

Z. KARACA, 2022



T.C.  
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

NÖROMORFOLOJİK AĞ YAPILARINDA SENKRONİZASYON VE KONTROL  
UYGULAMALARI İÇİN ALTERNATİF YAKLAŞIMLAR

ZÜHRA KARACA

NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR  
ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ocak 2022



T.C.  
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

NÖROMORFOLOJİK AĞ YAPILARINDA SENKRONİZASYON VE KONTROL  
UYGULAMALARI İÇİN ALTERNATİF YAKLAŞIMLAR

ZÜHRA KARACA

Doktora Tezi

Danışman

Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU

Prof. Dr. Recai KILIÇ

Ocak 2022

**Zühra KARACA** tarafından **Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU** ve **Prof. Dr. Recai KILIÇ** danışmanlığında hazırlanan “**NÖROMORFOLOJİK AĞ YAPILARINDA SENKRONİZASYON VE KONTROL UYGULAMALARI İÇİN ALTERNATİF YAKLAŞIMLAR**” adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Elektrik-Elektronik Mühendisliği** Ana Bilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Aytekin BAĞIŞ, Erciyes Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Engin Cemal MENGÜÇ, Kayseri Üniversitesi

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Salim ÇINAR, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Üye : Dr. Öğr. Üyesi K. Fatih DİLAVER, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

**ONAY:**

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından .../.../20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun .../.../20.... tarih ve ..... sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

...../...../20...

**Prof. Dr. Murat BARUT**  
**MÜDÜR**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Zühra KARACA

## ÖZET

### NÖROMORFOLOJİK AĞ YAPILARINDA SENKRONİZASYON VE KONTROL UYGULAMALARI İÇİN ALTERNATİF YAKLAŞIMLAR

KARACA, Zühra

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU

İkinci Danışman : Prof. Dr. Recai KILIÇ

Ocak 2022, 105 sayfa

Bu tezde, FitzHugh Nagumo (FHN) Hindmarsh Rose (HR) ve Izhikevich nöron modelleri kullanılarak nöral topluluklar oluşturulmuştur. Bu nöron modelleri sırasıyla elektriksel ve kimyasal bağlantı türleri kullanılarak çift yönlü bağlantı ile birbirine bağlanmıştır. İlk olarak, elektriksel ve kimyasal bağlantı türleri için ayrı ayrı herhangi bir kontrol yöntemi kullanılmadan, sinaptik ağırlık değişiminin senkron ateşleme üzerindeki etkileri ele alınmıştır. Kuplajlanan nöronlar arasındaki senkronizasyon durumları, standart sapma sonuçları kullanılarak gözlemlenmiştir. Bu çalışmada, Lyapunov, geri adımlamalı ve geri beslemeli senkronizasyon kontrol yöntemleri hem elektriksel hem de kimyasal olarak eşleştirilmiş nöronlara uyarlanmıştır. Sonrasında, denetleyici yapılarının etkinlikleri için, kuplajlı nöronların membran potansiyelleri arasındaki genlik ve faz farkları, alternatif bir hata fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır. Son olarak FHN ve Izhikevich nöron modelleri ayrı ayrı alan programlanabilir kapı dizisi (FPGA) cihazı ile gerçekleştirilmiştir.

*Anahtar Sözcükler:* FitzHugh Nagumo nöron modeli, Hindmarsh Rose nöron modeli, Izhikevich nöron modeli, nöral kuplaj, Lyapunov kontrol yöntemi, geri adımlamalı kontrol yöntemi, geribeslemeli kontrol yöntemi, alan programlanabilir kapı dizisi (FPGA)

## SUMMARY

### ALTERNATIVE APPROACHES FOR SYNCHRONIZATION AND CONTROL APPLACATIONS IN NEUROMORPHOLOGICAL NETWORK STRUCTURES

KARACA, Zühra

Niğde Ömer Halisdemir University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU  
Co-Advisor : Prof. Dr. Recai KILIÇ

January 2022, 105 pages

In this thesis, neural ensembles were constructed using the FitzHugh Nagumo (FHN), Hindmarsh Rose (HR) and Izhikevich neuron models. These neuron models are interconnected by a bidirectional using electrical and chemical link types, respectively. First, the effects of synaptic junction weight variation on synchronous firing are discussed without using any control method separately for electrical and chemical junction types. The synchronization states between the coupled neurons were observed using the standard deviation results. In this study, Lyapunov, backstepping, and feedback synchronization control methods are applied to both electrically and chemically coupled neurons. Then, the amplitude and phase differences between the membrane potentials of the coupled neurons for the activities of the controller structures were calculated using an alternative error function. Finally, FHN and Izhikevich neuron models were implemented separately with field programmable gate array (FPGA) device.

*Keywords:* FitzHugh Nagumo neuron model, Hindmarsh Rose neuron model, Izhikevich neuron model, neural coupling, Lyapunov control method, backstepping control method, feedback control method, field programmable gate array (FPGA)

## ÖN SÖZ

Bu doktora tezi çalışmasında, FitzHugh Nagumo (FHN) Hindmarsh Rose (HR) ve orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modelleri ile oluşturulan elektriksel ve kimyasal kuplajlı nöral topluluklara Lyapunov kontrol yöntemi, geri adımlamalı kontrol yöntemi ve geri beslemeli kontrol yöntemi uygulanmıştır. Kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronlarının senkronizasyon kontrolü ile ilgili sınırlı sayıda çalışmaya önemli bir katkı sağlanmıştır. Ayrıca Lyapunov kontrolörü uygulanan orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modelleri ilk kez FPGA tabanlı gerçekleştirmeler ile simüle edilmiştir.

Doktora tez çalışmalarım boyunca bilgi ve yardımlarını benden esirgemeyerek çalışmalarına yön veren ve bana her türlü desteği sağlayan danışman hocalarım Sayın Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU ve Prof. Dr. Recai KILIÇ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora tez çalışmam boyunca bilgisini, yardımını, yön verici tavsiyelerini ve desteğini esirgemeyen değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Nimet KORMAZ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam sürecinde katkıları ve yön verici yorumlarından dolayı Tez İzleme Komitemde bulunan değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Aytekin BAĞIŞ ve Dr. Öğr. Üyesi Salim ÇINAR'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezi, bu günlere gelmemde maddi ve manevi her türlü desteğini esirgemeyen babam Cemal KARACA'ya, annem Nilgün KARACA'ya, kardeşim Gülşah KARACA DOLGUN'a ve özellikle de kızım Defne'ye ithaf ediyorum.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	iv
SUMMARY .....	v
ÖN SÖZ .....	vi
İÇİNDEKİLER .....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	x
SİMGE VE KISALTMALAR .....	xv
BÖLÜM I GİRİŞ .....	1
BÖLÜM II NÖRON FİZYOLOJİSİ VE BİYOLOJİK NÖRON MODELLERİ .....	5
2.1 Nöron Fizyolojisi .....	5
2.2 Lyapunov Üstellerinin Hesaplanması .....	7
2.3 Biyolojik Nöron Modelleri .....	10
2.3.1 FitzHugh Nagumo nöron modeli .....	13
2.3.2 HR nöron modeli .....	15
2.3.3 Izhikevich nöron modeli .....	16
2.3.3.1 Orijinal Izhikevich nöron modeli .....	16
2.3.3.2 Modifiye Izhikevich nöron modeli .....	18
BÖLÜM III SENKRONİZASYON KAVRAMI .....	22
3.1 Lyapunov Kontrol Yöntemi .....	23
3.2 Geri Adımlamalı Kontrol Yöntemi .....	24
3.3 Geribeslemeli Kontrol Yöntemi .....	25
BÖLÜM IV NÖRON MODELLERİ ARASINDAKİ KUPLAJ VE SENKRONİZASYON .....	28
4.1 Nöron Modelleri Arasındaki Kuplaj .....	29
4.2 Kontrol Yöntemi Uygulanmayan Kuplajlı Nöron Modelleri .....	30
4.2.1 Elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli .....	30
4.2.2 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli .....	33
4.2.3 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı Izhikevich nöron modeli .....	36
4.2.3.1 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı Orijinal Izhikevich nöron modeli .....	36
4.2.3.2 Elektriksel kuplajlı modifiye Izhikevich nöron modeli .....	38

4.3 Kontrol Yöntemi Uygulanan Kuplajlı Nöronların İncelenmesi.....	40
4.3.1 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar .....	40
4.3.1.1 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli .....	40
4.3.1.2 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli.....	42
4.3.1.3 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı Orijinal Izhikevich nöron modeli .....	45
4.3.1.4 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı modifiye Izhikevich nöron modeli .....	48
4.3.2 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar .....	51
4.3.2.1 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli .....	51
4.3.2.2 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli.....	53
4.3.3 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar .....	58
4.3.3.1 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli .....	58
4.3.3.2 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli.....	61
4.3.3.3 Geri beslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modeli .....	64
4.4 Kontrol Yöntemi Uygulanan Kuplajlı Nöronların Kontrolör Yöntemlerinin Kıyası	66
BÖLÜM V FHN, ORJİNAL ve MODİFİYE IZHİKEVİCH NÖRONLARININ DONANIM UYGULAMALARI .....	74
BÖLÜM VI SONUÇLAR .....	88
KAYNAKLAR .....	90
ÖZ GEÇMİŞ .....	104
TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER .....	105

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Çoklu çalışma işleminden sonra ortalama genlik, ortalama faz, ortalama toplam hatalar ve standart sapma sonuçları.....	19
Çizelge 2.2. Çoklu minimum toplam hata, genlik ve faz hatalarına ek olarak, minimum toplam hata değeri için tahmin ettirilen 'k <sub>1</sub> ', 'k <sub>2</sub> ' ve 'k <sub>3</sub> ' parametreleri .....	19
Çizelge 4.1. Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	68
Çizelge 4.2. Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geri beslemeli kontrol yöntemleri için kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	69
Çizelge 4.3. Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	70
Çizelge 4.4. Kontrolsüz, Lyapunov ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	72
Çizelge 4.5. Kontrolsüz, Lyapunov ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için kimyasal olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	72
Çizelge 4.6. Kontrolsüz ve Lyapunov kontrol yöntemi için elektriksel olarak kuplajlanan Modifiye Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar .....	73
Çizelge 5.1. Orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modellerinin FPGA tabanlı gerçeklemlerde eleman kullanım miktarları. ....	84
Çizelge 5.2. FPGA tabanlı gerçeklemlerde iki orijinal ve iki modifiye edilmiş kuplajlı Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları. ....	84
Çizelge 5.3. FPGA tabanlı gerçeklemlerde Lyapunov yöntemi ile kontrol edilen iki orijinal ve iki modifiye edilmiş kuplajlanan Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları. ....	86

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Nöron yapısı .....	6
Şekil 2.2. Uyarı iletimi sırasında membrandaki aksiyon potansiyeli değişimi.....	7
Şekil 2.3. Yörüngelerin grafiksel değişimi .....	8
Şekil 2.4. FHN nöron modeline ait nümerik simülasyon sonuçları $I=0.34$ iken zaman domeninde membran potansiyeli ve toparlanma parametresi (a) ve faz portresi (b) .....	14
Şekil 2.5. FHN nöron modeline ait Lyapunov üstelleri .....	14
Şekil 2.6. Hindmarsh-Rose nöron modeline ait kaotik cevabı (a) ve faz portresi (b) ....	15
Şekil 2.7. HR nöron modeline ait Lyapunov üstelleri.....	16
Şekil 2.8. Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı için zaman domeni ve faz portre çizimleri.....	17
Şekil 2.9. Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstelleri .....	18
Şekil 2.10. Modifiye Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstelleri .....	20
Şekil 2.11. Modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı için zaman domeni ve faz portre çizimleri. ....	21
Şekil 4.1. Nöronlar arası kuplajlama .....	29
Şekil 4.2. Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronuna ait standart sapma sonucu .....	31
Şekil 4.3. Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda, $g=0.5$ değeri için nöron dinamikleri (a) ve faz domeni gösterimi (b) .....	32
Şekil 4.4. Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda, $g=-0.5$ değeri için nöron dinamikleri (a) ve faz domeni gösterimi (b) .....	32
Şekil 4.5. İki elektriksel kuplajlı ve kontrolsüz HR nöron modelinin zaman domeni ve faz domeni gösterimleri: $g=-1$ (a ve b) , $g=1$ (c ve d) ve standart sapma sonucu (e) .....	34
Şekil 4.6. İki kimyasal kuplajlı ve kontrolsüz HR nöron modelinin zaman domeni ve faz domeni gösterimleri: $g=-1$ (a ve b) , $g=1$ (c ve d) ve standart sapma sonucu (e) .....	35

Şekil 4.7. İki elektriksel kuplajlı orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanmış nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-0.4$ (b) ve $g=0.4$ için (c) .....	37
Şekil 4.8. İki kimyasal kuplajlı orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu kimyasal olarak kuplajlanmış nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-1.5$ (b) ve $g=1.5$ için (c) .....	38
Şekil 4.9. İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanan nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-0.4$ (b) ve $g=0.4$ için (c) .....	39
Şekil 4.10. Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanan nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>1</sub> ' çizimleri $g=-0.5$ (b) ve $g=0.5$ için (c) .....	42
Şekil 4.11. $g=-1$ (a ve b) ve $g=1$ (c ve d) için Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen elektriksel kuplajlı iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen elektriksel kuplajlı iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e) .....	44
Şekil 4.12. $g=-1$ (a ve b) ve $g=1$ (c ve d) için Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen kimyasal kuplajlı iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen kimyasal kuplajlı iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e) .....	45
Şekil 4.13. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-0.4$ (b) ve $g=0.4$ için (c) .....	47
Şekil 4.14. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki kimyasal olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu kimyasal olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-1.5$ (b) ve $g=1.5$ için (c) .....	48

- Şekil 4.15. Lyapunov yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: a) Standart sapma sonuçları. Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri b)  $g=-0.4$  ve c)  $g=0.4$  için..... 50
- Şekil 4.16. Geri Adımlamalı kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri  $g=-0.5$  (b) ve  $g=0.5$  için (c) ..... 53
- Şekil 4.17.  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$ (c ve d) için geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronunun standart sapma grafiği (e) ..... 56
- Şekil 4.18.  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen iki kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronunun standart sapma grafiği (e) ..... 57
- Şekil 4.19. Geribeslemeli kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_1$ ' çizimleri  $g=-0.5$  (b) ve  $g=0.5$  için (c) ..... 60
- Şekil 4.20.  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri besleme yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domenive faz portre çizimleri. Geri besleme yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e) ..... 63
- Şekil 4.21.  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri besleme yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domenive faz portre çizimleri. Geri besleme yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e) ..... 64
- Şekil 4.22. Geri beslemeli kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi,

zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' çizimleri $g=-0.4$ (b) ve $g=0.4$ için (c) .....	66
Şekil 4.23. Elektriksel kuplajlı HR nöronunun toplam hatalarının grafiksel gösterimi $g=-1$ (a) ve $g=1$ (b).....	69
Şekil 4.24. Kimyasal kuplajlı HR nöronunun toplam hatalarının grafiksel gösterimi $g=-1$ (a) ve $g=1$ (b).....	70
Şekil 4.25. Elektriksel kuplajlı FHN nöronun toplam hatalarının grafiksel gösterimi $g=-0.5$ (a) ve $g=0.5$ (b).....	71
Şekil 4.26. Elektriksel kuplajlı orijinal Izhikevich nöronun toplam hatalarının grafiksel gösterimi $g=-0.4$ (a) ve $g=0.4$ (b) .....	72
Şekil 5.1. FPGA tabanlı uygulama süreci için şematik bir blok diyagram.....	75
Şekil 5.2. Kuplajlı FHN nöronlarının FPGA tabanlı uygulamaları için SG <sub>DSP</sub> programı ile tasarımı .....	76
Şekil 5.3. Kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda FPGA elemanı ile gerçekleştirme sonuçları. $g=-0.5$ (a) ve $g=0.5$ (b) değerleri için nöron dinamikleri, hata değerleri ve faz portresi gösterimleri .	77
Şekil 5.4. Kuplajlı iki FHN nöronuna Lyapunov kontrolörü uygulandığı durumda FPGA elemanı ile gerçekleştirme sonuçları. $g=-0.5$ (a) ve $g=0.5$ (b) değerleri için nöron dinamikleri, hata değerleri ve faz portresi gösterimleri .....	77
Şekil 5.5. Modifiye edilmiş ve orijinal Izhikevich nöron modellerinin FPGA cihazında gerçekleştirimi için paralel işlem prosedürü. ....	78
Şekil 5.6. Orijinal Izhikevich nöron modelinin FPGA tabanlı uygulama sonuçları: kaotik davranışı için zaman alanı ve faz portre çizimleri.....	79
Şekil 5.7. Modifiye Izhikevich nöron modelinin FPGA tabanlı uygulama sonuçları: kaotik davranışı için zaman alanı ve faz portre çizimleri.....	79
Şekil 5.8. İki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve $g=-0.4$ için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b).....	80
Şekil 5.9. İki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve $g=0.4$ için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	80
Şekil 5.10. İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel	

gerçekleştirme sonuçları: a) zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve g=-0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	81
Şekil 5.11. İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: a) zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve g=0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	81
Şekil 5.12. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve g=-0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	82
Şekil 5.13. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> '(a) ve g=0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	82
Şekil 5.14. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve g=-0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	83
Şekil 5.15. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e <sub>v</sub> ' (a) ve g=0.4 için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b) .....	83
Şekil 6.1. Tez kapsamında yapılan çalışmaları özetleyen bir gösterim .....	88

## SİMGE VE KISALTMALAR

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\lambda$	Lyapunov üsteli değeri
$g$	Kuplajlama ağırlığı
$x$	Nöronun membran potansiyeli
$y$	Na <sup>+</sup> ve K <sup>+</sup> iyonlarının hızlı akımını ifade eder
$z$	Ca <sup>+</sup> iyonunun yavaş akımını
$I$	Membrana uygulanan harici akımı
$x_0$	Uyartım olmadığı durumda nöron modelinin denge noktası
$x_1$	Birinci nörona ait hücre zarı potansiyeli
$x_2$	İkinci nörona ait hücre zarı potansiyeli
$y_1$	Birinci nörona ait Na <sup>+</sup> ve K <sup>+</sup> iyonlarının hızlı akımı
$y_2$	İkinci nörona ait Na <sup>+</sup> ve K <sup>+</sup> iyonlarının hızlı akımı
$v$	Nöronun hücre zarı potansiyeli
$u$	Nöronun toparlanma parametresi

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
FHN	FitzHugh Nagumo
HR	Hindmarsh Rose
HH	Hodgkin-Huxley
FPGA	Field-Programmable Gate Array (Alan Programlanabilir Kapı Dizisi)
GA	Genetik Algoritma
Cl <sup>-</sup>	Klor
Na <sup>+</sup>	Sodyum
K <sup>+</sup>	Potasyum
Ca <sup>+</sup>	Kalsiyum
GSR	Gram-Schmidt Reorthonormalization
D <sub>KY</sub>	Kaplan Yorke Boyutu

V	Lyapunov fonksiyonu
EEG	Elektroensefalografi
SG <sub>DSP</sub>	System Generator for DSP



# BÖLÜM I

## GİRİŞ

Canlılarda bilgi taşıma işlemi nöron olarak adlandırılan özel hücrelerle gerçekleşmektedir. Nöronlar sinirsel uyarıları elektriksel ve kimyasal yollarla ileterek, canlı vücudunda bilgi taşıyan sinir sisteminin temel parçasıdır. Doğadaki canlılar çevreden gelen sinyalleri duyarı aracılığıyla algılayarak, bu sinyalleri merkezi sinir sistemine iletirler. Merkezi sinir sisteminde bu sinyallerle ilgili kararlar verilerek, bu kararlar çeşitli tepkilerle eyleme dökülür. Duyu organları ile algılanan, ardından merkezi sinir sistemi ile işlenip cevaplanan bu işaretlerin canlı vücudunda hızlı bir şekilde yayılması bilimsel çalışmalara esin kaynağı olmuştur. Bu haberleşme sisteminin temeli nöronlar arasındaki elektriksel ve kimyasal kuplajlamalara dayanmaktadır. Kimyasal sinapslarda bilgi, bir hücreden diğer hücreye nörotransmitter madde salınması yoluyla aktarılırken; elektriksel sinapsta, boşluk bağlantıları adı verilen hücreler arası kanal kümeleri ile doğrudan iletilir. Nöronlar arasındaki bu kuplajlamalar beynin çalışmasının anlaşılması için de büyük öneme sahiptir (Chow ve Kopell, 2000; Faber & Pereda, 2018). Bu nedenle canlılarda bilgi taşıma işlemi yapan nöronları modellemek, nöron davranışlarını simüle etmek, nöronlar arasındaki etkileşimleri ve beynin nasıl çalıştığını anlamak amacıyla birçok biyolojik nöron modeli tanımlanmıştır (Hodgkin & Huxley, 1990; Wilson ve Cowan, 1972; Morris ve Lecar, 1981; Izhikevich, 2003; Hindmarsh vd., 1984; FitzHugh, 1961; Nagumo vd., 1962 ).

Bireysel nöron davranışlarını incelenmesinin ardından, canlı vücudunda duyu organları ile omurilik ve beyin gibi yüksek mertebeli bilgi işleme merkezleri arasındaki haberleşme süreci, pek çok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Bu sebeple nöronlar arasındaki senkronizasyon kavramı son yıllarda sıklıkla çalışılan bir konu haline gelmiştir. Bu kavram, algısal sistemlerde, diğer sinir ağlarında ve beynin birçok bölgesinde önemli bir olgudur. Senkronizasyon kavramı ile; kolektif nöronların davranışları, nöronlar arasındaki bağlantı tipleri; senkronizasyon durumunun kontrolü, kullanılan kontrol yönteminin başarısının değerlendirilmesi, gerçek nöronlarda meydana gelen bilgi işleme sürecinin modellere aktarılması, modellerden yola çıkarak gerçek sistemlerin tepkilerinin değerlendirilmesi gibi konu başlıkları ele alınmaktadır. Literatürde nöronlar arasındaki senkronizasyon durumunun elde edilmesi için çeşitli kontrol yöntemlerinin nöron

modellerine dahil edildiği pek çok farklı çalışma mevcuttur (Bin vd., 2006; Che vd., 2010; Che vd., 2011; Nguyen ve Hong, 2011; Zhang vd., 2007).

