu tezdeki örneklerde Tikhonov regülarizasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu regülarizasyon parametresinin kullanıldığı yerler matrislerin kötü koşullu olduğu yerlerdir. Bu yöntemi kullanarak bu istenmeyen durumdan kaçınılmıştır. Regülarizasyon parametresi ne kadar küçük seçilirse o kadar iyi sonuç vermektedir. Fakat parametre daha da küçültülürse matris tekrardan tekilliğe gitmektedir. Ters saçılma problemleri ilk olarak Born yaklaşıklığı ile çözülmüştür daha sonra diğer iteratif adımlar uygulanmıştır. Kullanılan yöntemlerde, çalışma frekansı düşüktür ve düşük saçıcı cisimlerde iyi sonuç vermektedir. Çalışma frekansı çok büyük olduğunda, geriçatma domeni daha küçük olacaktır ve elektromanyetik dalga daha fazla domenin içine nüfuz edemeyecektir. Çünkü dalga boyu ile frekans ters orantılıdır. Cisimler ve geriçatma domeni dalga boyu cinsinden alınmıştır.

Cisim fonksiyonundan cismin dielektrik sabiti belirlenir. Dielektrik sabiti ve iletkenlik değerleri için yorum yapılacak olursa; cismin konumunu yaklaşık olarak doğru

göstermektedir. Gerçek değerleri ile kıyaslandığında cismin dielektrik sabitini düşük değerler elde edilmektedir. Bunun sebebi olarak, iteratif bir yöntemin iterasyon sayısının düşük olması, iki-üç katmanlı yüzeyin varlığı, regülarizasyon yöntemlerinin yetersiz olması, alfa parametresinin yeterince küçük seçilmemesi gösterilebilir.

Cismin şeklini, dielektrik sabiti ile iletkenliğini gerçek değere daha yakın bulma açısından DBIM ve VBIM'in BIM'e göre daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. Bununla birlikte DBIM yöntemi her bir iterasyon adımında Green fonksiyonunun da yenilenmesini gerektirdiğinden BIM ve VBIM'e göre daha yavaştır.

Tüm örnekler için elde edilen veriler ile cismin konumu yaklaşık olarak görüntülenebilmektedir. Bu veriler, çalışma içerisinde temel bazı parametrelerin değişimleri kullanılarak oluşturulmuş olup, değişik parametreler ile daha farklı incelemeler yapmak mümkündür. Örneğin cismin daha farklı geometrilerde oluşu, daha yüksek çalışma frekansı, daha fazla sayıda cismin bulunması, artan yineleme sayısı, yinelemelerin sonlanacağı hata oranının değişmesi gibi farklı durumlar incelenebilir.

Bu problemlerin daha genel ve ileri versiyonu cismin çok tabakalı ortama gömülü olduğu durumdur. Cismin gömülü olduğu tabakalı ortam ara yüzeylerin düzlem olmadığında bunlarında hesaba katılması gerekecektir ve bu da ayrı bir zorluk ve işlem yükü getirecektir.

Ayrıca problemlerin sayısal çözümlerinde karşılaşılan zorluklardan en önemlisi hesaplama yüküdür. Özellikle büyük cisimler ya da yüksek frekans durumunda hesaplama süresi çok fazla artmaktadır. Bu da sayısal hesaplamalarda hem bellek hem de işlemci hızı açısından oldukça önemli etkidir. Bu da problemlerin çözümünde kısıtlamalar getirmektedir.

## KAYNAKLAR

Abubakar, A. and Berg, P.M.V.D., “The contrast source inversion method for location and shape reconstructions”, *Inverse Probl.* 18, 495–510, 2002.

Abubakar, A. and Berg, P.M.V.D., “Total variation as a multiplicative constraint for solving inverse problems”, *IEEE Trans. Image Process* 10, 1384–1392, 2001.

Abubakar, A., Berg, P.M.V.D. and Mallorqui, J.J., “Imaging of biomedical data using a multiplicative regularized contrast source inversion method”, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* 50, 1761–1771, 2002.

Abubakar, A., Habashy, T.M., Berg, P.M.V.D. and Gisolf, D., “The diagonalized contrast source approach: an inversion method beyond the Born approximation”, *Inverse Probl.* 21, 685–702, 2005.