Gerçek nöronların dinamik davranışlarını taklit etmek çok önemlidir, çünkü bu taklit edilen sinir sistemleri genellikle biyo-ilhamlı yapılarda kullanılır (Chen vd., 2017; Nazari vd., 2015; Xue vd., 2014). Canlı vücudundaki nöronların dinamik davranışlarını gözlemlemek için çeşitli elektronik cihazlarla gerçekleştirilen farklı tasarım teknikleri mevcuttur. Bu tasarım prosedürlerinde biyo-ilhamlı (bioinspiration) sistemler az sayıda eleman tüketerek gerçekleştirilmeli ve sistemin doğruluğundan ödün vermeden cihaz kullanım maliyeti düşürülmelidir. Bu durum nöromorfolojik mühendislik çalışmalarında büyük önem taşımaktadır. Bu nedenle yüksek performanslı, düşük güç tüketimli ve yeniden yapılandırılabilir bir platform olan alan programlanabilir kapı disizi (FPGA; Field Programmable Gate Array) elemanı nöromorfolojik uygulamalar için iyi bir alternatiftir. FPGA elemanlarının paralel hesaplama ve yeniden programlanabilme özelliği, gerçek zamanlı uygulamalar için yüksek hesaplama hızı ve önemli esneklikler sağlamaktadır (Chen vd., 2017).

Bu tez çalışmasında, senkronizasyon çalışmalarının temeli olan biyolojik nöron modelleri, bu modellerin kuplajlanması, kuplajlı nöronların senkronizasyonu ve kontrolü, senkron ağ yapılarının donanım gerçekleştirimleri konuları ele alınacaktır. Ayrıca biyolojik işaretlerin ve canlı vücudundaki temel bilgi iletim mekanizmasının taklit edilebilmesi açısından da nöronların senkronizasyonu, kontrolü ve donanım gerçekleştirimleri, faydalı bir mühendislik uygulamasıdır. Bu çalışmada nöronlar arasındaki bağlantı şekilleri, nöron dinamiklerinin eş zamanlı ateşlenmesinin sağlanması için kullanılan kontrol yöntemlerinin etkinliklerinin değerlendirilmesi de sunulacaktır. Bu kapsamda senkronizasyon durumunun nöronlar arasındaki kuplajlama türüne göre farklılık göstermesi nedeniyle, elektriksel ve kimyasal kuplajlamayı ayrı ayrı tanımlayabilen HR nöron modelinden, Izhikevich nöron modelinden ve Fitzhugh-Nagumo nöron modelinden yararlanılacaktır. Ayrıca çalışmada nöronlar elektriksel kuplajlama fonksiyonu ile birbirlerine çift yönlü olarak bağlanmıştır.

Çalışmalara ilk olarak nöron modellerinin dinamik davranışları verilerek ve kaotik davranış sergilediklerini göstermek için nöronlara ait Lyapunov üstelleri hesaplanarak başlanmıştır. Sonrasında, modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı

sergilemesi için modele ait parametreler “Genetik Algoritma (GA)” kullanılarak tahmin ettirilmiştir. Bu tahmin işlemi otuz kez tekrarlanmış ve bu çoklu koşma işlemlerinin standart sapma değeri hesaplanarak algoritmanın tutarlılığı gösterilmiştir. GA ile tahmin ettirilen optimum parametre değerleri kullanılarak, modifiye edilmiş Izhikevich nöron modelinin Lyapunov üstelleri hesaplatılmış ve modelin kaotik dinamikler sergileme başarısı gösterilmiştir (Karaca vd., 2021). Üçüncü bölümde, herhangi bir kontrolörün uygulanmadığı kuplajlı nöronların, sinaptik ağırlık değişiminin dinamik davranışları üzerindeki etkisi gözlemlenmiştir. Kuplajlı nöronlar arasındaki senkronizasyon durumunun tespiti ve değerlendirilmesi için literatürde Lyapunov üstelleri, cross correlation gibi farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında sinaptik ağırlık değişiminin kuplajlı nöronlar üzerindeki etkisinin gözlemlenebilmesi için hücrelerin membran potansiyelleri arasındaki standart sapma sonuçlarından yararlanılmıştır. Dördüncü bölümde kuplajlı nöronların eş zamanlı nöral ateşlemelerini sağlamak için Lyapunov (Lyapunov controller), geri adımlamalı (backstepping controller) ve geri beslemeli (feedback controller) kontrol yöntemleri nöron modellerine uygulanmıştır. Böylece kontrol yöntemlerinin uygulandığı kimyasal kuplajlı Hindmarsh Rose (HR) nöronlarının senkronizasyon kontrolü (Cimen vd., 2020) ile sınırlı sayıda çalışmaya katkı sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca bu kısımda ele alınan ve HR nöron modelinin senkronizasyon kontrolü için geri adımlamalı kontrol yönteminin kullanıldığı konfigürasyon, literatürde ilk kez bu tez çalışması kapsamında ele alınmıştır.

Benzer şekilde kuplajlı Izhikevich nöronlarının senkronizasyon kontrolü için Lyapunov kontrol metodunun kullanımı (Karaca vd., 2021) da ilk kez bu tez çalışması kapsamında gerçekleştirilmiştir. Uygulanan kontrol yöntemlerinin ilgili nöral yapıları eş zamanlı ateşlenen sistemler haline getirip getirmediğinin tespiti ve uygulanan yöntemlerin etkinliklerinin değerlendirilmesi için, bu nöral yapılardaki nöronların membran potansiyelleri arasındaki standart sapma sonuçlarından yararlanılmıştır. Bu bölümde ayrıca kuplajlı nöronların membran potansiyelleri arasındaki genlik ve faz farklılıkları, alternatif bir hata fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır. Böylece kuplajlı yapılara tatbik edilen ilgili senkronizasyon kontrol yöntemlerinin etkinlikleri nöron dinamikleri arasındaki minimum farkların gerçekleştirilmesi açısından değerlendirilmiştir. Yukarıda bahsi geçen alternatif hata fonksiyonu kullanılarak hesaplanan minimum hata değerlerine ait sonuçlar tablolar halinde sunulmuştur.

Beşinci bölümde Lyapunov kontrol yönteminin, FHN ve Izhikevich nöron modelleri kullanılarak oluşturulan kuplajlı nörol yapılara tatbik edilmesi ile elde edilen ve senkron bir sistem haline gelen yapıların FPGA donanımı kullanılarak gerçekleştirilmesine yönelik yapılan çalışmaların (Cimen vd., 2020; Karaca vd., 2021) detayları ele alınmış ve elde edilen gerçekleştirme sonuçları sunulmuştur. Ayrıca (Karaca vd.,2021), yapılan çalışmada orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modelleri ile oluşturulan nöral sistemlere tatbik edilen kontrolör yapılarının da dâhil edildiği donanım gerçekleştirme çalışmaları sonucunda, bu gerçekleştirmelere ait donanım maliyetlerinin kıyaslanması ile ilgili bir çalışma da yapılmıştır.



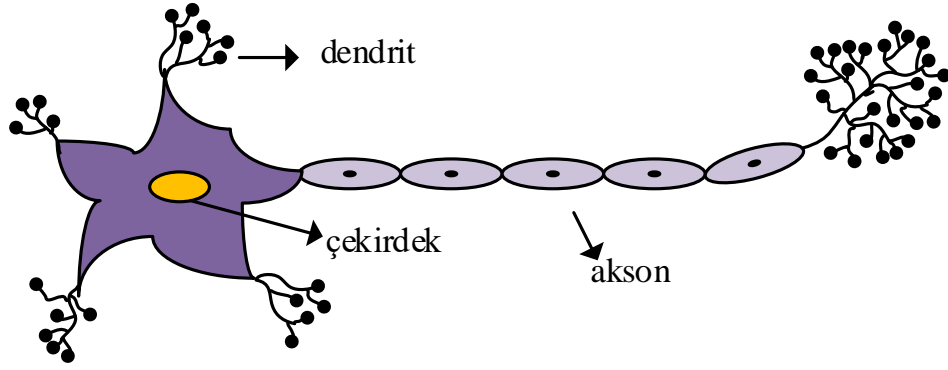
## BÖLÜM II

### NÖRON FİZYOLOJİSİ VE BİYOLOJİK NÖRON MODELLERİ

Canlı vücudundaki nöronlar osilatör yapılarına benzer şekilde kendilerine özgü osilasyonlar üretmektedir. Bu osilasyonlar biyolojik nöron modelleri ile matematiksel olarak tanımlanabilmektedir. Bu bölümde öncelikle nöron fizyolojisi hakkında bilgiler sunulmuştur. Ardından biyolojik nöron modellerinin nöral dinamikler sergileme sürecinde kararlılık analiz yöntemi olarak sıklıkla kullanılan Lyapunov üstelleri hesaplama konusu ele alınmıştır. Literatürde karşılaşılan nöron modelleri ile temel karakteristiklerinin tanıtılmasının ardından, ilerleyen kısımlarında kullanılacak olan biyolojik nöron modelleri ile ilgili temel bilgiler, bu modellerin dinamik davranışlarını gösteren nümerik simülasyon sonuçları ve modellerinin Lyapunov üstellerinin hesaplanması ile elde edilen grafik sonuçları sunulacaktır.

#### 2.1 Nöron Fizyolojisi

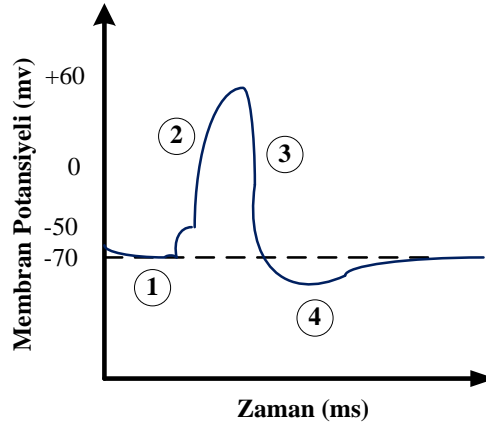
Nöronlar sinirsel uyarıları elektriksel ve kimyasal yollarla ileten ve canlı vücudundaki bilgi transfer mekanizmasının temelini oluşturan yapılardır. Bir nöron hücresi temel olarak soma, dendrit ve aksonlardan oluşmaktadır ve nöron yapısı Şekil 2.1’de gösterilmektedir. Nöronlar birbirleriyle sinapsları aracılığıyla haberleşirler. Bu işlemde aksonların görevi bir nörondan diğer nörona uyarıları iletmektir. Nöronlar birbirleri arasındaki haberleşmeyi elektriksel olarak sağlarlar ve nörona tatbik edilen bir uyartım yoksa aksiyon potansiyeli üretmezler. Nörona gelen akım hücrenin zar gerilimini değiştirerek sinaptik akımlar ve postsinaptik (PSP) gerilim oluştururlar. PSP gerilimi belli bir eşik değerinden sonra zar geriliminde değişime sebep olan aksiyon potansiyeli meydana getirir. Aksiyon potansiyeli oluşumu “ya hep ya hiç” prensibine göre meydana gelir; postsinaptik gerilimi eşik değerinin altında olan nöronlar pasifken, eşik değerinin üzerinde olan nöronlar aktiftir (Başargan, 2013).



Şekil 2.1. Nöron yapısı

Bir hücrenin içi ve dışı arasındaki gerilim farkını ifade eden membran (zar) potansiyelinin kısa bir süreyle eşik seviyesini aşmasıyla aksiyon potansiyeli oluşmaktadır (Özsoy, 2007). Hücre içi ve hücre dışında, artı yüklü ve eksi yüklü iyonlar bulunmaktadır. İyon hareketliliği hücre içi ve hücre dışında farklı iyon yoğunlukları oluşturur. Nöronlardaki aksiyon potansiyelleri membran yüzeyindeki iyon hareketleri vasıtasıyla oluşmaktadır. Hücrede Klor ( $Cl^-$ ), Sodyum ( $Na^+$ ), Potasyum ( $K^+$ ) ve Kalsiyum ( $Ca^{2+}$ ) iyonları bulunmaktadır (Dahasert, 2012a). Şekil 2.2’de hücrede bir uyarı esnasında membrandaki aksiyon potansiyeli değişimi verilmiştir. Şekil 2.2 üzerinde verilen numaralandırmalar sırasıyla (1) dinlenme potansiyeli, (2) aksiyon potansiyelinin depolarizasyonu, (3) aksiyon potansiyelinin repolarizasyonu ve (4) hiperpolarizasyonu aşamalarını göstermektedir. Bir numara ile gösterilen dinlenme potansiyeli esnasında hücrede herhangi bir uyarım oluşmaz. Zarda bulunan sodyum ve potasyum iyonları, yüksek yoğunluktan düşük yoğunluğa doğru zarın izin verdiği süre içerisinde geçiş yapabilmektedir. Bir kas hücresi için dinlenme potansiyeli  $-90mV$  iken, bir sinir hücresi için  $-70mV$  civarındadır. İki numara ile gösterilen depolarizasyon esnasında, dışarıdan uygulanan harici bir akım ile eşik değerine ulaşıldığında  $Na^+$  iyonları hücre içerisine doğru geçmeye başlar. Bu durum dinlenme potansiyelinin pozitif değerlere doğru artmasına sebep olur. Aksiyon potansiyelinin ateşlenmesi sırasında ikinci bir aksiyon potansiyeli oluşumu gerçekleşmemektedir. Yeni bir aksiyon potansiyelinin gerçekleşmesi için  $Na^+$  iyonlarının geçişi durmalı ve hücre tekrar dinlenme haline dönmelidir. Bu durum Şekil 2.2 üzerinde üç numarayla belirtilen depolarizasyon durumudur. Hücre dinlenme durumuna geçerken, hücre dışına  $Na^+$  ve  $K^+$  geçişleri olmaktadır.  $K^+$  kapıları,  $Na^+$  kapıları gibi hemen inaktivite olmadıkları için hücre içi ilk duruma göre daha fazla negatif olmaktadır. Bu durum hiperpolarizasyon olarak

adlandırılmaktadır. Bu dönemde hücrenin uyarılması için daha yüksek bir eşik uyarımına ihtiyaç duyulur (Hammond, 2015).



**Şekil 2.2.** Uyarı iletimi sırasında membrandaki aksiyon potansiyeli değişimi

Aksiyon potansiyeli bir nöronun eşik değerinin üzerinde uyarılmasıyla meydana gelir. Bu uyarıların çeşidi, genliği ve frekansı aksiyon potansiyelini etkilemektedir. Uyarımın genliği ve frekansının artması aksiyon potansiyeli oluşumunu arttırmaktadır (Özsoy, 2007).

## 2.2 Lyapunov Üstellerinin Hesaplanması

Biyolojik nöron modelleri osilatör yapılarına benzer şekilde dahili osilasyonlar sergilemektedir. Bir sistemin kararsız yapıda olup osilasyon sergileyip sergilemediği Lyapunov üsteli sonuçlarının yorumlanması ile mümkündür. Sistemin kaotik osilasyon sergilemesi için gerekli olan şart Lyapunov üstellerinden en az birinin pozitif olmasıdır. Bu çalışmada nöron modellerinin nöral dinamikler sergilediği parametrelerde ürettiği osilasyonların kaotik olup olmadığının tespiti için Lyapunov üstellerinin hesaplanması ile elde edilen grafiklerden yararlanılmıştır. Tez çalışmasının bu kısmında Lyapunov üstellerinin hesaplanma aşamaları kısaca ele alınacaktır.

Doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin kararlılık analizinde üstellerin kullanılabileceğini ilk olarak 1889 yılında Rus matematikçi Sonya Kovalevskaya (1850–1891) tarafından ifade edilmiştir. Kovalevskaya'nın bu çalışması, 1892 yılında başka bir Rus matematikçi olan Alexandr Mikhailovich Lyapunov (1857–1918) tarafından

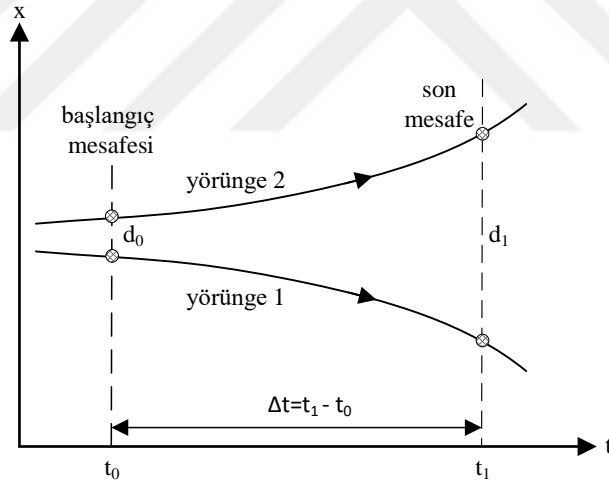
geliştirilmiştir. Lyapunov yaptığı çalışmasında, Lyapunov üstelleri ile dinamik bir sistemin yörüngelerinin birbirinden yaklaşıp uzaklaşması hakkındaki görüşlerini açıklamıştır (Özkaynak,2007).

Lyapunov üstelleri için diferansiyel denklemlerle tanımlanan bir boyutlu olan iki komşu yörünge Şekil 2.3'te gösterilmektedir. Yörüngelerin zaman periyodu  $\Delta t = t_1 - t_0$ 'dır.  $\Delta t$  zaman periyodu süresince, iki yörünge arasındaki  $d_t$  ile tanımlanan, iki eğri arasındaki fark artışına ait ifade Denklem (2.1)'de verilmektedir.

$$d_t = d_0 e^{\lambda \Delta t} \quad (2.1)$$

Burada ki  $\lambda$  üsteli ise aşağıdaki denklemden hesaplanabilir.

$$\lambda = \frac{1}{\Delta t} \ln\left(\frac{d_t}{d_0}\right) \quad (2.2)$$



**Şekil 2.3.** Yörüngelerin grafiksel değişimi

Başlangıç koşulu  $x_0$  olan n-boyutlu bir dinamik sistem  $\dot{x} = F(x, t)$  ifadesi göz önüne alındığında, Lyapunov üstellerini değerlendirmek için ilk olarak ortogonal vektörler oluşturmak gerekmektedir. Denklemde yer alan  $J(x, t)$  ifadesi  $F(x, t)$  dinamik sisteminin Jacobian matrisini,  $\Phi(x, t)$  ise sistemin durum geçiş matrisini ifade etmektedir (Soriano vd., 2011).

$$\dot{\Phi}(x, t) = J(x, t)\Phi(x, t) \quad (2.3)$$

Lyapunov üstelleri hesaplanırken, eğriler arasındaki sapma oranını belirlemek gerekir. Bunun için tüm sistem  $\Delta t$  aralığında  $x_0$ 'dan başlayarak değerlendirilir. Bu ilk durumda  $\Phi(x_0) = I_n$  değerini almaktadır. Denklemden yer alan  $I_n$  ifadesi  $N \times N$ 'lik bir birim matristir. Bu işlemten sonra, referans eğrilerindeki vektörleri güncellemek mümkündür. Burada en büyük Lyapunov üsteli  $\delta_{1x}^{(1)} = \Phi(x, t) \cdot u_1^{(0)}$  denklemi ile verilmektedir. Bu denklemde  $u_1^{(0)} = \delta_{1x}^{(0)} / \|\delta_{1x}^{(0)}\|$ 'dir ve üst simge (\*) mevcut yinelemeyi belirtmektedir. Bu normalizasyon prosedürünün  $K$  kez tekrarlanması ile Lyapunov üstelini veren ifade Denklem (2.4)'teki gibi elde edilmektedir (Soriano vd., 2011).

$$\lambda_1 = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{KT} \sum_{k=1}^K \ln \|\delta_{1x}^{(k)}\| \quad (2.4)$$

Kaotik sistemlerde, sistem yönünü sürekli değiştirdiğinden  $\delta_{1x}, \delta_{2x}, \dots, \delta_{nx}$  vektörleri, sayısal hatalara neden olan ve teğet eğrilerin tek bir yöne yönelmesine neden olabilecek kadar geniş bir doğrultuda hizalanma eğilimindedir. Bu nedenle Gram-Schmidt Reorthonormalization (GSR) yöntemi kullanılabilir. Bu da  $\lambda_2$ 'den  $\lambda_n$ 'e kadar olan üstellerin doğru tahmin edilmesini sağlar.  $v_1, v_2, \dots, v_n$  vektörleri ve bu vektörlerin normalize versiyonları  $u_1, u_2, \dots, u_n$  ile verilen GSR prosedürü analitik olarak aşağıdaki adımlarla tanımlanmaktadır (Soriano vd., 2011).

$$v_1^k = \delta_{1x}^{(k)} \quad (2.5)$$

$$u_1^k = \frac{v_1^k}{\|v_1^k\|} \quad (2.6)$$

$$v_2^k = \delta_{2x}^{(k)} - \langle \delta_{2x}^{(k)}, u_1^k \rangle u_1^k \quad (2.7)$$

$$u_2^k = \frac{v_2^k}{\|v_2^k\|} \quad (2.8)$$

⋮

$$v_n^k = \delta_{nx}^{(k)} - \langle \delta_{nx}^{(k)}, u_1^k \rangle u_1^k - \dots - \langle \delta_{nx}^{(k)}, u_{n-1}^k \rangle u_{n-1}^k \quad (2.9)$$

$$u_n^k = \frac{v_n^k}{\|v_n^k\|} \quad (2.10)$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan  $\langle \delta_{nx}^{(k)}, u_n^k \rangle$  ifadesi  $\delta_{nx}^{(k)}$  ve  $u_n^k$  matrislerinin iç çarpımını ifade etmektedir. 'k'ıncı iterasyonda, Lyapunov üstellerini veren denklem

ifadesi aşağıda gösterilmektedir.

$$\lambda_n = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{KT} \sum_{k=1}^K \ln \|v_n^{(k)}\| \quad (2.11)$$

Sisteme ait Lyapunov üstellerinin sayısı, faz uzayındaki sistemin boyutu kadardır. Hesaplanan en büyük Lyapunov üsteli sistemin kaotik olup olmadığını belirlemede kullanılır. Lyapunov üstellerinin, en az bir değerinin pozitif olması sistemin kaotik olduğunu göstermektedir (Koza, 2010; Vaidyanathan vd., 2014).

### 2.3 Biyolojik Nöron Modelleri

Canlılarda bilgi taşıma işlemi yapan nöronları modellemek, nöron davranışlarını simüle etmek, nöronlar arasındaki etkileşimleri ve beynin nasıl çalıştığını anlamak amacıyla birçok biyolojik nöron modeli tanımlanmıştır. Bu biyolojik nöron modelleri matematiksel denklemlerle ifade edilmiştir. 1943 yılında McCulloch ve Pitts, nöron aktivitesinin ‘ya hep ya hiç’ prensibine gerçekleştiğini vurgulamışlardır (McCulloch and Pitts, 1943). McCulloch ve Pitts nöron modeli, biyolojik nöronların temel özelliklerini modelleyerek yapay sinir ağlarının geliştirilmesine önemli bir katkı sağlamıştır (Zang ve Zang, 1999).

Gerçek nöron davranışına en yakın matematiksel sistem, mürekkep balığının aksonunun incelenmesiyle 1952’de önerilen Hodgkin-Huxley (HH) modelidir. Hodgkin-Huxley (HH) yaklaşımı nöral dinamiklerini taklit eden en kapsamlı model olarak bilinir ve bunu membranların kapasitansını ve iyon kanallarının direnç özelliklerini tanımlayarak yapar. HH nöron modeli, membran potansiyeli, Na<sup>+</sup> ve K<sup>+</sup> iyon akımlarının aktivasyonu ve Na<sup>+</sup> iyon akımının inaktivasyonu ile ilgili çeşitli fizyolojik parametreleri içeren dört denklem ile temsil edilir. Bu modelin parametreleri ayarlanarak sinir sistemlerinde gözlemlenen hemen hemen tüm aksiyon potansiyeli desenini yeniden üretebilmektedir. Bu modellemede, aksonlardaki aksiyon potansiyelinin başlangıcının ve yayılımının temeli olan iyonik mekanizma açıklanmıştır. Bu iyonik akışın membran yüzeyinde meydana getirdiği elektrik akımı ile ilgilenilmiştir (Hodgkin ve Huxley, 1952; Kumar vd., 2016; Cornejo-Perez ve Femat, 2005; Nobukawa vd., 2015b). Hodgkin-Huxley nöron modeli kapsamlı bir model olduğu için nöronların dinamik davranışları birçok parametreye bağlıdır. Bu model biyolojik olarak anlamlı ve ölçülebilirdir, ancak matematiksel

tanımlaması karmaşık ve uygulaması oldukça zordur (Dahasert vd., 2012a). Öte yandan, HH modelinde bulunan nöronların fizyolojik yapılarını temsil etmek için kullanılan parametrelerin karmaşıklığı nedeniyle, araştırmacılar nöronların spike nöral cevabına ve bu cevabın oluşması için gerekli özelliklere odaklanarak HH nöron modeline alternatif biyolojik nöron modelleri önermişlerdir.

Hodgkin-Huxley modeline alternatif ve bu modelin sadeleşmiş şekli olan FitzHugh-Nagumo (FHN) nöron modeli önerilmiştir (FitzHugh, 1961; Nagumo vd., 1962). Literatürde FHN nöron modeli üzerine yapılan araştırmalarda bu modelin, faz diyagramları ve dallanma (bifurcation) teorisi kullanarak nöral cevabın doğrusal olmayan salınımları araştırılmıştır. FHN nöron modeli, analitik çalışma, sayısal simülasyonlar ve elektronik gerçekleştirilmeler açısından basit tanımlaması nedeniyle mühendislik alanındaki bilimsel çalışmalara sıklıkla konu olmaktadır. Bahsi geçen model, belirli eşğin üzerinde harici akımla uyarıldığı zaman, bir osilatör yapısı gibi davranarak, periyodik davranışlar sergilemektedir. Öte yandan FHN nöron modeli, nöronun hızlı ateşlemesini sağlamamakta ve ateşlemeler arasındaki uzun aralıkları gerçekçi bir şekilde tanımlayamamaktadır (Ambrosio ve Aziz-Alaoui, 2012; Meucci vd., 2012; Aqil vd., 2012; Iqbal vd., 2014; Nguyen ve Hong, 2011).

Literatürde pek çok çalışmaya konu olan diğer bir nöron modeli ise 1972'de Nagumo ve Sato tarafından doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerden yararlanılarak tanımlanmıştır. Aynı sene Wilson-Cowan nöron modeli de önerilmiştir. Bu model, nöronlar arasındaki dâhili ve harici bağlantıları temsil eden iki adet boyutsuz diferansiyel denklem içermektedir (Dahasert vd., 2012a). Wilson-Cowan nöron modeli, korteks dokusunun silindirik bir bölümünde iki tür nöral popülasyonun ateşlenme hızını açıklamaktadır (Becker vd, 2016). Wilson-Cowan nöron modelinde aktif ve pasif uyarıcı ile kısıtlayıcı nöronların ortalama sayısıyla ilgilenilmiştir (Cowan vd., 2016).

1981 yılında iki adet diferansiyel denklem içeren Morris-Lecar modeli, Catherine Morris ve Harold Lecar tarafından, dev kabuklu deniz hayvanının kas lifindeki  $Ca^{+}$  ve  $K^{+}$  iletkenliği ile ilgili çeşitli salınım davranışlarını tanımlamak için geliştirilmiştir. Bu nöron modelindeki denklemler boyutsuzdur, fakat ilgili model kondüktans tabanlıdır. Morris-Lecar nöron modeli biyofiziksel anlamlı bir nöron modelidir. (Koblevskiy, 2008; Patel ve Deweerth, 1997). Matematiksel ifadesi açısından detaylı bir biyolojik nöron modeli

olan Morris-Lecar nöron modeli; doğrusal olmayan fonksiyonlar ile tanımlanması ve denklemlerindeki karmaşıklığı nedeniyle, konvansiyonel dijital veya analog devre elemanları ile kolaylıkla uygulanabilir bir model değildir (Gholami ve Saeedi, 2015).

1984 yılında, nöronlar arasındaki sinaptik bağlantı özelliklerinin kolaylıkla incelenebildiği ve nöral dinamikleri sergileme açısından başarılı bir model olan Hindmarsh-Rose (HR) nöron modeli önerilmiştir. Canlı vücudundaki gerçek nöral sistemlerde sinaptik bağlantılar elektriksel ve kimyasal sinapslar olmak üzere iki tiptir. HR nöron modeli bu iki sinaptik tanımlamayı ayrı ayrı modelleyebilmektedir (Dahasert vd., 2012a). Ayrıca HR nöron modeli nörobiyolojide aksonlar boyunca sinyal iletimini tanımlayan fizyolojik olarak gerçekçi bir model olarak düşünülmektedir (Che vd., 2010; Charles vd., 2008; Korkmaz vd., 2016a).

Hesaplamalı sinir bilimi çalışmalarında yaygın olarak kullanılan ve basit bir matematiksel tanımlamaya sahip olduğu düşünülen modellerden biri de Integrate-and-Fire modeli'dir. Integrate-and-Fire nöron modeli, nöronun alt-eşik seviyesindeki davranışını tanımlayabilen ve bu dinamiği yalnızca bir kapasitans kullanılarak ifade edebilen bir modeldir. Bu modelde alt-eşik seviyesi geçildiğinde nöron ateşlenir. Ayrıca Integrated-and-Fire tipi modellerin analizi ve anlaşılması kolaydır ve modellerin nümerik benzetimleri etkin bir şekilde yapılabilir. Bununla birlikte, Integrate-and-Fire modellerinin hiçbiri, nöronun spike dinamikleri hakkında gerçekçi bir tanımlama yapmamaktadır. Bu nedenle, sadece analitik sonuçları test etmek veya nöronların büyük topluluklarını taklit etmek için kullanılmaktadırlar (Başargan, 2013; Steur, 2006).

Bireysel bir nöronun dinamik davranışını veya nöronlar arasındaki etkileşimi tanımlamak için literatürde başka biyolojik nöron modelleri de önerilmiştir. Bunlar Rosanate and fire burst model, Quadratic integrate and fire model, Brette ve Gerstner (2005) modelleridir. (Hansel ve Mato, 2001; Izhikevich, 2001; Brette ve Gerstner, 2005).

Izhikevich nöron modeli 2003 yılında Hodgkin-Huxley tipi dinamiklerin biyolojik olarak anlamlılığını ve Integrate-and-Fire nöron modellerinin hesaplama verimliliğini birleştiren bir model olarak literatüre sunulmuştur. Izhikevich nöron modeli, modelde tanımlı ayarlanabilir parametreleri sayesinde gerçek nöronların yirmi farklı dinamik davranışını modelleyebilmektedir (Izhikevich, 2003; Bavandpour, 2015). Izhikvich nöron modeli

literatürde, merkezi desen üretici uygulamaları, nöral ağ yapısı tanımlamaları ve modelin parametre değerleri değiştirilerek kaotik dinamiklerin elde edilmesi gibi pek çok farklı araştırma alanında kullanılmaktadır (Bucker, 2009; Korkmaz vd., 2018; Lepek and Fronczak, 2018; Mishra vd., 2004; Nobukawa vd., 2015a; Nobukawa vd., 2015b; Nobukawa vd., 2017; Nobukawa vd., 2018).

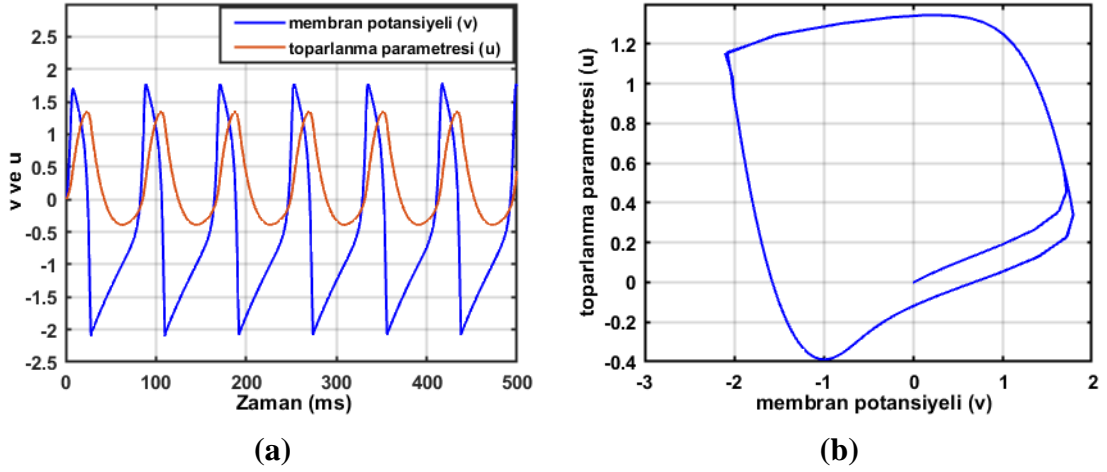
Bu tez çalışmasının ilerleyen kısımlarında çeşitli sinaptik konfigürasyonlarla kuplajlanan ve FitzHugh-Nagumo nöron modeli, Hindmarsh-Rose nöron modeli ve Izhikevich nöron modeli ile oluşturulan nöral ağ yapılarında senkronizasyon kontrolü konusu ele alınmaktadır. Bu sebeple tez çalışmasının bu kısmında, ilerleyen bölümlerde kullanılacak olan biyolojik nöron modelleri ile ilgili temel bilgiler, bu modellerin dinamik davranışlarını gösteren nümerik simülasyon sonuçları ve bu modellerin Lyapunov üstellerinin hesaplanması ile elde edilen grafik sonuçları sunulacaktır.

### 2.3.1 FitzHugh Nagumo nöron modeli

FHN nöron modeli Denklem (2.12)'deki eşitliklerle tanımlanmıştır. Bu denklemde 'v' membran potansiyelini, 'u' nöronun dinlenme durumuna dönmesi için gerekli toparlanma parametresini, 'I' membrana uygulanan harici akımı ifade etmektedir. Denklemdeki 'a' ve 'c' ölçekleme parametreleri iken 'b' ateşleme eşiği değeridir (Bhattacharjee vd., 2013).

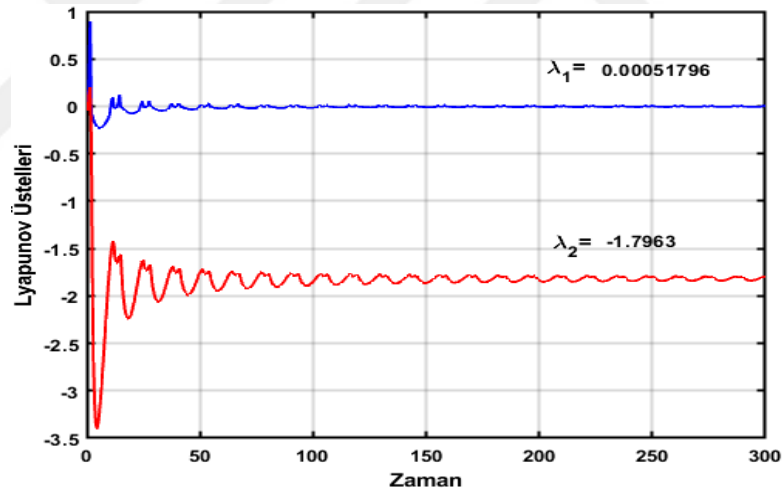
$$\begin{aligned} \dot{v} &= c \left( v - u + I - \frac{v^3}{3} \right) \\ \dot{u} &= \frac{v - bu + a}{c} \end{aligned} \tag{2.12}$$

FHN nöron modeline ait membran potansiyeli (v), toparlanma parametresi (u) cevabı ve v-u faz portresi grafiği Şekil 2.4'te verilmiştir. FHN nöron modelinin Şekil 2.4'teki nümerik simülasyonunda değişkenler, a=0.7, b=0.8, c=3, I=0.34 olarak seçilmiştir.



Şekil 2.4. FHN nöron modeline ait nümerik simülasyon sonuçları  $I=0.34$  iken zaman domeninde membran potansiyeli ve toparlanma parametresi (a) ve faz portresi (b)

FHN nöron modeline ait Lyapunov üstel grafiği Şekil 2.5'te verilmektedir. Kaos durumu incelendiğinde birbirlerine yakın yörüngeler birbirlerinden üstel olarak ayrılmaktadırlar.



Şekil 2.5. FHN nöron modeline ait Lyapunov üstelleri

Bununla birlikte Şekil 2.4'teki düzenli periyot ve Şekil 2.5'teki yaklaşık olarak sıfır ve negatif değerlerdeki Lyapunov üstelleri göz önüne alındığında, kaydedilen parametre değerlerinde modelin kaotik davranış sergilemediği gözlemlenmiştir. FHN nöron modelinin Lyapunov üstelleri hesaplanırken, Denklem (2.13)'te yer alan, nöron modeline ait Jacobien matrisinden yararlanılmıştır.

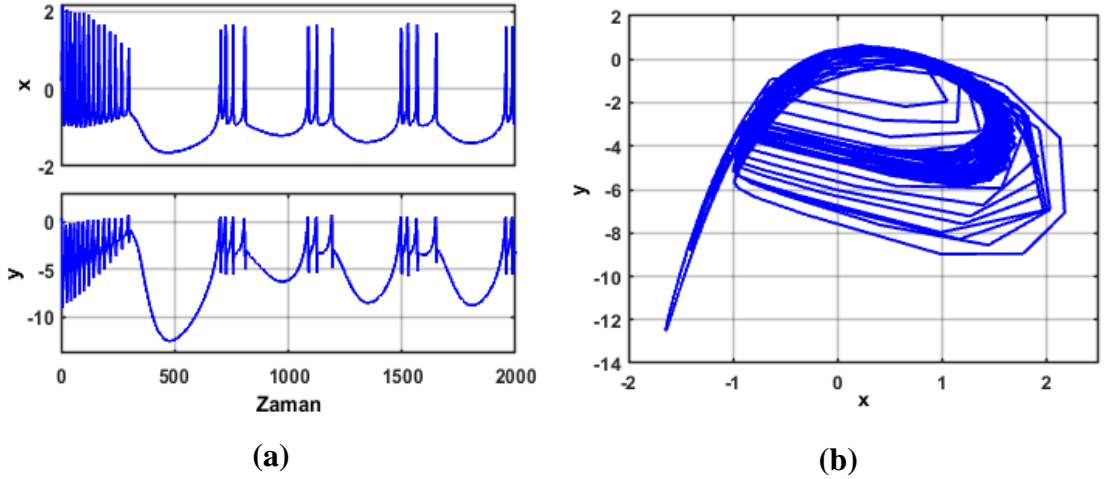
$$J_{FHN} = \begin{bmatrix} c(1-v^2) & -c \\ \frac{1}{c} & \frac{b}{c} \\ \frac{1}{c} & -\frac{b}{c} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.3.2 HR nöron modeli

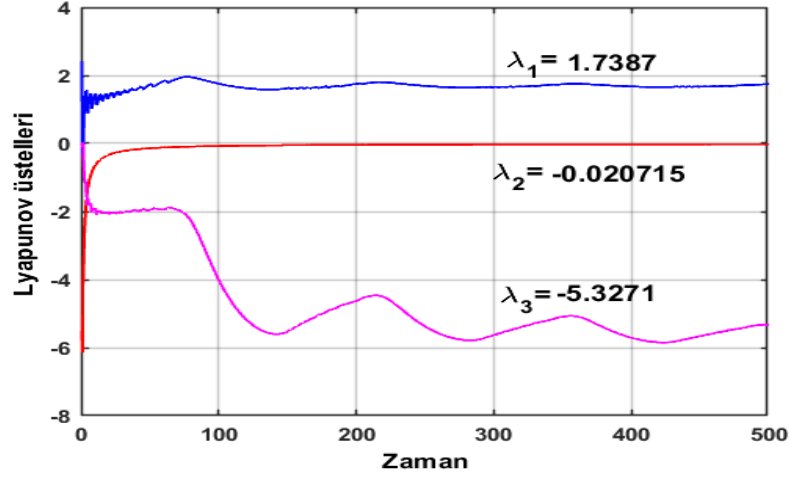
HR biyolojik nöron modeline ait eşitlikler Denklem (2.14)'te verilmektedir. Bu denklemde yer alan 'x' terimi membran potansiyelini, 'y' terimi Na<sup>+</sup> ve K<sup>+</sup> iyonlarının hızlı akımını ve 'z' terimi Ca<sup>+</sup> iyonunun yavaş akımını, 'I' ifadesi membrana uygulanan harici akımı, 'x<sub>0</sub>' uyartım olmadığı durumda nöron modelinin denge noktasını göstermektedir. Denklemde yer alan 'a', 'b', 'c', 'd', 'r', 's<sub>0</sub>' ise parametre sabitleridir.

$$\begin{cases} \dot{x} = y - ax^3 + bx^2 - z + I_{ext} \\ \dot{y} = c - dx^2 - y \\ \dot{z} = r[s_0(x - x_0) - z] \end{cases} \quad (2.14)$$

Denklem (2.14)'te a=1, b=2.96, I<sub>ext</sub>=3, c=1, d=5, r=0.01, s<sub>0</sub>=4 ve x<sub>0</sub>=-1.6 değerleri için Şekil 2.6'da verilen nöron modeline ait kaotik davranış cevabı ve faz portresi elde edilmiştir (Che vd., 2010; Charles vd., 2008; Korkmaz vd., 2016a).



Şekil 2.6. Hindmarsh-Rose nöron modeline ait kaotik cevabı (a) ve faz portresi (b)



**Şekil 2.7.** HR nöron modeline ait Lyapunov üstelleri

HR nöron modeli üç diferansiyel denklem içerdiği için, üç tane Lyapunov üsteline sahiptir. Lyapunov üstelleri hesaplanırken, Denklem (2.15) ile tanımlanan HR nöron modeline ait Jacobien matrisinden yararlanılmıştır.

$$J_{HR} = \begin{bmatrix} -3ax^2 + 2bx & 1 & -1 \\ -2dx & -1 & 0 \\ rs_0 & 0 & -r \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Şekil 2.7’de verilen HR nöron modeline ait Lyapunov üstellerinden ‘ $\lambda_1$ ’ değeri pozitif iken ‘ $\lambda_2$ ’ ve ‘ $\lambda_3$ ’ değeri negatif bir değer almaktadır. Şekil 2.6b’deki faz portresinde görüldüğü gibi sistem kaotik davranış sergilemektedir.

### 2.3.3 Izhikevich nöron modeli

Bu kısımda, orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modeline ait denklemler ve bu iki nöron modelinin kaotik davranışını gösteren simülasyon sonuçları verilmektedir.

#### 2.3.3.1 Orijinal Izhikevich nöron modeli

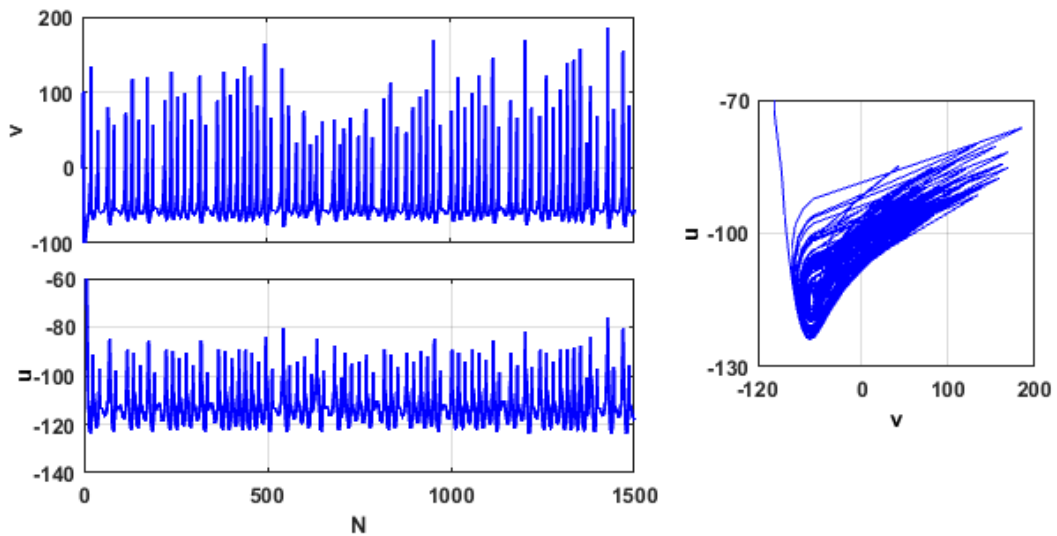
Izhikevich nöron modeli, sayısal araçlar ile simüle edilerek nöronların ateşleme desenlerini gözlemlemek ve gerçek zamanlı sinyal gerektiren bazı uygulamalarda biyolojik nöron modellerini kullanmak için literatürde sıklıkla çalışılan biyolojik nöron modellerinden biridir (Korkmaz vd., 2017; Izhikevich, 2004).