Altuncu, Y., Buried object approach for solving electromagnetic scattering problems involving rough surfaces, Doktora Tezi, *İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 2006.

Altuncu, Y., Yapar A. and Akduman, I., “Buried object approach for solving scattering problems related to rough surfaces”, *Canadian Journal of Physics* 85, 39–55, 2007.

Berg, P.M.V.D. and Kleinman, R.E., “A contrast source inversion method”, *Inverse Probl.* 13, 1607–1620, 1997.

Berg, P.M.V.D., Broekhoven L.V. and Abubakar, A., “Extended contrast source inversion”, *Inverse Probl.* 15, 1325–1344, 1999.

Bourqui, J., Okoniewski, M. and Fear, E.C. “Balanced antipodal vivaldi antenna for breast cancer detection”, *Antennas and Propagation, 2007. EuCAP 2007. The Second European Conference*, 1–5, 2007.

Caglayan, T., Tekil kaynaklar yöntemiyle mikrodalga görüntülemenin deneysel olarak incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 2016.

Chew, W.C. and Liu, Q.H., “Inversion of induction tool measurements using the distorted born iterative method and CG-FFHT”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 32, 878–884, 1994.

Chew, W.C. and Wang, Y.M., “Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted born iterative method”, *IEEE Trans. Med. Imaging* 9, 218–225, 1990.

Chew W.C., Waves and Fields in Inhomogeneous Media, *IEEE Press*, D. G. Dudley, 1999.

Colton D. ve Kress R., Integral Equation Methods in Scattering Theory, *New York: Wiley-Interscience Publications*, 1983.

Colton D. ve Kress R., Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, 2nd ed., *New York: Springer-Verlag*, Berlin, Germany, 1998.

Cui, T.J., Chew, W.C., Aydiner, A.A. and Chen, S., “Inverse scattering of two-dimensional dielectric objects buried in a lossy earth using the distorted born iterative method”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens* 39, 339–346, 2001.

Çivi, Ö.A., Alatan, L. and Büyükdura, M., “Sayısal analiz modelleme konusunda O.D.T.Ü. elektromanyetik teori grubunda yapılan araştırmalar”, *ELECO 2000*, Bursa 2000.

Fear, E.C., Li, X., Hagness, S.C. and Stuchly, M. A., “Confocal microwave imaging for breast cancer detection: Localization of tumors in three dimensions”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 49(8), 812–822, 2002.

Gao, F., Veen, B.D.V. and Hagness, S.C., “Sensitivity of the distorted born iterative method to the initial guess in microwave breast imaging”, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 63, 3540–3547, 2015.

Haddadin, O.S. and Ebbini, E.S., “Imaging strongly scattering media using a multiple frequency distorted born iterative method”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* 45, 1485–1496, 1998.

Harrington R. F., *Field Computation by Moment Methods*, **IEEE Press**, New York, 1993.

Harrington, R. F., *Time-harmonic Electromagnetic Fields*, **New York:McGraw-Hill**, 1961.

Helhel, S., Celik, A., Kurt, M. B., “An overview of electromagnetic methods for breast cancer detection and a novel antenna design for microwave imaging”, *International Conference on Engineering Technologies 17, Konya*, 377–383, 2017.

Ishimaru, A., *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering*, **Prentice Hall**, New Jersey, 1991.

Joachimowicz, N., Pichot, C. And Hugonin, J.P., “Inverse scattering: an iterative numerical method for electromagnetic imaging”, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 39, 1742–1753, 1991.

Kalender, W.A., “X-ray computed tomography”, *Phys. Med. Biol.* 51, 29–43, 2006.

Kirsch A., *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problem*, **Springer**, New York, 1996.

Kleinman, R.E. and Berg, P.M.V.D., “A modified gradient method for two- dimensional problems in tomography”, *J. Comput. Appl. Math.* 42, 17–35, 1992.

Kurrant, D.J., Fear, E.C. and Westwick, D.T., “Tumor response estimation in radar-based microwave breast cancer detection”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 55(12), 2008.

Moghaddam, M. and Chew, W.C., “Study of some practical issues in inversion with the Born iterative method using time-domain data”, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 41, 177–184, 1993.

Moghaddam, M., Chew, W.C., and Oristaglio, M., “Comparison of the born iterative method and tarantola’s method for an electromagnetic time-domain inverse problem”, *Int. J. Imaging Syst. Technol.* 3, 318–333, 1991.

Ney M. M., “Method of moments as applied to electromagnetic problems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 33(1), 972–980, 1985.

Nilavalan, R., Craddock, I. J., Preece, A., Leendertz, J. and Benjamin, R., “Wideband microstrip patch antenna design for breast cancer tumour detection”, *Microwaves, Antennas & Propagation, IET.* 1,277–281, 2007.

Lakhal, A. and Louis, A.K., “Locating radiating sources for Maxwell’s equations using the approximate inverse”, *Inverse Probl.* 24, 2008.

Lavarello, R.J. and Oelze, M.L., “Tomographic reconstruction of three-dimensional volumes using the distorted born iterative method”, *IEEE Trans. Med. Imaging* 28, 1643–1653, 2009.

Li, F., Liu, Q.H. and Song, L.P., “Three-dimensional reconstruction of objects buried in layered media using born and distorted born iterative methods”, *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 1, 107–111, 2004.

Peterson A.F., Ray S. and Mittra R., “Computational methods for electromagnetics”, *IEEE Press*, New York, 1997.

Sadiku, M. N. O., Numerical Techniques in Electromagnetics, 2nd ed., **Boca Raton : CRC Press**, 1992.

Semenov, S.Y., Bulyshev, A.E., Souvorov, A.E., Nazarov, A.G., Sizov, Y.E., Svenson, R.H., Posukh, V.G., Pavlovsky, A., Repin, P.N. and Tatsis, G.P., “Three-dimensional microwave tomography: experimental imaging of phantoms and biological objects”, **IEEE Trans. Microw. Theory Tech.** 48, 1071–1074, 2000.

Shannon, C.J., Okoniewski, M. and Fear, E.C. “A dielectric filled ultra-wideband antenna for breast cancer detection”, **Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE.** 1, 218–221, 2003.

Shuley, N.V., Boix, R.R., Medina, F. and Horno, M., “On the fast approximation of green’s functions in MPIE formulations for planar layered media”, **IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.** 50(9), 2185–2192, 2002.

Soliman, E.A, Planar microwave structures in layered media: full-wave analysis, design, and characterization, Doktora Tezi, **Cairo University**, 2005.

Umashankar, K. and Taflove A., Computational Electromagnetics, **Boston : Artech House**, 1993.

Vauhkonen, M., Vadasz, D., Karjalainen, P.A., Somersalo, E. and Kaipio, J.P., “Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography”, **IEEE Trans. Med. Imag.** 17, 285–293, 1998.

Wang, Y.M. and Chew, W.C., “An iterative solution of the two-dimensional electromagnetic inverse scattering problem”, **Int. J. Imaging Syst. Technol.** 1, 100–108, 1989.

Yarar, M. L., Tabakalı ortamlara gömülü cisimlere ilişkin ters saçılma problemleri, Yüksek Lisans Tezi, **İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, 2009.

Zaiping, N. and Yerong, Z., “Hybrid born iterative method in low-frequency inverse scattering problem”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 36, 749–753, 1998.

Zaiping, N., Feng, Y., Yanwen, Z. and Yerong, Z., “Variational born iteration method and its applications to hybrid inversion”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 38, 1709–1715, 2000.

Zwamborn, P. and Berg, P.M.V.D., “The three dimensional weak form of the conjugate gradient FFT method for solving scattering problems”, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* 40, 1757–1766, 1992.



## ÖZGEÇMİŞ

Tülün DURUKAN 15.09.1991 tarihinde Niğde’de doğdu. İlk, orta öğretimini Niğde’de tamamladı. Lise öğrenimini Karaman da tamamladı. 2009 yılında girdiği Niğde Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nden Haziran 2015’de mezun oldu. Ağustos 2015’de Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde yüksek lisans öğrenimine başladı. 25 Aralık 2015’de Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’ne araştırma görevlisi olarak atandı. Bu tarihten itibaren Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmakta ve yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.