Bu nöron modeline ait denklemler aşağıda verilmektedir:

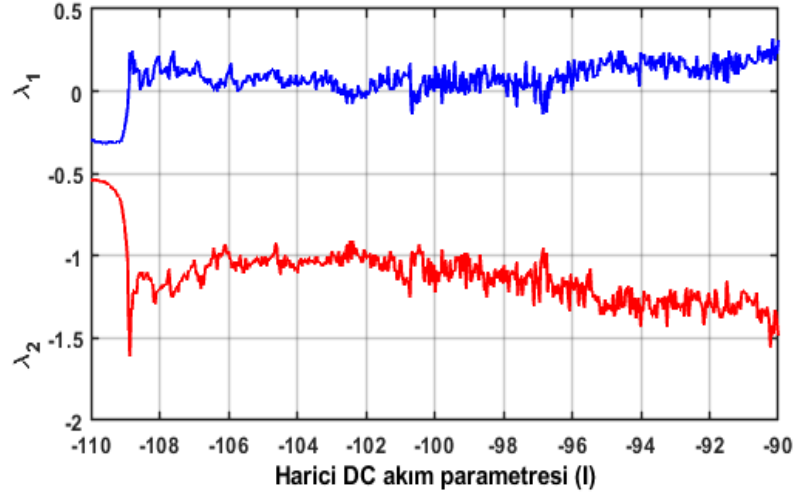
$$\begin{aligned} \dot{v} &= 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ \dot{u} &= a(bv - u) \\ v \geq 30mV & \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Burada 'v' membrane potansiyelini, 'u', Na<sup>+</sup> iyonunun geri kazanım parametresini, 'I' harici akımları temsil etmektedir. 'a' parametresi, 'u'nun zaman ölçeğinin iyileştirme değişkenini, 'b', 'u'nun duyarlılığını, 'c' ve 'd' parametreleri de hücre zarı potansiyeli oluşumundan sonra resetleme parametrelerini tanımlamaktadır (Izhikevich, 2004). Izhikevich nöron modelinde bulunan değişken parametreler farklı değerlerde ayarlanarak çeşitli nöron dinamiklerini gözlemlemek mümkündür. Burada modeldeki parametreler a=0.2, b=2, c=-56, d=-16, I=-99 değerlerine ayarlanarak Şekil 2.8'de görülen kaotik davranış elde edilmiştir. Elde edilen nöral desenin kaotiklik durumunun tespiti içinse, Şekil 2.9'da görülen ve sistemin Lyapunov üstellerini gösteren sonuçlardan yararlanılmıştır. Lyapunov üstelleri hesaplanırken Denklem (2.17) ile tanımlanan Izhikevich nöron modelinin Jacobian matrisi aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$J_{Izh} = \begin{bmatrix} 0.08v + 5 & -1 \\ ab & -a \end{bmatrix} \quad (2.17)$$



**Şekil 2.8.** Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı için zaman domeni ve faz portre çizimleri.



Şekil 2.9. Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstelleri

### 2.3.3.2 Modifiye Izhikevich nöron modeli

Denklem (2.16)'daki orijinal Izhikevich nöron modeli parabolik bir fonksiyon içerdiğinden, donanım uygulama çalışmalarında çarpıcı kullanımı gerektirir. Bununla birlikte, literatürdeki birkaç çalışmada (Soleimani vd., 2012; Korkmaz vd., 2018), bu modelin doğrusal olmayan kısmının parçalı bir doğrusal fonksiyona (PWL) dönüştürülmesinin ardından, model doğruluğunda önemli bir değişiklik olmadığı, donanım maliyetinde ise bir düşüşün olduğu gösterilmiştir. Literatürdeki bu çalışmalardan Korkmaz vd. (2018) referansında modifiye Izhikevich nöron modeli tanımlamada kullanılan ve Denklem (2.18)'de tanımlanan parçalı doğrusal fonksiyondaki 'k<sub>1</sub>', 'k<sub>2</sub>' ve 'k<sub>3</sub>' parametreleri stokastik optimizasyon yöntemleriyle belirlenmiştir.

$$\begin{aligned}
 \dot{v} &= k_1(|v + 62.5 + k_2| + |v + 62.5 - k_2|) - k_3 k_2 k_1 - u + I \\
 \dot{u} &= a(bv - u) \\
 v \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Doğrusal olmayan dinamik bir sistemin tepkisi, bu sistemdeki parametrelerinin değişimlerinden oldukça etkilenir. Bu nedenle doğrusal olmayan sistemlerde parametre tahmin süreci oldukça önemli bir araştırma konusudur. Literatürde uygunluk fonksiyonu olarak ortalama hata karesi fonksiyonunu kullanan çalışmalar mevcuttur ve bu çalışmalarda sadece genlik hataları hesaplanmaktadır (Springer vd., 2019; Turgut vd., 2015). Ayrıca Kaplan-Yorke boyutunu kullanarak parametre tahmini yapan birkaç

alternatif çalışma da vardır ve Kaplan-Yorke boyutu doğrusal olmayan sistemlerde kaosu belirlemede etkin bir şekilde kullanılmaktadır (Silva-Juárez vd., 2019; Silva-Juárez vd., 2021).

Bu tez çalışması kapsamında detayları Korkmaz vd.'nin (2018) çalışmasında verilen genlik ve faz hatalarının ayrı ayrı hesaplanabildiği alternatif maliyet fonksiyonun kullanımı tercih edilmiştir. Korkmaz vd.'nin (2018) çalışmasına benzer şekilde, burada modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışını sergilemesi için PWL fonksiyonunda kullanılması gereken 'k' parametrelerinin değerleri, Genetik Algoritma (GA) kullanılarak tahmin ettirilmiştir. Bu tahmin sürecinde "Sürekli Genetik Algoritma" yöntemi tercih edilmiş ve popülasyon boyutu, doğal seçim parametresi, mutasyon oranı ve maksimum yineleme değeri sırasıyla '80', '0.5', '0.5', '0.5' ve '30' değerlerine ayarlanmıştır (Haupt ve Haupt, 2004). GA ile yapılan tahmin sürecinde GA'ya ait parametreler değiştirilmeden koşma işlemi otuz kez tekrar edilmiştir. Bu çoklu çalıştırmanın ortalama hata değerleri ve standart sapma sonuçları, GA'nın tutarlılığını görmek için Çizelge 2.1'e kaydedilmiştir.

**Çizelge 2.1.** Çoklu çalışma işleminden sonra ortalama genlik, ortalama faz, ortalama toplam hatalar ve standart sapma sonuçları

<b>Ortalama Genlik Hatası</b>	<b>Ortalama Faz Hatası</b>	<b>Ortalama Toplam Hata</b>	<b>Standart Sapma</b>
1.027878	0.63334	0.830609	0.001205

GA ile yapılan tahmin sürecinde, otuz koşmadan elde edilen minimum toplam hata değeri dikkate alınarak belirlenen, genlik ve faz hatası değerleri Çizelge 2.2'de sunulmuştur.

**Çizelge 2.2.** Çoklu minimum toplam hata, genlik ve faz hatalarına ek olarak, minimum toplam hata değeri için tahmin ettirilen 'k<sub>1</sub>', 'k<sub>2</sub>' ve 'k<sub>3</sub>' parametreleri

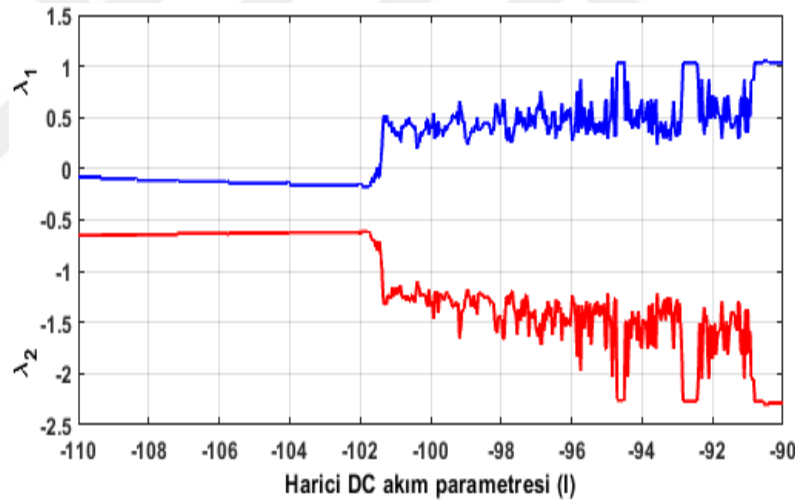
<b>Genlik Hatası</b>	<b>Faz Hatası</b>	<b>Minimum Toplam Hata</b>	<b>'k<sub>1</sub>'</b>	<b>'k<sub>2</sub>'</b>	<b>'k<sub>3</sub>'</b>
1.027098	0.632156	0.829627	1.59375	6.265625	4.328125

Çizelge 2.2'de otuz koşma sonucunda minimum toplam hata değerinin elde edildiği 'k<sub>1</sub>', 'k<sub>2</sub>' ve 'k<sub>3</sub>' parametrelerinin değerleri de kaydedilmiştir.

Belirlenen 'k' değerleri, Denklem (2.18)'deki modifiye Izhikevich nöron modeline uygulanmasının ardından, modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik rezonans durumları, orijinal modele benzer şekilde Lyapunov üstelleri hesaplanarak kontrol edilebilir. Modifiye Izhikevich nöron modelinin Lyapunov üstelleri hesaplanırken, sistemin Jacobian matrisi Denklem (2.19)'daki gibi belirlenmiştir:

$$J_{modIzh} = \begin{bmatrix} k_1(\text{sign}(v - k_2 + 62.5) + \text{sign}(v + k_2 + 62.5)) & -1 \\ ab & -a \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

'I' parametresinin I = [-110, -90] aralığındaki değişimi dikkate alınarak çizilen Lyapunov üstellerini gösteren grafik Şekil 2.10'da görülmektedir.



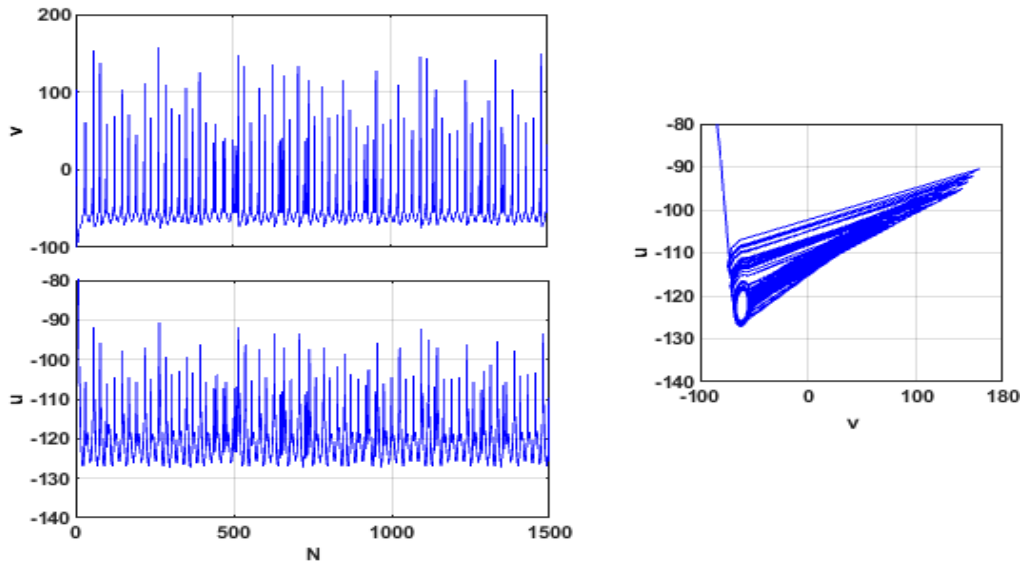
**Şekil 2.10.** Modifiye Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstelleri

Şekil 2.10. Modifiye Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstelleri grafiğinden görüldüğü gibi, modifiye Izhikevich nöron modeli, I = -99 değerinde kaotik davranış sergilemektedir. Tez çalışmasının bu kısmında modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik durumu Kaplan-Yorke boyutu hesaplanarak da teyit edilmiştir. Kaplan-Yorke varsayımı kaotik bir çekerin boyutu ile ilgilidir ve Lyapunov üstelleri kullanılarak tanımlanır (Silva-Juárez vd., 2021; Silva-Juárez vd., 2019). Modifiye Izhikevich nöron modelinin Lyapunov üstelleri, I=-99 değeri için sırasıyla  $\lambda_1 = 0,4441$  ve  $\lambda_2 = -1,3193$

olarak hesaplanmıştır. Bu Lyapunov üstellerinden biri ( $\lambda_1$ ) pozitif olduğundan, modifiye Izhikevich nöron modelinin GA kullanılarak belirlenen parametre değerlerinde kaotik davranış sergilediği söylenebilir. Denklem (2.20) kullanılarak Kaplan- Yorke boyutu hesaplanmıştır. Denklem (2.20)'de m sabit sayıdır ve değeri '1' olarak alınmıştır. Modifiye Izhikevich nöron modeline ait Lyapunov üstellerinden  $\lambda_1$  pozitifken,  $\lambda_2$  negatif değere sahiptir ve toplamları negatiftir. Bu durum göz önünde bulundurularak hesaplanan Kaplan-Yorke boyutu  $D_{KY}=1.3366$ 'dır. Sistemin kaotik davranış sergilemesi için Kaplan-Yorke boyutunun 1 ile 2 arasında olması gerekmektedir. Hesaplanan ' $D_{KY}$ ' değeri istenilen aralıkta yer aldığı için modifiye Izhikevich nöron modeli  $I=-99$  değerinde kaotik davranış sergilemektedir.

$$D_{KY} = m + \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{\lambda_{m+1}} \quad (2.20)$$

Denklem (2.18)'te modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik davranış sergileyebilmesi için tahmin ettirilen parametre değerleri kullanılarak yapılan sayısal simülasyon sonuçları Şekil 2.11'de sunulmuştur. İlgili şekilde  $N=1500$  yineleme için simüle edilen membran potansiyelinin ve membran geri kazanım parametresinin zaman domeni gösterimleri ve bu durum değişkenlerinin faz portre çizimleri görülmektedir.



**Şekil 2.11.** Modifiye Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı için zaman domeni ve faz portre çizimleri.

## BÖLÜM III

### SENKRONİZASYON KAVRAMI

Canlılarda duyu organları ile çevresel ya da merkezi sinir sistemi arasındaki iletişimi sağlayan sinir sisteminin başlıca elemanı, nöron olarak bilinen sinir hücreleridir. Nöronlar arasındaki senkronizasyon kavramının beynin çalışma prensibini anlamak için önemli bir işleve sahip olduğu düşünülmektedir. Nitekim beynin çalışma prensibi, duyu organları ile omurilik ve beyin gibi üst düzey bilgi işlem merkezleri arasındaki iletişim, nöral senkronizasyon araştırmalarına esin kaynağı olmaktadır [Dhamala vd., 2004; La Rosa vd., 2000; Sabbagh 2000; Wang vd., 1993]. Bu araştırmalara göre nöral aktivite, nöronların ortak çalışması sonucu oluşmaktadır ve nöronlar arasındaki senkronizasyon süreci de beynin bilgi işleme aşamasında önemli bir kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu süreçler, bireysel nöron aktiviteleri ile değil, kolektif nöronların işbirliği ile yürütülmektedir [Yu ve Peng, 2006]. Ayrıca, bu nöronlar arasındaki iletişim sürecinde meydana gelen olumsuzlukların, Parkinson, epilepsi ve şizofreni gibi çeşitli klinik bozukluklara neden olduğu düşünülmektedir. Bu sebeplerden dolayı, nöronlar arasındaki eş zamanlı davranışların incelenmesi son yıllarda sıkça vurgulanan bir konu haline gelmiştir [Shi vd., 2009; Wang vd., 2006].

Deneysel kanıtların birçoğu canlı vücudundaki yüksek mertebeli bilgi işleme mekanizmalarında yer alan nöronların birbirleri ile senkronize salınımlar sergilediğini göstermektedir. Nöron toplulukları, canlı vücudundaki biyolojik işaretleri işleme veya düzenli ritmik aktivite desenlerini üretme gibi önemli fonksiyonel işlemleri gerçekleştirmek üzere senkronize olurlar (Che vd., 2010). Hodgkin-Huxley, FitzHugh-Nagumo, Wilson-Cowan, Morris-Lecar, Hindmarsh-Rose, Izhikevich gibi literatürde olan adi diferansiyel denklemlerle tanımlanan biyolojik nöron modellerinin kullanıldığı nöral ağ yapılarında; teorik olarak senkronizasyon durumunun sağlanması için Lyapunov kontrolü, geri adımlamalı kontrol, geri besleme kontrolü, kayan mod kontrolü ve  $H_\infty$  değişkenli evrensel adaptif bulanık kontrol gibi birçok kontrol yöntemi geliştirilmiştir (Bin vd.,2006; Che vd., 2011; Nguyen ve Hong, 2011; Wang vd., 2009; Zhang vd., 2007). Literatürde bu yöntemler kullanılarak senkron hale getirilen kuplajlı nöronların senkronizasyon durumunun kararlılık kontrolü ise temel kararlılık fonksiyonu metodu, bağlantı grafiği kararlılık metodu, lineer matris eşitsizlikleri yaklaşımı, standart sapma

metodu gibi yöntemlerle yapılmaktadır (Belykh vd., 2006; Gahinet ve Apkarian, 1994; Pecora ve Carroll, 1998; Zhang vd., 2015).

Literatürde geçen kontrol yöntemlerinin her birinin kendine özgü avantajları vardır. Bununla birlikte bu tez çalışmasında kontrol yöntemleri arasından üç yöntem üzerinde durulmuştur. Bu yöntemler; Lyapunov kontrol yöntemi, geri adımlamalı kontrol yöntemi ve geribeslemeli kontrol yöntemidir. Bu üç yöntemin detayları bu bölümde ele alınacaktır.

### **3.1 Lyapunov Kontrol Yöntemi**

Sistem teorisi ve kontrol sistemi tasarımı konularını içeren çalışmalar için nihai sistemin kararlılık analizlerinin yapılması oldukça önemlidir. Lyapunov kontrol yöntemi de doğrusal olmayan çeşitli sistemlerin kararlılık koşullarını belirlemek için farklı alanlarda çalışmalar yapan birçok araştırmacı tarafından kullanılan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır [Freeman ve Kokotovic, 2008; Rehan vd., 2011]. Dinamik sistemlerde kararlılık için birçok farklı tanım mevcuttur, ancak bu bölümdeki odak noktası denge noktalarının kararlılığı üzerinedir. Denge noktalarının kararlılığının matematiksel gelişimi ilk olarak Rus matematikçi Alexander Lyapunov tarafından 19. yüzyılın sonlarında ortaya çıkarılmıştır (Mawhin, 2005). Denge noktaları genellikle kararlı ve kararsız olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Yakın noktalardan başlayan çözümlerin, sistem durumunun zaman evrimi boyunca denge noktalarının komşuluğu içinde yakın noktalarda kalan bir çözümle başlıyorsa, o zaman bir denge noktasının kararlı olduğu söylenir. Eğer kararlı değilse denge noktası kararsızdır. Bir denge noktasının yakın çevresinde başlayan tüm çözümler, zaman sonsuza gittikçe denge noktasına yakınsa, bu denge noktası asimptotik olarak kararlıdır.

Lyapunov kararlılık kriteri bir denge noktasının kararlılığı ya da asimptotik kararlılık hakkındaki yeterli koşullar hakkında bilgi vermektedir. Ayrıca bu metot kapalı döngü hata sisteminin kararlılığı hakkında da bilgi verir. Doğrusal olmayan dinamik sistemler arasındaki senkronizasyon durumu, uygun kontrol parametrelerinin seçimi ile sağlanmaktadır. Lyapunov kararlılık teoremine göre, önerilen kontrolör sadece hata sistemi için kapalı döngü kararlılığını sağlamakla kalmaz, aynı zamanda senkronizasyon hatası ve ağırlık güncellemelerinin sınırlarını da belirler.

Birinci dereceden adi diferansiyel denklemlerin  $n$  boyutlu sistemi şu şekilde gösterilmektedir:

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'in denge noktası  $\bar{x}$  olsun. Lyapunov fonksiyonu,  $V(*) : R^D \rightarrow R$ , dinamik bir sistem için denge noktasına belirli bir komşulukta çözüme sahip bir durum uzayı bölgesinde tanımlı olsun. Bu tanımda,  $R^D$  sistemin çıkış uzayını,  $D$  ise çözüm uzayını temsil etmektedir.

$$\begin{aligned} i. & \quad V(0) = 0 \\ ii. & \quad V(k) > 0, \quad \forall k \in D, \quad k \neq 0 \\ iii. & \quad V(k) - V(k-1) = \Delta V(k) \leq 0, \quad \forall k \in D \end{aligned} \quad (3.2)$$

$V(*)$ 'nin Lyapunov fonksiyonu olabilmesi için gerek ve yeter şart Denklem (3.2)'de ilk iki koşulu sağlamasıdır. Eğer sistem Denklem (3.2)'de bulunan üç özelliği sağlıyorsa Lyapunov anlamında kararlı demektir. Ayrıca, sistem kararlı ve Lyapunov fonksiyonu mutlak negatif tanımlı ( $\Delta V(k) < 0, \forall k \in D$ ) ise bu sistem Lyapunov anlamında asimptotik kararlıdır (Alligood vd., 1996; Khalil, 2002).

### 3.2 Geri Adımlamalı Kontrol Yöntemi

Geri adımlamalı kontrol yöntemi; daha az hatalı sonuçlar elde edilebilmesi amacıyla Lyapunov fonksiyonunun seçimini mevcut sistemdeki kontrolör tasarımıyla birleştirerek tekrarlamalı hesaplamalar yapan ve Lyapunov kararlılık kriterine alternatif olan bir yöntemdir (Khalil ve Grizzle, 2002; Yu vd., 2011). Geri adımlamalı kontrol yöntemi tasarımı, doğrusal olmayan dinamik davranışlar sergileyen iki sistemi senkronize etmek için kullanılabilir.

Geri adımlamalı kontrol yönteminin tasarım süreci bilinen bir kararlı sistemle başlatılır ve harici alt sistemler yeni bir kontrolör tarafından kademeli olarak kontrol edilir (Khalil ve Grizzle, 2002; Yu vd., 2011). Bu süreç, nihai harici kontrole ulaşıncaya kadar sürdürülür. Bu tez çalışmasında geri adımlamalı kontrol yöntemi kullanılarak değerlendirilen sistemler Denklem (3.3)'teki gibi oluşturulmuştur.

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f_x + g_x(x)z_1 \\
\dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\
\dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_2(x, z_1, z_2)z_3 \\
&\vdots \\
\dot{z}_i &= f_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) + g_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i)z_{i+1} \quad \text{for } 1 \leq i < k-1 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{k-1} &= f_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})z_k \\
\dot{z}_k &= f_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})u
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Denklem (3.3)'te  $x \in R^n$  ve  $n \geq 1$ 'dir. " $z_i$ " ifadesi skalerdir ve " $u$ " da skaler bir giriş parametresidir. " $f$ " fonksiyonları başlangıçta kaybolur ve " $g$ " fonksiyonları sıfırdan farklıdır. Alt sistem Denklem (3.4)'teki gibi varsayılır ve bu tanım orijinde kararludur. Ek olarak, pozitif bir sıradan Lyapunov fonksiyonu, giriş sisteminden türetilir. Bu yöntem, son denetleyici " $u$ " türetilene kadar devam eder ve " $z_i$ " skalerlerini kullanarak alt sistemlerini kararlı hale getirir.

$$\dot{x} = f_x(x) + g_x(x)u_x(x) \tag{3.4}$$

### 3.3 Geribeslemeli Kontrol Yöntemi

Doğrusal olmayan sistemlerinin birçoğu geribeslemeli kontrol yöntemine dayalı bir tasarımla doğrusal bir karakteristik gösterir. Pratik uygulamalarda birçok doğrusal olmayan sistem, kontrolör içeren sınırlı sayıda adi diferansiyel denklem ile tanımlanırlar. 1970'lerde, diferansiyel geometri teknikleri kullanılarak sistemlerin anlaşılması sağlanmış ve önemli teorik ilerlemeler katedilmiştir [Hassibi, 1991].

Geribeslemeli kontrol yöntemi, değişkeni bir kontrolör aracılığıyla belirli bir aralıkta tutmak için hesaplanmış ayarlamalar yapmayı içeren geri bildirim kontrolüdür. En basit şekliyle, sistemin, geribeslemeli kontrol yöntemi kullanılarak doğrusallaştırılması, doğrusal olmayan bir sistemdeki doğrusal olmayan kısımlarını iptal etmek anlamına gelir ve böylece kapalı döngü dinamikleri doğrusal bir biçimde olur [Slotine ve Li, 1991].

Son birkaç yılda, kontrol yöntemleri çok dikkat çekmiştir. Geribeslemeli doğrusallaştırma yöntemi sistemlerdeki olası model hatalarını hesaba katmanın bir yolu olarak düşünülmüş

ve son yıllarda oldukça dikkat çeken bir yöntem haline gelmiştir. Geribeslemeli doğrusallaştırma yönteminin temeli, kapalı döngü sisteminin doğrusal giriş-çıkış davranışına sahip olacağı statik bir geri besleme kontrol yasasına dayanmaktadır. Tam geribeslemeli doğrusallaştırma yöntemi ise doğrusal olmayan bir sistemin birinci dereceden bir diferansiyel denklem kullanılarak doğrusal bir sisteme dönüştürmektedir (Alique vd., 2003).

Bazı kontrol yöntemlerinde, kararlılığı sağlamak için sistemdeki tüm durum değişkenleri kullanılır. Bu nedenle bu kontrol yöntemlerinin, durum değişkenlerinden sadece birkaçının mevcut olduğu pratik sistemlere, uygulanması zor olabilir. Bunun üstesinden gelmek için problem ayarlanabilir geri besleme kazancına sahip doğrusal bir geribesleme kontrol yöntemi kullanılarak yapılabilir. Geribeslemeli kontrol yöntemi için farklı yaklaşımlar literatürde mevcuttur (Khalil, 2002; Zhang vd., 2007). Bu tez çalışmasında, geri beslemeli kontrol yöntemi Nguyen ve Hong'un (2013) çalışmasından yola çıkarak nöron modellerine uygulanmıştır. Burada kontrolör tasarımına Denklem (3.5)'teki gibi bir kontrol parametresi önerilerek başlamaktadır.

$$u_\chi = -k\chi \quad (3.5)$$

$$\dot{k} = \frac{1}{\zeta}\chi^2 \quad (3.6)$$

Burada  $k(0) = 0$  ve  $\zeta$  pozitif sabit bir değerdir.

$$V = \frac{1}{2}[\chi_1^2 + \chi_2^2 + \dots + \chi_n^2] + \xi(k - k^*)^2 \geq 0 \quad (3.7)$$

Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki formu alır.

$$\dot{V} = (\chi_1\dot{\chi}_1 + \chi_2\dot{\chi}_2 + \dots + \chi_n\dot{\chi}_n) + \xi(k - k^*)\dot{k} \quad (3.8)$$

$\varepsilon = [|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, \dots, |\varepsilon_n|]^T$  tanımına bağlı olarak Lyapunov türevi  $\dot{V} \leq -\varepsilon^T P \varepsilon$  olarak tanımlanabilir. Burada  $P$  pozitif tanımlı ise,  $\dot{V} \leq 0$ 'dır.

$$\int_0^t \varepsilon^T(\tau) P \varepsilon(\tau) d\tau = \int_0^t -\dot{V}(\tau) d\tau = V(0) - V(t) \leq V(0) \quad (3.9)$$

Simetrik bir A matrisi ve herhangi bir x vektörü için  $\lambda_{\min}(A)\|x\|^2 \leq x^T A x$  eşitsizliği geçerlidir ve burada  $\lambda_{\min}(A)$  değeri A matrisinin özdeğeridir. Bu eşitlikten yola çıkarak Denklem (3.9) düzenlenirse,

$$\int_0^t \|e(\tau)\| d\tau \leq \frac{V(0)}{\lambda_{\min}(P)} \quad (3.10)$$

Denklem (3.10),  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \varepsilon_i(\tau) d\tau$ , ( $i=1,2,\dots,n$ ) eşitliğinin var olduğunu ve eşitliğin sonlu değere sahip olduğunu ifade eder. Barbalat ön kuramına (Khalil, 2002) uygun olarak,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_i(t)$ , ( $i=1,2,\dots,n$ ) eşitliği elde edilir.

Doğrusal olmayan dinamik sistemler arasındaki kontrolör tasarımı, uygun kontrol parametrelerinin seçimi ile sağlanmaktadır.

## BÖLÜM IV

### NÖRON MODELLERİ ARASINDAKİ KUPLAJ VE SENKRONİZASYON

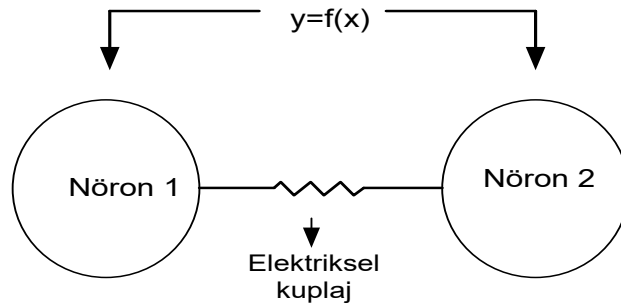
Beyin işlevlerinin birçoğu, çok sayıda nöronun koordineli etkileşimlerine dayanmaktadır. Nöron toplulukları, biyolojik bilgi işleme veya düzenli ritmik aktivite üretimi gibi önemli fonksiyonel işlemleri gerçekleştirmek için senkronize olmaktadır (Che vd., 2010). Bilgi işlemede önemli bir mekanizma olduğu kabul edilen Elektroensefalografi (EEG) kayıtlarında, elektriksel beyin aktivitesinin senkronize ritimler gösterdiği gözlemlenmektedir (Uhlhaas ve Singer vd., 2006). Ayrıca deneysel kanıtların birçoğu beyin zarındaki bilgi işleme sürecinde nöronların senkronize salınımlar sergilediğini göstermiştir (Korkmaz vd., 2016a). Nöral aktivitelerde faz senkronizasyonu, patlama senkronizasyonu ve tam senkronizasyon gibi farklı senkronizasyon türleri mevcuttur (Omelchenko vd., 2011). Bu tez çalışmasında tam senkronizasyon konusu ele alınmaktadır ve tam senkronizasyonla ilgili bilgiler bu bölümde verilmektedir.

Son yıllarda sıklıkla çalışılan bir konu haline gelen nöronlar arasındaki senkronizasyon kavramı ile; kolektif nöronların davranışları, nöronlar arasındaki bağlantı tipleri, senkronizasyon durumunun kontrolü, kullanılan kontrol yönteminin başarısının değerlendirilmesi, gerçek nöronlarda meydana gelen bilgi işleme sürecinin modellere aktarılması ve modellerden yola çıkarak gerçek sistemlerin tepkilerinin değerlendirilmesi gibi konu başlıkları ele alınmaktadır. Tez çalışmasının bu bölümünde öncelikle FitzHugh-Nagumo nöron modeli, Hindmarsh Rose nöron modeli ve Izhikevich nöron modeli kullanılarak basit ağ yapıları oluşturulmuştur. Bu ağ yapılarını oluşturan nöronların eş zamanlı ateşleme yapabilmeleri için farklı kontrol yöntemleri kullanılarak uygun kontrol yapılarının hesaplamaları yapılmıştır. Elde edilen kontrolörler farklı başlangıç koşullarında ya da asenkron davranış sergilemeye sebep olan sinaptik ağırlıklarda kuplajlanan bu ağ yapısındaki nöronlara uygulanarak, eş zamanlı dinamik davranışlar sergileyen yapılar haline getirilmiştir. Bu kapsamda öncelikle gerçek biyolojik sistemlerde nöronlar arasındaki bağlantıları açıklayan elektriksel ve kimyasal sinaps kavramlarının incelenmesi ile başlanmıştır. Bahsedilen sinaptik kuplajlama türleri literatürde tıpkı biyolojik nöron modellerine benzer şekilde matematiksel olarak ifade edilebilmektedir. Bu bölümde ele alınacak çalışmalara da ilgili sinaptik bağlantı tanımlamaları kullanılarak birleştirilen ve biyolojik nöron modeli tanımlamaları ile

oluşturulan iki kuplajlı nörona, herhangi bir kontrolör tanımlamasının uygulanmadığı durum için, sinaptik ağırlık değişiminin nöron dinamikleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Sinaptik ağırlık değişiminin etkilerinin gözlemlenmesi için her bir nörona ait standart sapma sonuçları verilmiştir. İlerleyen kısımda hesaplanan kontrolör yapılarının nöron dinamiklerine adapte edildiği simülasyon sonuçları ve standart sapma sonuçları verilmiştir. Son olarak uygulanan kontrol yöntemlerinin, nöron dinamiklerinin senkronizasyonu üzerindeki kıyası için, farklı sinaptik ağırlık değerlerinde genlik hatası, faz hatası ve toplam hata hesaplamaları yapılmıştır ve bu hesaplamalara ait sonuçlar tablolara kaydedilmiştir.

#### 4.1 Nöron Modelleri Arasındaki Kuplaj

Nöronlar arasındaki iletişim, beyin işlevi için gereklidir ve bu iletişimin kalitesinin fiziksel bağlantılı sinir ağlarının dinamik yönlerinin altında yattığı düşünülmektedir. Nöronlar arasındaki fonksiyonel etkileşimler, sinaps adı verilen anatomik olarak tanımlanabilen hücresel bölgelerde meydana gelmektedir. Sinaptik iletimin doğası geniş bir çalışma alanı olmasına rağmen, şuanda sinaptik iletimin iki ana yöntemi kabul edilmektedir; elektriksel sinaps ve kimyasal sinaps. Nöronlar arasındaki sinapslar presinaptik (sinaps öncesi) uç ve postsinaptik ( sinaps sonrası) uç olarak adlandırılır. Uyarı iki nöron arasındaki geçişi kimyasal madde ile gerçekleştirirse ‘kimyasal sinaps’, elektriksel olarak gerçekleştirirse ‘elektriksel sinaps’ adını almaktadır.



Şekil 4.1. Nöronlar arası kuplajlama

Kimyasal sinapslarda bilgi, bitişik bir hücre tarafından tespit edilen bir hücreden, nörotransmitter madde salınımıyla aktarılmaktadır. Elektriksel sinapsta ise, bitişik hücrelerin sitoplazması boşluk bağlantıları adı verilen hücreler arası kanal kümeleri ile

doğrudan bağlantılıdır. Elektriksel sinaps her iki nöronun birbirine etki etmesine neden olduğundan dolayı çift yönlüdür. Buna ek olarak Elektriksel sinapsta nöronlar arasında sinyaller doğrudan iletildikleri için hızlıdır ve sinaptik gecikme yaşanmaz. Kimyasal sinapsta ise iki nöron arasında sinaptik aralık adı verilen boşluklar bulunmaktadır. Bu boşluklar kimyasal kuplajda elektriksel kuplajda bulunan boşluktan daha büyüktür. Bu nedenle kimyasal sinaps elektriksel sinapstan daha yavaştır. Her iki iletim şeklide çeşitli nöral bölgelerde (dendritler, somata, aksonlar) bulunabilse de, kimyasal sinaps normal, olarak aksonlar boyunca sinaptik terminaller ile ikinci bir nöronun, kas lifi veya bez hücresinin dendriti veya soması arasında gerçekleşir (Pereda, 2014).

## 4.2 Kontrol Yöntemi Uygulanmayan Kuplajlı Nöron Modelleri

Bu bölümde FHN, HR ve Izhikevich nöron modelleri ilk olarak herhangi bir kontrol yöntemi uygulanmadan birbirlerine çift yönlü olarak kuplajlanmıştır ve kuplajlama ağırlığı ‘g’ nin etkisi gözlemlenmiştir. Bunlara ek olarak her bir nöron modeli için ‘g’ kuplajlama ağırlığının etkisini gözlemek için standart sapma sonuçları verilmiştir.

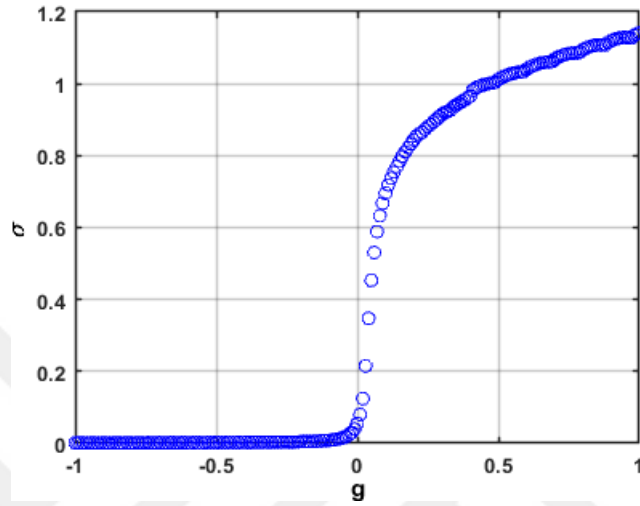
### 4.2.1 Elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli

Elektriksel kuplajlı FHN nöron modeline ait denklemler aşağıda verilmektedir. Bu denklemlerde  $x_1$  birinci nörona ait,  $x_2$  ikinci nörona ait hücre zarı potansiyelini ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= (c(x_1 - y_1 + I - x_1^3/3)) - g(x_2 - x_1) \\
 \dot{y}_1 &= (x_1 - by_1 + a)/c \\
 \dot{x}_2 &= (c(x_2 - y_2 + I - x_2^3/3)) - g(x_1 - x_2) \\
 \dot{y}_2 &= (x_2 - by_2 + a)/c
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Nöronların kuplajlanması durumunda nöronların eş zamanlı ateşlenme durumu, kuplajlama ağırlığının ‘g’ değerine bağlıdır. Standart sapma formülü kullanılarak, kuplajlama ağırlığı ‘g’ parametresinin değişimine göre hücre zarı potansiyelleri arasındaki senkronizasyon durumu kolaylıkla gözlemlenebilir. ‘g’ parametresi değiştikçe hücre zarı potansiyelleri arasındaki standart sapma sonucu sifıra yakınsıyorsa, nöronlar

senkron ateşlenmekte, aksi durumda asenkron ateşlenmektedir. Herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı elektriksel kuplajlı iki FHN nöronu için kuplajlama ağırlığı ‘g’nin değerine göre hücre zarı potansiyelleri arasındaki ilişkiye ait standart sapma sonuçları Şekil 4.2’de verilmektedir. Bu sonuca göre ‘g<0’ değerleri için nöronlar senkron ateşlenirken; ‘g>0’ değerlerinde asenkron ateşlenmektedir.



**Şekil 4.2.** Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronuna ait standart sapma sonucu

Kuplajlanmış nöronlar arasındaki senkron durumlar, standart sapma denklemi kullanılarak gözlemlenmiştir. Şekil 4.2’de gösterilen kuplajlı FHN nöron modeline ait standart sapma sonuçları Denklem (4.2) kullanılarak hesaplanmıştır. İlerleyen bölümlerde de hesaplanan standart sapma sonuçları için aynı denklemden yararlanılacaktır.

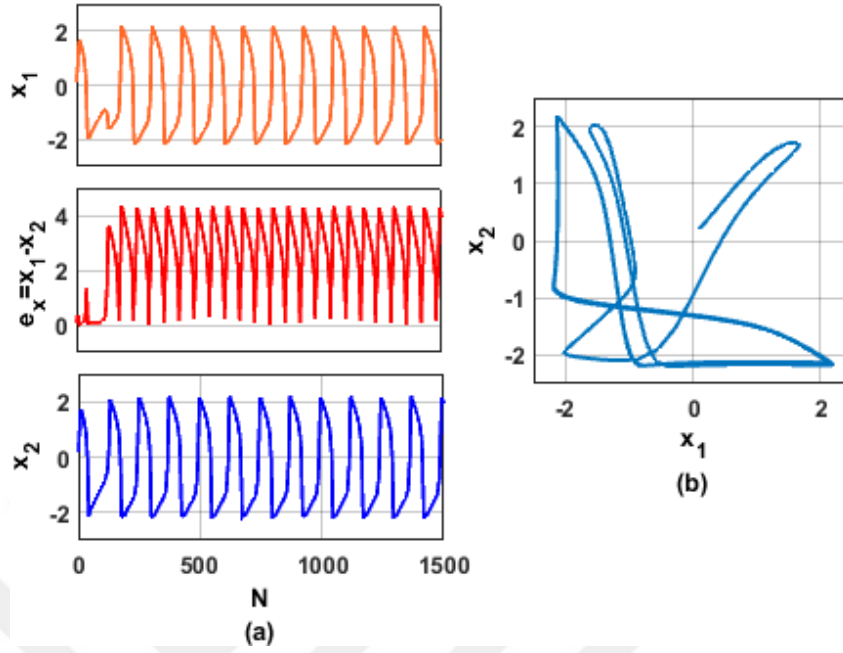
$$\sigma = [\langle \sigma(k) \rangle]$$

$$\sigma(k) = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2(k) - \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(k) \right]^2}{(N-1)}} \quad (4.2)$$

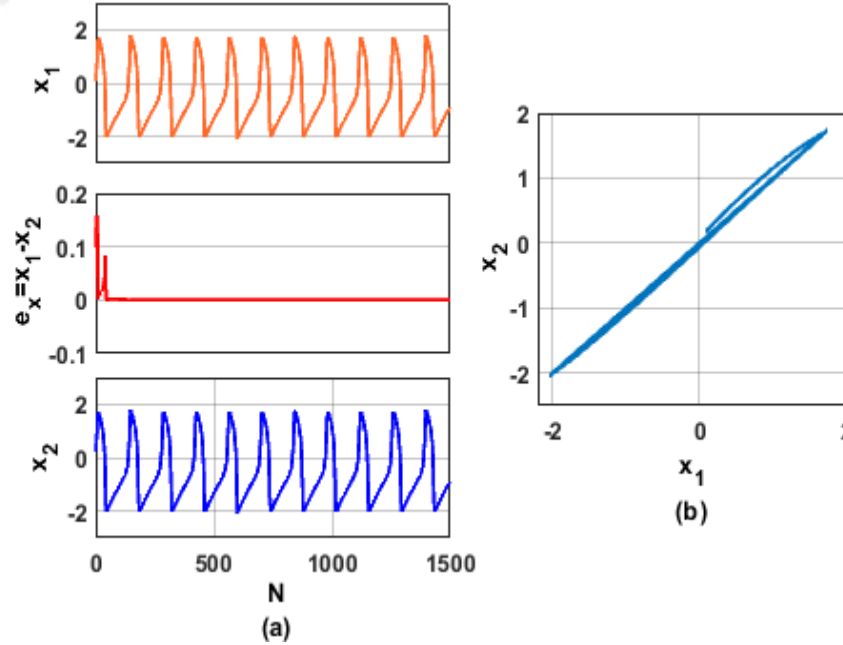
Denklem (4.2)’de  $\sigma(k)$ ,  $i$ ’inci nöronun zaman serisindeki  $k$ ’inci değerdir,  $\sigma(k)$  ‘nın ortalama değerini  $\langle * \rangle$  ifade ederken,  $[*]$ ,  $\sigma$  değerini ifade eder. ‘N’, nöronların membran potansiyellerinden kaydedilen toplam örnek sayısıdır.

Elektriksel kuplajlı iki FHN nöron modeline ait dinamikler Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’te verilmiştir. Şekil 4.3’te sinaptik kuplajlama ağırlığı  $g=0.5$  olarak ayarlanmıştır, şekilden

de görüldüğü gibi kuplajlı FHN nöronları asenkron davranış sergilemektedir.



**Şekil 4.3.** Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda,  $g=0.5$  değeri için nöron dinamikleri (a) ve faz domeni gösterimi (b)



**Şekil 4.4.** Elektriksel kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda,  $g=-0.5$  değeri için nöron dinamikleri (a) ve faz domeni gösterimi (b)

Şekil 4.4'te ise sinaptik kuplajlama ağırlığı  $g=-0.5$  olarak ayarlanmıştır ve kuplajlı FHN nöronları senkron davranış sergilemektedir. Böylece Şekil 4.2'de verilen elektriksel kuplajlı FHN nöron modeline ait standart sapma sonucu,  $g=0.5$  ve  $g=-0.5$  değerleri için zaman domeni ve faz portre grafikleri ile doğrulanmıştır.

#### 4.2.2 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli

Kuplajlı HR nöron modeline ait eşitlikler Denklem (4.3)'te verilmektedir.

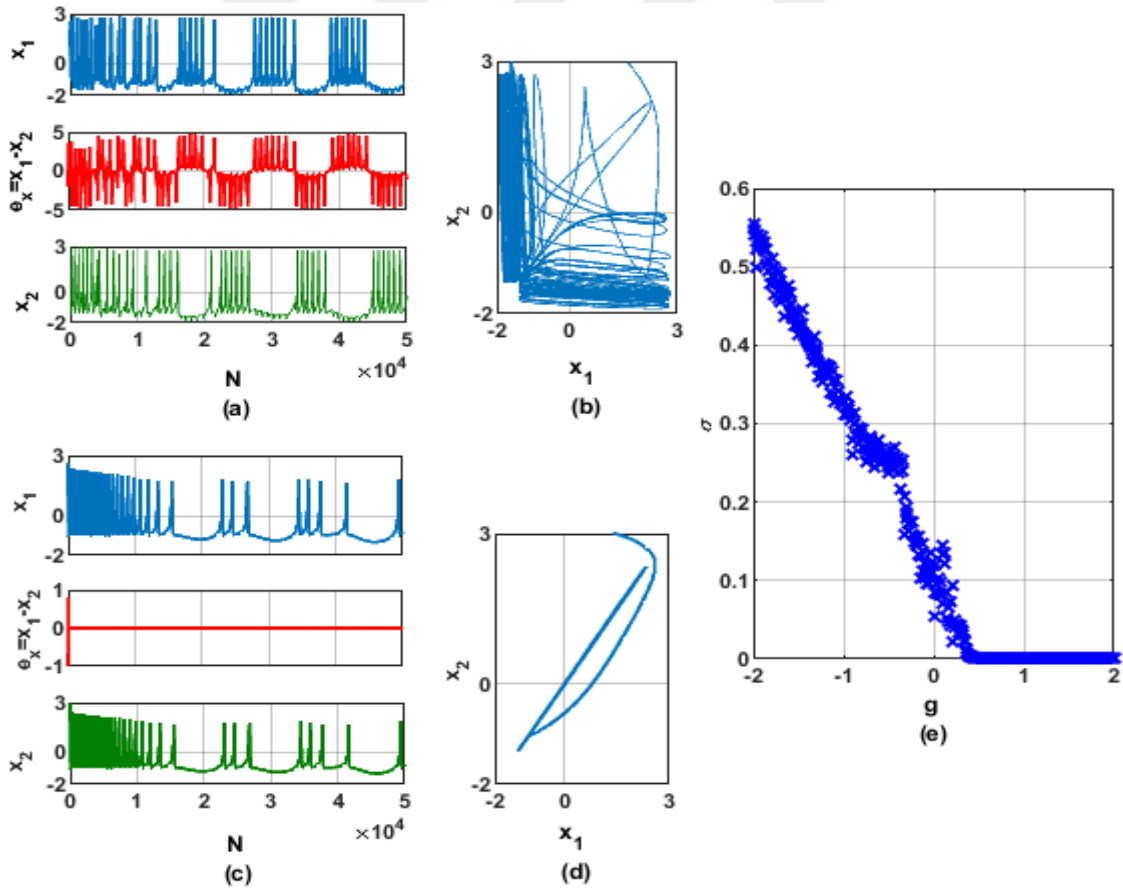
$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= y_i - ax_i^3 + bx_i^2 + I - z_i - g_{ii}\delta(x_i) \sum_{j=1}^N \check{c}_{ij}\gamma(x_i, x_j) \\ \dot{y}_i &= d - 5x_i^2 - y_i \\ \dot{z}_i &= r(s(x_i - x_{rest}) - z_i) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Denklem (4.3)'te  $\check{c}_{ii} = \check{c}_{jj} = 0$  ve  $\check{c}_{ii} = \check{c}_{jj} = 1$ 'dir ve burada yer alan  $g_{ji}$  parametresi kupajlama ağırlığı olarak adlandırılır. Elektriksel kuplaj durumunda  $\gamma(x_i, x_j) = \gamma_e(x_j) = (x_j - x_i)$  ve  $\delta(x_i) = 1$ 'dir. Kimyasal kuplaj durumunda ise  $\gamma(x_i, x_j) = \gamma_c(x_j) = (1/(1 + e^{-k(x_j - \theta_s)}))$  ve  $\delta(x_i) = -(x_i + 2)$  şeklindedir. Kimyasal olarak bağlı HR nöronlarındaki değişken parametreler  $k = 10$  ve  $\theta_s = -0.28$  olarak ayarlanmıştır. 'I' membran giriş akımını, 'b' patlama ve ani yükselme arasındaki geçişi kontrolünü, 'r' sırasıyla ani yükselme ve patlama durumunda ani yükselme frekansını ve patlama başına sivri uç sayısını, 's' adaptasyonu ayarı ve 'xrest' dinlenme potansiyelini temsil etmektedir. HR nöron modelindeki  $r = 0.006$ ,  $s = 4$ ,  $x_{rest} = -1.6$ ,  $d = 1$  ve  $a = 1$  parametreleri bu değerlere ayarlandıktan sonra, nöronunun birkaç farklı dinamik davranışı 'b' ve 'I' parametreleri ayarlanarak elde edilebilir. Bu tez çalışmasında kaotik davranışı gözlemlemek için hem 'b' hem de 'I' parametresi üç değerine ayarlanmıştır.

Farklı başlangıç koşullarına veya özelliklerine sahip iki dinamik sistem, geçici bir süre sonra aynı dinamik davranışları sergilerse, bu sistemlere 'eş zamanlı' denir. Burada, iki HR nöronu birbirine çift yönlü elektrik sinaps ve çift yönlü kimyasal sinaps ile bağlantılıdır ve başlangıç koşulları farklı değerlere ayarlanmıştır,  $[(x_1(0) = 1, y_1(0) = 0, z_1(0) = 0)$  ve  $(x_2(0) = 3, y_2(0) = 0, z_2(0) = 0)]$ . Öte yandan, elektriksel ve kimyasal olarak bağlı iki HR nöronunun senkronizasyon davranışları, sinaptik kuplaj ağırlığının

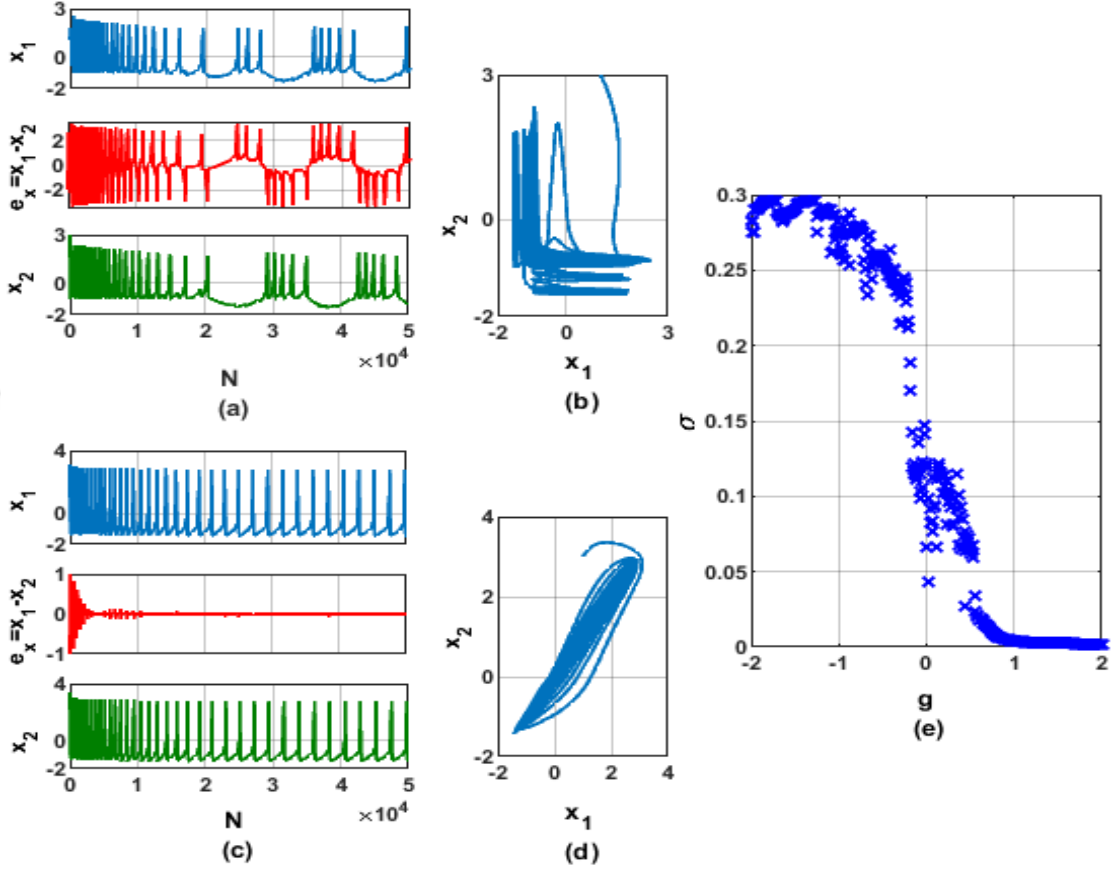
değerlerine bağlı olarak değişmektedir. Kuplajlanmış HR nöronlar arasındaki senkron durumlar, standart sapma yöntemi kullanılarak ölçülmüştür.

Elektriksel kuplajlı ve herhangi bir kontrol yönteminin uygulanmadığı HR nöronlarının, sinaptik kuplajlama ağırlığının etkisinin gösterildiği simülasyon sonuçları Şekil 4.5'te verilmiştir. Sinaptik kuplaj ağırlığının değeri  $g = -1$  olarak ayarlanmıştır ve elektriksel olarak kuplajlı HR nöronları, Şekil 4.5a ve Şekil 4.5b'de görüldüğü gibi asenkron davranış sergilemektedir. Bununla birlikte, bu elektriksel olarak kuplajlanan nöronlar, Şekil 4.5c ve Şekil 4.5d'de eş zamanlı olarak ateşlenmektedir ve sinaptik kuplaj ağırlığı,  $g = 1$ 'e eşittir. Elektriksel olarak kuplajlı ve kontrol yöntemi uygulanmayan iki HR nöronunun standart sapma sonucu Şekil 4.5e'de verilmiştir. Bu sonuca göre, 'g' parametresi değeri 0,5'ten büyük olduğunda standart sapma sonucu sıfıra yaklaşmaktadır ve bu durumda elektriksel olarak kuplajlanan nöronlar senkron ateşlenmektedir. Aksi takdirde, asenkron olarak ateşlenmektedirler.



**Şekil 4.5.** İki elektriksel kuplajlı ve kontrolsüz HR nöron modelinin zaman domeni ve faz domeni gösterimleri:  $g=-1$  (a ve b) , $g=1$ (c ve d) ve standart sapma sonucu (e)

Elektriksel olarak kuplajlanmış HR nöronlarına benzer şekilde, kimyasal olarak kuplajlanmış ve kontrol yöntemi uygulanmayan HR nöronlarının sayısal simülasyon sonuçları Şekil 4.6'da verilmiştir.



**Şekil 4.6.** İki kimyasal kuplajlı ve kontrolsüz HR nöron modelinin zaman domeni ve faz domeni gösterimleri:  $g=-1$  (a ve b),  $g=1$  (c ve d) ve standart sapma sonucu (e)

Şekil 4.6'da sinaptik kuplajlama ağırlığının değeri  $g=-1$  olarak ayarlanmıştır ve kimyasal olarak kuplajlanmış HR nöronları, Şekil 4.6a ve Şekil 4.6b'de görüldüğü gibi asenkron davranış sergilemektedir. Öte yandan, bu kimyasal olarak kuplajlanmış nöronlar, Şekil 4.6c ve Şekil 4.6d'de kısmen eş zamanlı olarak ateşlenmektedir ve sinaptik kuplajlama ağırlığı  $g=1$ 'e eşittir. Kimyasal olarak kuplajlanmış ve kontrol yöntemi uygulanmayan iki HR nöronunun standart sapma sonucu Şekil 4.6e'de verilmiştir. Bu sonuca göre, 'g' parametresi yaklaşık 0.9'dan büyük bir değere eşit olduğunda, kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları senkron davranış sergilemektedir ve standart sapma değeri sıfıra yaklaşmaktadır. 'g' parametresinin diğer değerlerinde ise, HR nöronları asenkron ateşlenmektedir.

### 4.2.3 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı Izhikevich nöron modeli

Bu kısımda kuplajlı ve herhangi bir kontrol yöntemi uygulanmayan orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modeline ait simülasyon sonuçları verilmiştir.

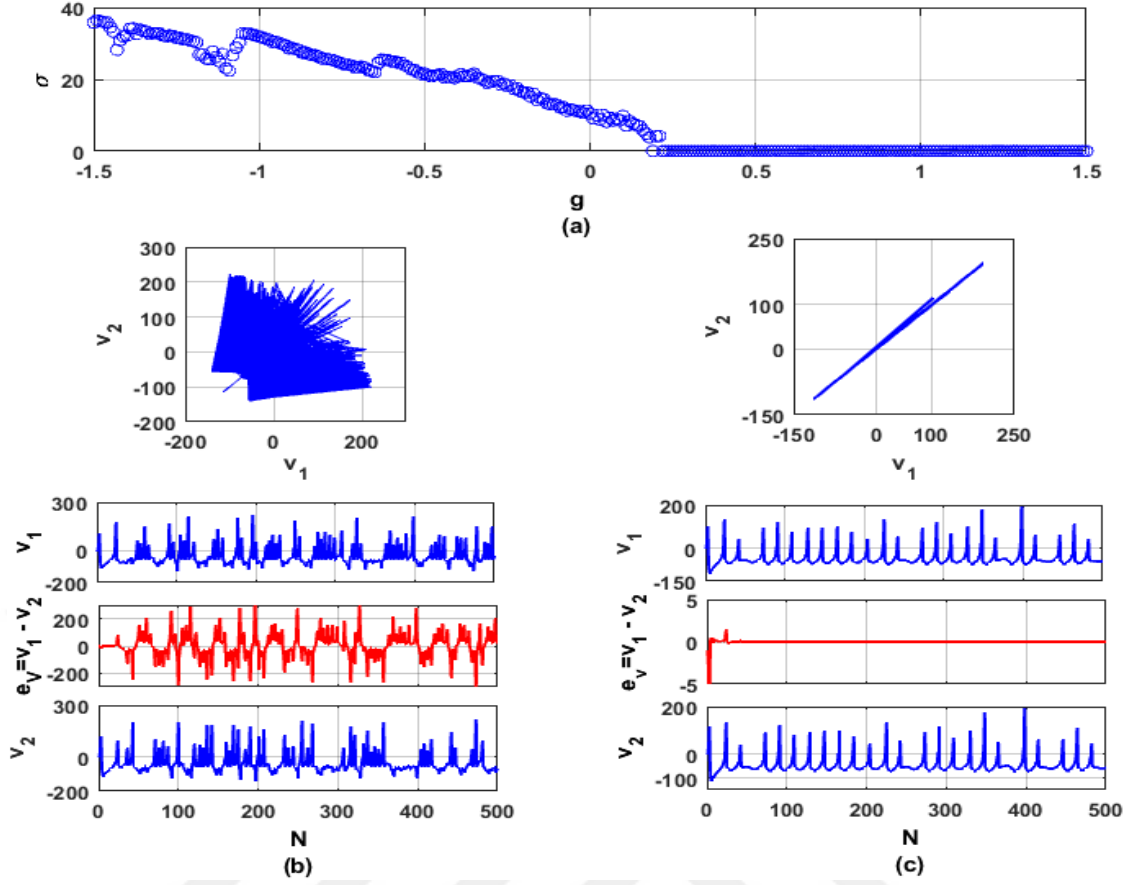
#### 4.2.3.1 Elektriksel ve kimyasal kuplajlı Orijinal Izhikevich nöron modeli

Orijinal Izhikevich nöron modeli ve nöronun elektriksel olarak kuplajlı matematiksel modeline ait eşitlikler Denklem (4.4)'te verilmiştir:

$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I - g \sum_{i \neq j, j=1}^{CN} (v_i - v_j) \\ \dot{u}_i &= a(bv_i - u_i) \\ v_i \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Denklem (4.4)'teki 'g' parametresi, etkileşimli nöronlar arasındaki sinyal iletim oranını temsil eder ve sinaptik kuplajlama ağırlığı olarak adlandırılır. Denklem (4.4)'te 'CN' ile temsil edilen eşleşmiş nöronlar, bu parametrenin değerlerine bağlı olarak aynı anda ateşlenebilir. Standart sapma sonuçları kullanılarak eşleşmiş nöronların eş zamansız ve eş zamanlı ateşlemeleri gözlemlenebilir. Kuplajlanmış nöronlar aynı anda ateşlenirse, standart sapmanın sonuçları sıfıra yakınsar. Aksi takdirde, sıfırdan uzaklaşırlar.

Elektriksel ve kimyasal olarak bağlı Izhikevich nöronlarının dinamik davranışları, sinaptik kuplaj ağırlığının yani 'g' parametresinin değişimi sırasında kuplajlı sisteme herhangi bir kontrolör uygulanmadan gözlemlenmiştir. Elektriksel olarak eşleştirilmiş iki Izhikevich nöronunun standart sapma sonuçları Şekil 4.7a'da görülmektedir ve standart sapma sonuçları  $g > 0.25$  için yaklaşık olarak sıfıra yakınsamaktadır. Buna göre, bu nöronların  $g = -0.4$  için asenkron davranış sergilerken,  $g = 0.4$  için aynı anda ateşlenmeleri beklenmektedir. Elektriksel olarak kuplajlanan iki Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları sırasıyla  $g = -0.4$  ve  $g = 0.4$  için Şekil 4.7b ve Şekil 4.7c'de verilmiştir ve elde edilen sonuçlar beklenenlerle uyumludur.

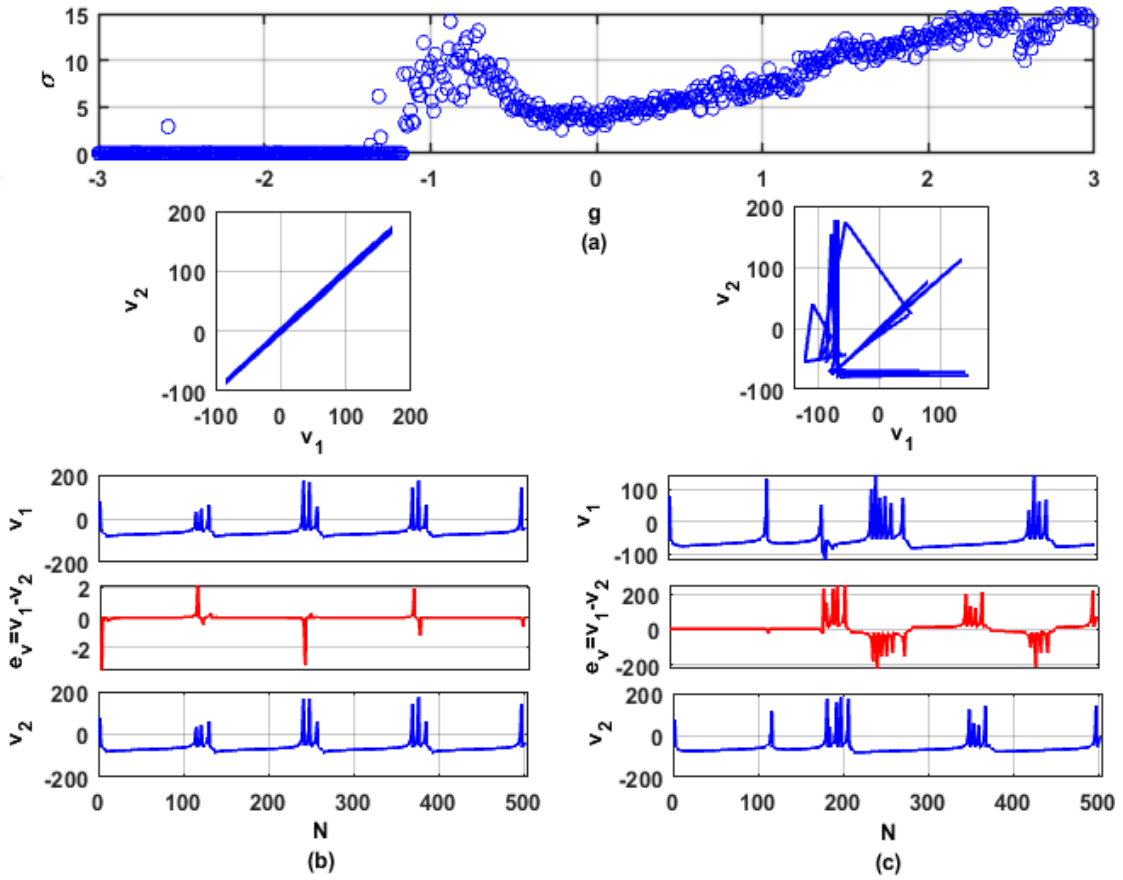


**Şekil 4.7.** İki elektriksel kuplajlı orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanmış nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e<sub>v</sub>' çizimleri g=-0.4 (b) ve g=0.4 için (c)

Orijinal kimyasal kuplajlı Izhikevich nöron modeli için matematiksel bir açıklama Denklem (4.5)'te verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_i &= 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I - I_j^{syn} \\
 \dot{u}_i &= a(bv_i - u_i) \\
 v_i \geq 30 \text{ mV} & \begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases} \\
 I_j^{syn} &= - \sum_{1(i \neq j)} g_{ji} s_j (v_i - v_{syn}) \\
 \dot{v}_j &= \partial(v_j)(1 - s_j) - \frac{s_j}{\zeta} \\
 \partial(v_j) &= \frac{\partial_0}{1 + e^{-\frac{v_j}{v_{shp}}}}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Denklemdede yer alan  $g_{ji}$  sinaptik ağırlığı ifade etmektedir ve  $i=1,2$  ve  $j= 1,2$ 'dir. Denklemdede kullanılan parametrelerin değerleri  $\tau_0=3$ ,  $\zeta=2$ ,  $V_{shp}=5$ 'dir.  $V_{syn}=0$  ise sinaptik bağlantı uyarıcıdır (ekshibitör),  $V_{syn}<0$  ise sinaptik bağlantı engelleyici (inhibitör)'dir. Kimyasal olarak kuplajlanan iki Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları sırasıyla  $g=-1.5$  ve  $g=1.5$  için Şekil 4.8b ve Şekil 4.8c'de verilmiştir. Standart sapma sonuçları ise Şekil 4.8a'da verilmektedir ve bu sonuçlara göre  $g<-1.1$  değeri için standart sapma sonuçları sıfıra yakınsamaktadır.



**Şekil 4.8.** İki kimyasal kuplajlı orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu kimyasal olarak kuplajlanmış nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri  $g=-1.5$  (b) ve  $g=1.5$  için (c)

#### 4.2.3.2 Elektriksel kuplajlı modifiye Izhikevich nöron modeli

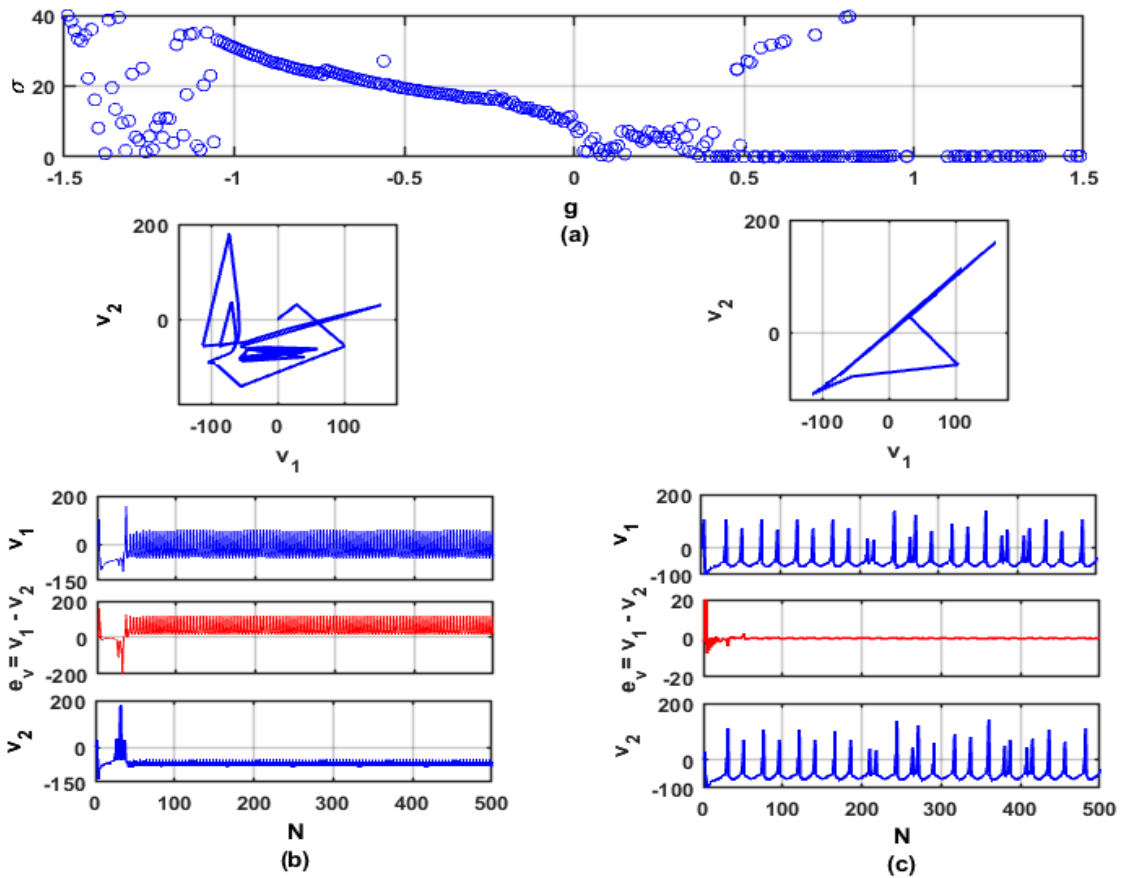
Modifiye Izhikevich nöron modeli, aşağıdaki denklemdede olduğu gibi orijinal Izhikevich nöron modeline benzer şekilde yazılabilir:

$$\dot{v}_i = k_1(|v_i + 62.5 + k_2| + |v_i + 62.5 - k_2|) - k_3 k_2 k_1 - u_i + I - g \sum_{i \neq j, j=1}^N (v_i - v_j) \quad (4.6)$$

$$\dot{u}_i = a(bv_i - u_i)$$

$$v_i \geq 30 \text{ mV} \Rightarrow \begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases}$$

Elektriksel olarak kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöron modeline ait sonuçlar Şekil 4.9'da verilmiştir.



**Şekil 4.9.** İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanan nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e<sub>v</sub>' çizimleri g=-0.4 (b) ve g=0.4 için (c)

Modifiye Izhikevich nöron modelinde, kuplajlı nöronların eş zamanlı ateşleme durumları da sinaptik kuplajlama ağırlığındaki değişikliklerden etkilenir. Elektriksel olarak kuplajlanan iki orijinal Izhikevich nöronu için yürütülen sayısal simülasyon işlemi, iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronu için tekrarlanmıştır. Şekil

4.9'da elde edilen simülasyon sonuçları verilmiştir. Elektriksel olarak kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöronunun standart sapma sonucu Şekil 4.9a'da verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronu, Şekil 4.9b'de  $g=-0.4$  değeri için asenkron davranışlar sergilerken, Şekil 4.9c'de ise  $g=0.4$  değeri için senkron ateşlenmektedir.

### 4.3 Kontrol Yöntemi Uygulanan Kuplajlı Nöronların İncelenmesi

Bu bölümde kuplajlı FHN, HR ve Izhikevich nöron modellerinin Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri ile senkronizasyonu verilmiştir.

#### 4.3.1 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar

Kapalı döngü bir sisteme ait denge noktasının kararlılığı yada asimptotik kararlılığı hakkında yeterli koşulları veren Lyapunov kontrol yönteminin uygulandığı kuplajlı nöronlara ait simülasyon sonuçları ve değerlendirmeler bu kısımda verilmektedir.

##### 4.3.1.1 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli

Kontrol yöntemi uygulanmayan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeline ait eşitliklerin verildiği Denklem (4.1), Lyapunov kontrol yöntemi için aşağıdaki gibi tekrar düzenlenmiştir. :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \left( c(x_1 - y_1 + I - x_1^3/3) \right) - g(x_2 - x_1) \\
 \dot{y}_1 &= (x_1 - by_1 + a)/c \\
 \dot{x}_2 &= \left( c(x_2 - y_2 + I - x_2^3/3) \right) - g(x_1 - x_2) + u \\
 \dot{y}_2 &= (x_2 - by_2 + a)/c
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Denklem (4.7) de yer alan nöronlar için hata durum denklemleri Denklem (4.8)'deki gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= x_1 - x_2 \\
 e_2 &= y_1 - y_2
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

İki nöron arasındaki hata parametreleri için Denklem (4.8)'de verilen denklemlerin türevi de aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= c[e_1 - e_2 - f(x_1, x_2, e_1)] + 2ge_1 + u \\ \dot{e}_2 &= \frac{1}{c}(e_1 - be_2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Denklem (4.9)'da verilen 'f(\*)' fonksiyonunun tanımı Denklem (4.10)'da verilmektedir.

$$f(x_1, x_2, e_1) = -\frac{1}{3}e_1(x_2^2 + x_1x_2 + x_1^2) \quad (4.10)$$

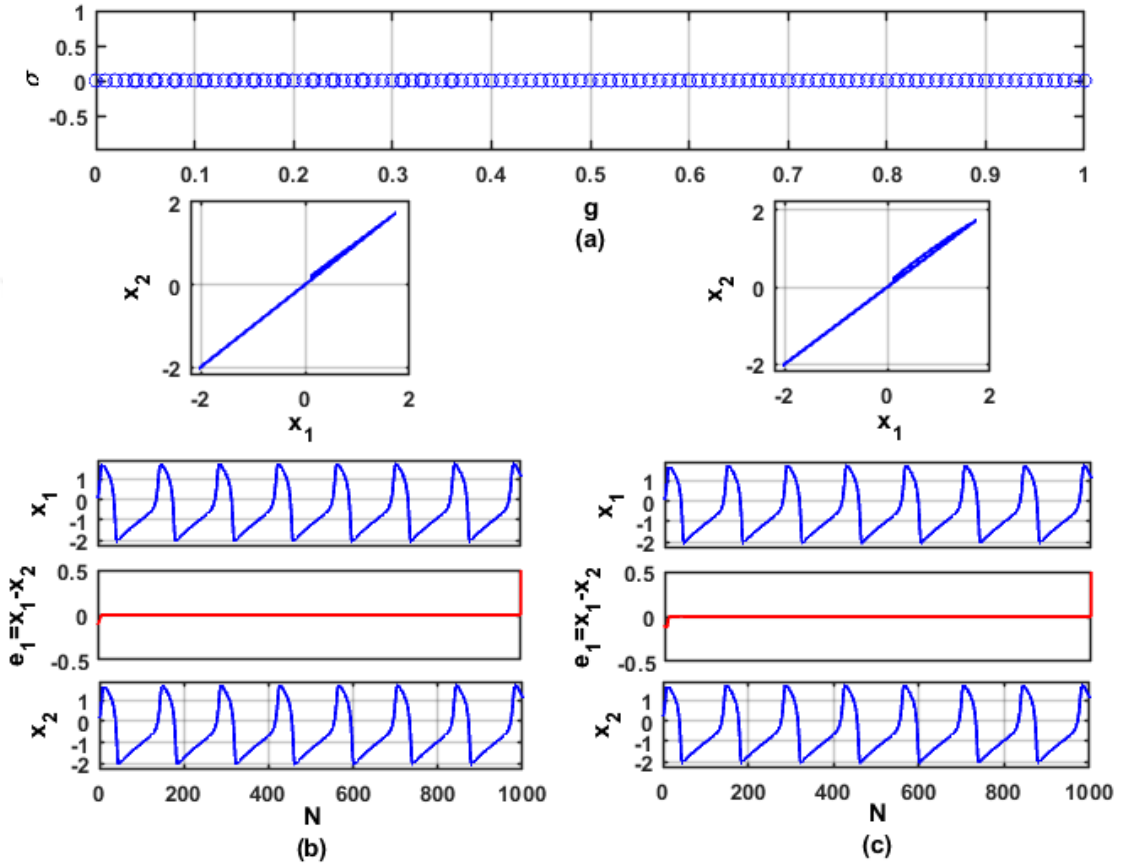
Lyapunov kontrol yöntemine göre ilgili sistemin kararlı olup olmadığının kontrolü için, öncelikle  $V(e_1, e_2) = e_1^2 + e_2^2$  şeklinde pozitif tanımlı bir enerji denklemi seçilmiştir. Bu denklemin türev ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, e_2) &= 2e_1\dot{e}_1 + 2e_2\dot{e}_2 \\ \dot{V}(e_1, e_2) &= \left( c + 2g - \frac{1}{3}(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) \right) e_1^2 - ue_1 - e_1e_2c^* + be_2^2 \\ u &= c(e_1 - e_2) + \frac{1}{c}e_2 \\ \dot{V}(e_1, e_2) &= -\frac{1}{3}e_1^2(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) - be_2^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$D \subset R^n$  bölgesi, hata durum denklemleri  $e_i=0$  ( $i=1,2$ ) noktasını içine alan bir bölge olmak üzere; Denklem (4.11)'de Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi  $V(e_1, e_2) \leq 0$  koşulunu sağlaması ve  $\forall e_i \in D - \{0\}$  bölgesinde negatif değere sahip olması durumunda; LaSalle teoremine göre  $e_1 \equiv 0$  ve  $e_2 \equiv 0$  için denge noktaları için asimptotik kararlıdır [Sastry,1999]. Denklem (4.7)'de verilen ilgili sistem Denklem (4.11)'de görüldüğü gibi, bu koşulları sağladığı için Lyapunov kararlılık teoremine göre kararlıdır.

Bu kısımda FHN nöronlarından oluşan nöral ağ yapısına, Lyapunov enerji fonksiyonu uygulanarak elde edilen 'u' kontrolörünün; ilgili nöral sisteme etkisi incelenmektedir. 'u' kontrolörü Denklem (4.7)'deki sisteme dâhil edildiğinde,  $g=-0.5$  ve  $g=0.5$  değerleri için yapılan nümerik simülasyonlara ait gösterimler sırasıyla Şekil 4.10'da verilmektedir. Bu

sonuçlara göre, Şekil 4.3'te verilen, herhangi bir kontrol yöntemi uygulanmayan sistemler için  $g=0.5$  değerlerinde iki nöronun doğrusal olmayan dinamiklerinin asenkron davranış sergilediği görülürken; Lyapunov kontrol yönteminin uygulandığı Şekil 4.10b ve Şekil 4.10c'deki sonuçlarda sistem 'g' parametresinden bağımsız olarak senkron davranış sergilemektedir.



**Şekil 4.10.** Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak kuplajlanan nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_1$ ' çizimleri  $g=-0.5$  (b) ve  $g=0.5$  için (c)

#### 4.3.1.2 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli

Elektriksel veya kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun eşitlikleri Denklem (4.3)'te verilmiştir. Bu ifade de ikinci nöronun membran potansiyeli ( $x_2$ ) denkliğine u kontrolörü eklenmiştir. Hesaplanan 'u' kontrolör vasıtasıyla sistem kuplajlama ağırlığından etkilenmeden senkron davranış sergileyecektir. Elektriksel veya kimyasal

olarak bağılı iki HR nöronunun durum değişkenleri arasındaki hata tanımları Denklem (4.12)'de tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} e_x &= x_1 - x_2 \\ e_y &= y_1 - y_2 \\ e_z &= z_1 - z_2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Denklem (4.3)'te verilen kuplejli HR nöron dinamiklerine ait durum değişkenleri arasındaki hata tanımları, elektriksel olarak eşleştirilmiş HR nöronları için Denklem (4.13)'te verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= e_y - ae_x(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) + be_x(x_1 + x_2) - e_z \\ &\quad - 2ge_x - u_e(x, y, z) \\ \dot{e}_y &= -de_x(x_1 + x_2) - e_y \\ \dot{e}_z &= rse_x - re_z \end{aligned} \quad (4.13)$$

Öte yandan, Denklem (4.3)'teki durum değişkenleri arasındaki hata denklemleri, kimyasal olarak eşleştirilmiş HR nöronları için Denklem (4.14)'te verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= e_y - ae_x(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) + be_x(x_1 + x_2) - e_z + gx_1\gamma_c(x_2) \\ &\quad + 2g\gamma_c(x_2) - gx_2\gamma_c(x_1) - 2g\gamma_c(x_1)e_x - u_c(x, y, z) \\ \dot{e}_y &= -de_x(x_1 + x_2) - e_y \\ \dot{e}_z &= rse_x - re_z \end{aligned} \quad (4.14)$$

Lyapunov kontrol yöntemiyle, dinamik sistemin kararlı olup olmadığını test etmek için Denklem (4.15)'deki gibi pozitif bir adi Lyapunov fonksiyonu tanımlanmıştır ve bu pozitif fonksiyonun türevi Denklem (4.16)'da verilmektedir.

$$V = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 \quad (4.15)$$

$$\dot{V} = 2e_x\dot{e}_x + 2e_y\dot{e}_y + 2e_z\dot{e}_z \quad (4.16)$$

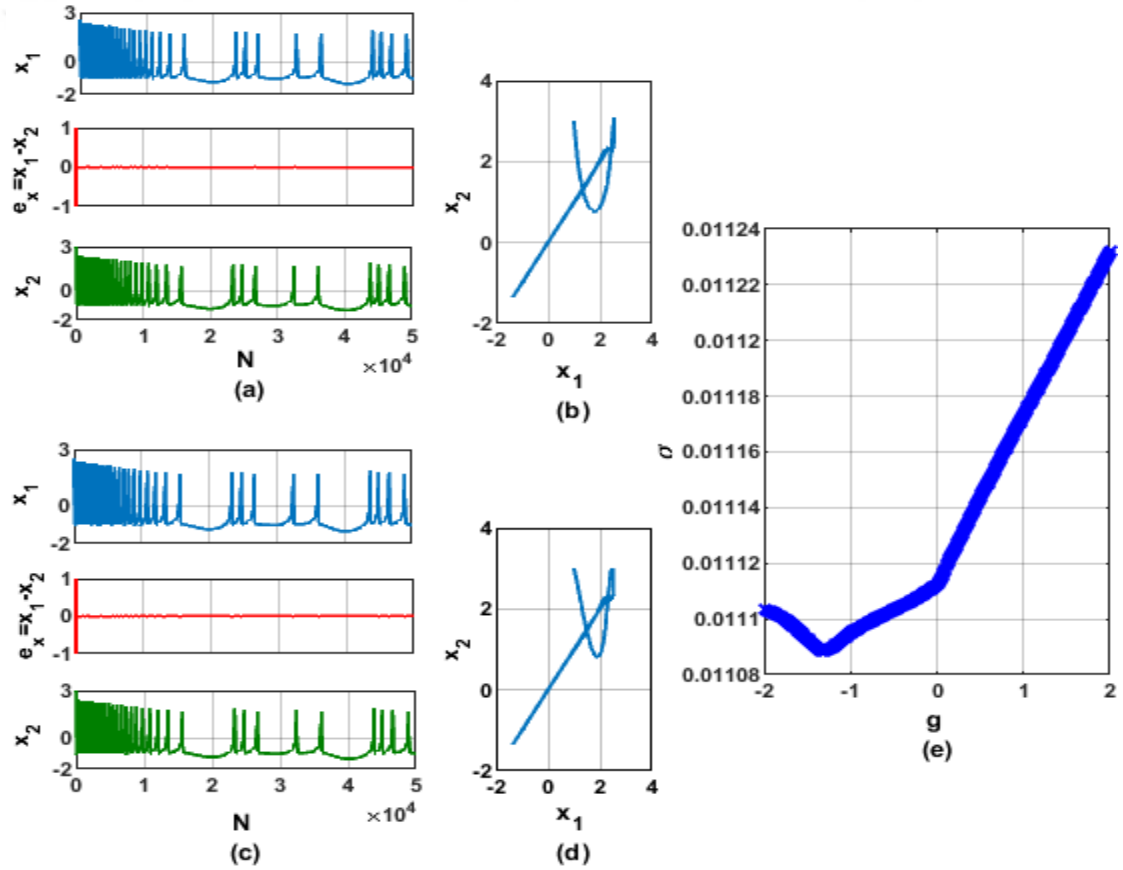
Denklem (4.12), Denklem (4.13) ve Denklem (4.14)'teki ilgili değişkenler Denklem (4.16)'da yerine yazılmıştır ve elde edilen bu ifadelerde belirli pozitif değerler ihmal edilmiştir. Bu hesaplamalardan sonra Lyapunov kontrolörlerinin matematiksel tanımları

elde edilmiştir. Bunlar sırasıyla elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanmış HR nöronları için Denklem (4.17) ve Denklem (4.18)'de verilmektedir.

$$u_e(x, y, z) = e_y + be_x(x_1 + x_2) - e_z - de_y(x_1 + x_2) + rse_z \quad (4.17)$$

$$u_c(x, y, z) = e_y + be_x(x_1 + x_2) - e_z - de_y(x_1 + x_2) + rse_z + gx_1\gamma_c(x_2) + 2g\gamma_c(x_1) - gx_2\gamma_c(x_1) - 2g\gamma_c(x_1)e_x \quad (4.18)$$

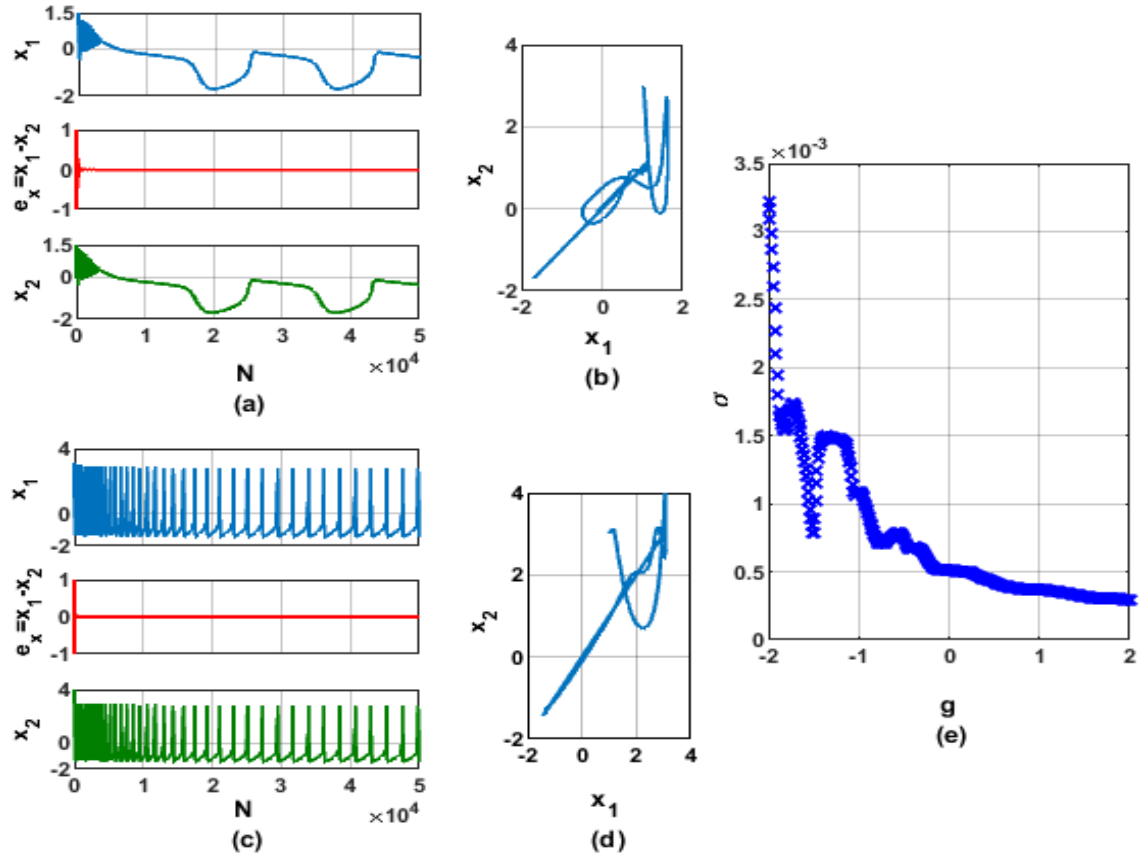
Bu hesaplamalardan sonra, Lyapunov kontrolörlerinin dahil edildiği elektriksel ve kimyasal kuplajlı iki HR nöronuna ait sayısal simülasyon sonuçları sırasıyla Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de verilmiştir.



**Şekil 4.11.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen elektriksel kuplajlı iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen elektriksel kuplajlı iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de sinaptik eşleme ağırlığının değeri  $g=-1$  ve  $g=1$  olarak ayarlanmıştır. Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'daki kontrolsüz sistemlerden farklı olarak, elektriksel

ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları, bu değerlerin her ikisinde de eş zamanlı davranışlar sergilemektedir. Ayrıca, standart sapma sonuçları, 'g' parametresinin tüm değerleri için Şekil 4.11e ( $\sigma(max) = 0.01125$ ) ve Şekil 4.12e'de ( $\sigma(max) = 4.10^{-3}$ ) sifira yaklaşmaktadır. Bu sonuçlarla, Lyapunov kontrol yönteminin elektriksel veya kimyasal olarak kuplajlanmış HR nöronlarına uygulandığında, bu nöral topluluklardaki eş zamanlı ateşlemelerin sinaptik kuplajlama ağırlığının değerindeki değişikliklerden bağımsız hale geldiği gösterilmiştir.



**Şekil 4.12.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen kimyasal kuplajlı iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen kimyasal kuplajlı iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

#### 4.3.1.3 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı Orijinal Izhikevich nöron modeli

Lyapunov kontrolörünün ikinci nörona dahil edildiği, elektriksel olarak kuplajlanmış iki orijinal Izhikevich nöron modeline ait eşitlikler Denklem (4.19)'da verilmektedir.

Kimyasal olarak kuplajlanmış iki orijinal Izhikevich nöronuna ait eşitlikler ise Denklem (4.5)'te verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\dot{v}_1 &= 0.04v_1^2 + 5v_1 + 140 - u_1 + I - g(v_1 - v_2) \\
\dot{u}_1 &= a(bv_1 - u_1) \\
v_1 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_1 \leftarrow c \\ u_1 \leftarrow u_1 + d \end{matrix} \\
\dot{v}_2 &= 0.04v_2^2 + 5v_2 + 140 - u_2 + I - g(v_2 - v_1) + K \\
\dot{u}_2 &= a(bv_2 - u_2) \\
v_2 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_2 \leftarrow c \\ u_2 \leftarrow u_2 + d \end{matrix}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Denklem (4.19)'daki elektriksel olarak kuplajlanmış iki orijinal Izhikevich nöronunun membran potansiyelleri arasındaki hata eşitlikleri Denklem (4.20)'de tanımlanırken, bu nöronların membran geri kazanım parametreleri arasındaki hata eşitlikleri Denklem (4.21)'de verilmiştir. Elektriksel kuplajlı iki orijinal Izhikevich nöron modeline benzer şekilde, kimyasal olarak kuplajlanmış iki orijinal Izhikevich nöronunun membran potansiyelleri arasındaki hata Denklem (4.22)'de tanımlanırken, bu nöronların membran geri kazanım parametreleri arasındaki hata Denklem (4.23)'te verilmektedir.

$$e_v = v_1 - v_2 \tag{4.20}$$

$$\dot{e}_v = 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - K_e - 2ge_v$$

$$e_u = u_1 - u_2 \tag{4.21}$$

$$\dot{e}_u = abe_v - ae_u$$

$$\dot{e}_{vc} = 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - K_e - (I_1^{syn} - I_2^{syn}) \tag{4.22}$$

$$\dot{e}_{uc} = abe_v - ae_u \tag{4.23}$$

Burada yine daha önce yapıldığı gibi pozitif tanımlı bir Lyapunov fonksiyonu seçilmiştir. Daha sonra, bu pozitif Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem (4.25)'teki gibi hesaplanmıştır.

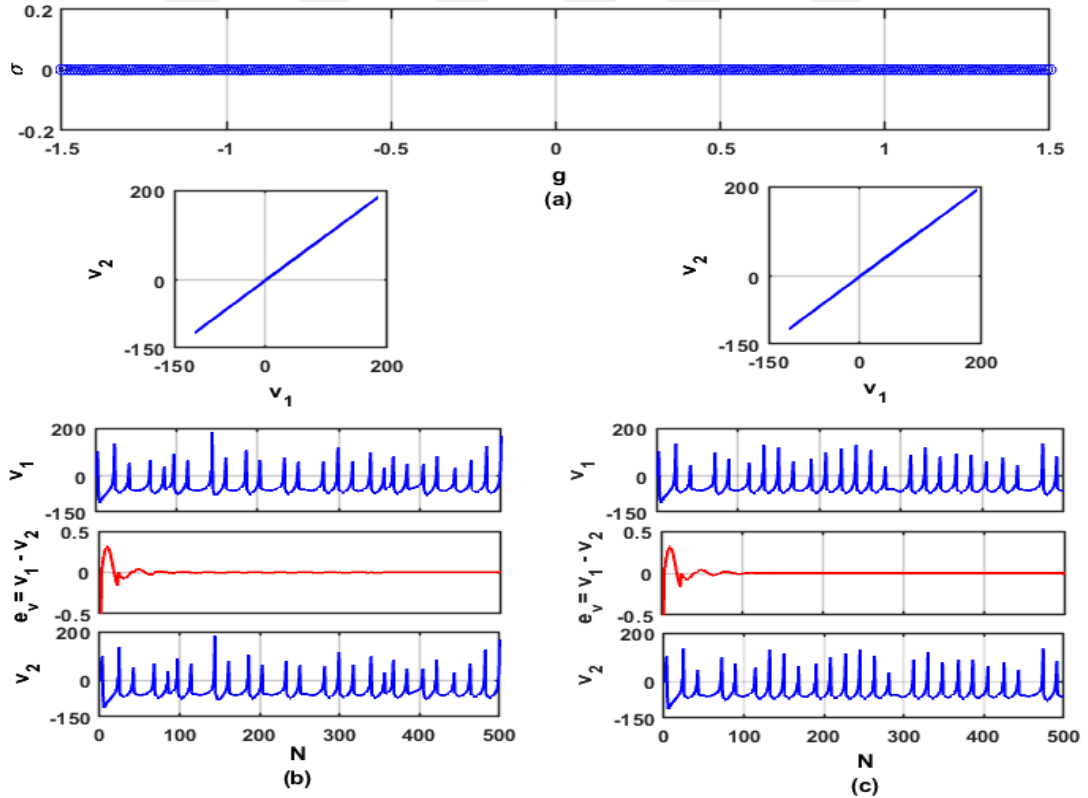
$$V = \frac{1}{2}e_v^2 + \frac{1}{2}e_u^2 \tag{4.24}$$

$$\dot{V} = e_v \dot{e}_v + e_u \dot{e}_u \quad (4.25)$$

Daha sonra Denklem (4.20) - (4.23)'teki ilgili değişkenler Denklem (4.25)'te yerine konulmuştur. Elde edilen denklemde negatif değerler göz ardı edilerek, elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanmış iki orijinal Izhikevich nöronuna ait Lyapunov kontrolörü 'K' nın matematiksel tanımını Denklem (4.26)'da verilmiştir.

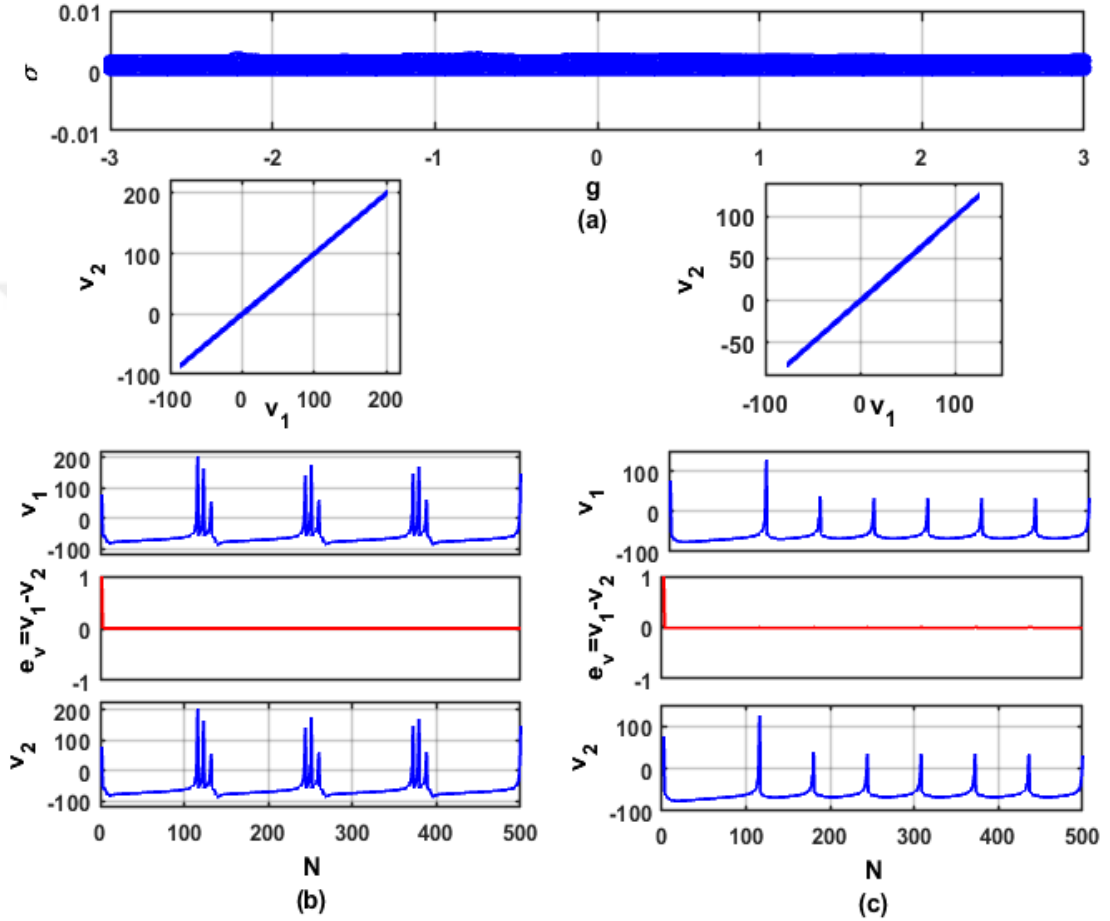
$$\begin{aligned} K_e &= 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - 2ge_v + abe_u \\ K_c &= 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - (I_1^{syn} - I_2^{syn}) + abe_u \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bu hesaplamalardan sonra, Lyapunov kontrolörü eklenen iki orijinal Izhikevich nöronuna ait sayısal simülasyon sonuçları sırasıyla elektriksel ve kimyasal kuplaj için Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'te verilmektedir. Şekil 4.13'te sinaptik eşleme ağırlığının 'g' değeri  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  olarak ayarlanmıştır.



**Şekil 4.13.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri  $g=-0.4$  (b) ve  $g=0.4$  için (c)

Şekil 4.14'te ise sinaptik kuplajlama ağırlıkları  $g=-1.5$  ve  $g=1.5$  olarak ayarlanmıştır. Bu sonuçlar, Lyapunov kontrol yönteminin elektriksel veya kimyasal olarak kuplajlanmış Izhikevich nöronlarına uygulandığında, bu nöral topluluklardaki eş zamanlı ateşlemelerin sinaptik kuplajlama ağırlığındaki değişikliklerden bağımsız hale geldiğini doğrulamaktadır.



**Şekil 4.14.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki kimyasal olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu kimyasal olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri  $g=-1.5$  (b) ve  $g=1.5$  için (c)

#### 4.3.1.4 Lyapunov kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı modifiye Izhikevich nöron modeli

İkinci nörona Lyapunov kontrolörü eklenen iki elektriksel olarak kuplajlanmış modifiye Izhikevich nöronuna ait eşitlikler Denklem (4.27)'de verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\dot{v}_1 &= k_1[|v_1 + 62.5 + k_2| + |v_1 + 62.5 - k_2|] - k_1k_2k_3 - u_1 + I \\
&\quad - g(v_1 - v_2) \\
\dot{u}_1 &= a(bv_1 - u_1) \\
v_1 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_1 \leftarrow c \\ u_1 \leftarrow u_1 + d \end{matrix} \\
\dot{v}_2 &= k_1[|v_2 + 62.5 + k_2| + |v_2 + 62.5 - k_2|] - k_1k_2k_3 - u_2 + I \\
&\quad - g(v_2 - v_1) \\
\dot{u}_2 &= a(bv_2 - u_2) \\
v_2 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_2 \leftarrow c \\ u_2 \leftarrow u_2 + d \end{matrix}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Denklem (4.27)'de verilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun zar potansiyelleri arasındaki hata eşitlikleri Denklem (4.28)'de tanımlanmaktadır. Daha sonra bu nöronların membran geri kazanım parametreleri arasındaki hata denklikleri ise Denklem (4.29)'da verilmektedir.

$$\begin{aligned}
e_v &= v_1 - v_2 \\
\dot{e}_v &= k_1[|v_1 + 62.5 + k_2| + |v_1 + 62.5 - k_2| - |v_2 + 62.5 - k_2|] - e_u \\
&\quad - 2ge_v - K_M
\end{aligned} \tag{4.28}$$

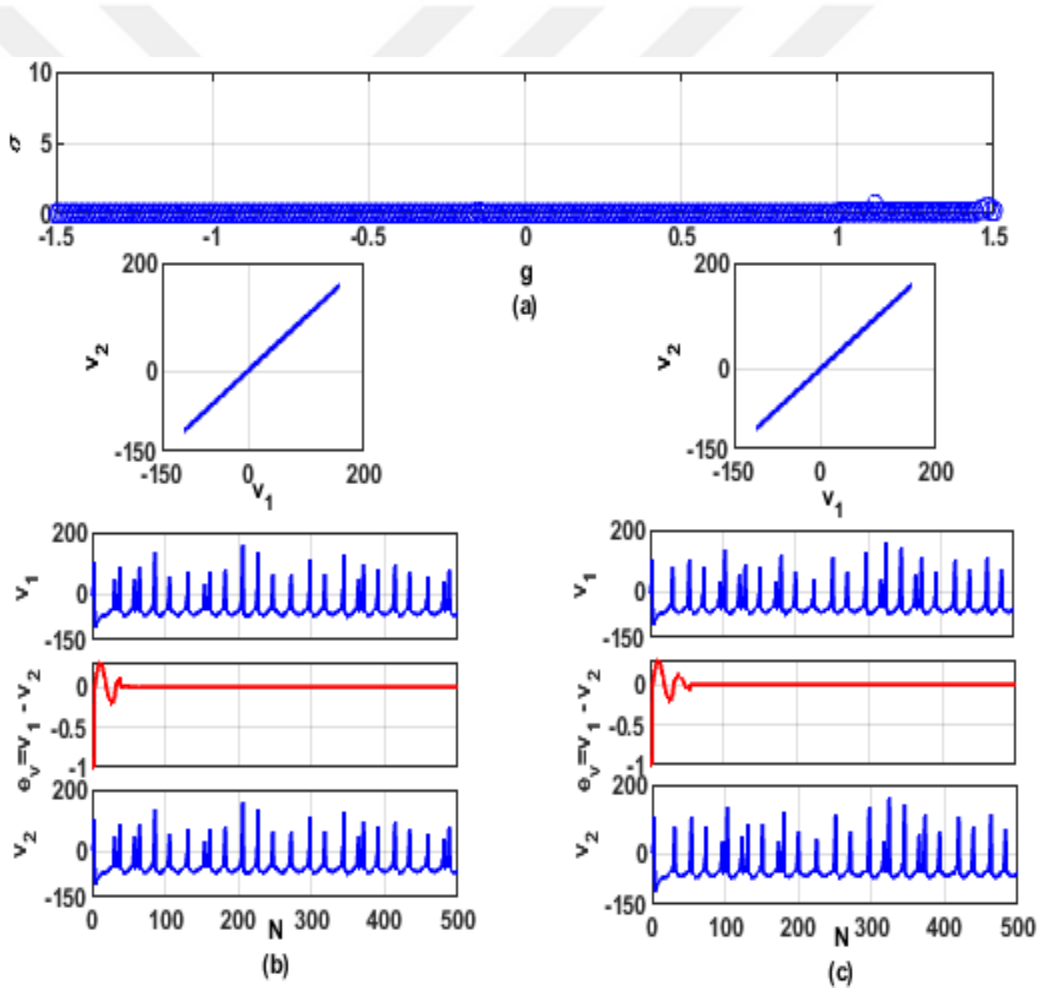
$$\begin{aligned}
e_u &= u_1 - u_2 \\
\dot{e}_u &= abe_v - ae_u
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Orijinal Izhikevich nöron modeline uygulanan pozitif sıradan Lyapunov fonksiyonu ve bu fonksiyonun Denklem (4.25)'teki türevi, iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöron modeli içinde kullanılmıştır. Denklem (4.27), (4.28) ve (4.29)'daki ilgili parametreler, Denklem (4.25)'te yerine yazılarak Denklem (4.30) elde edilmektedir. Denklem (4.30)'da yapılan sadeleştirmelerden sonra, iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronu için Lyapunov kontrolörü “ $K_m$ ”nin matematiksel tanımı Denklem (4.31)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= e_vk_1[|v_1 + 62.5 + k_2| + |v_1 + 62.5 - k_2| - |v_2 + 62.5 + k_2| \\
&\quad - |v_2 + 62.5 - k_2|] - e_ve_u - 2ge_v^2 - Ke_v + abe_ve_u - ae_u^2
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
K_M &= k_1[|v_1 + 62.5 + k_2| + |v_1 + 62.5 - k_2| - |v_2 + 62.5 + k_2| \\
&\quad - |v_2 + 62.5 - k_2|] - e_u - 2ge_v + abe_u
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Lyapunov kontrol yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronuna ait sayısal simülasyon sonuçları Şekil 4.15'te verilmektedir. Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen bu kuplajlı modifiye nöronların standart sapma sonuçları ise Şekil 4.15a'da verilmiş ve bu sonuçların da sifıra yakın olduğu görülmektedir. Buna göre, kuplajlanan ve Lyapunov kontrolörü eklenen nöronların, sinaptik eşleme ağırlığının değişiminden etkilenmeden eş zamanlı davranışlar sergilemesi beklenir. Bu nedenle, Lyapunov kontrolörünün adapte edildiği iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronu için sinaptik eşleme ağırlıklarının değerleri  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  olarak ayarlanmıştır. Bu nöronlar, Lyapunov kontrolörünün adapte edildiği original Izhikevich nöronlarına benzer şekilde bu 'g' değerlerinin her ikisi için Şekil 4.15b ve Şekil 4.15c'de görüldüğü gibi senkron davranışlar sergilemektedir.



**Şekil 4.15.** Lyapunov yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: a) Standart sapma sonuçları. Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri b)  $g=-0.4$  ve c)  $g=0.4$  için.

### 4.3.2 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar

Bu kısımda, bir Lyapunov fonksiyonunun seçimini, daha az hatalı sonuçlar elde edilebilmesi amacıyla, mevcut sistemi bir kontrolörün tasarımıyla birleştirerek tekrarlamalı hesaplamalar yapan ve Lyapunov kararlılık kriterine alternatif bir yöntem olan geri adımlamalı kontrol yönteminin uygulandığı, kuplajlı FHN, HR ve Izhikevich nöron modellerinin dinamik davranışlarına ait nümerik simülasyon sonuçlarına yer verilecektir.

#### 4.3.2.1 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli

Bu kısımda FHN nöron modeli kuplajlanırken, Denklem (4.7) ve Denklem (4.9)'daki eşitliklerden yararlanılmaktadır. Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanırken, Denklem (4.32)'deki gibi uygun bir Lyapunov fonksiyonu belirlenmiştir. Bu fonksiyonun türevi ise Denklem (4.33)'te verilmektedir.

$$V_1(e_2) = \frac{1}{2}e_2^2 \quad (4.32)$$

$$\dot{V}_1(e_2) = \frac{1}{c}e_1e_2 - be_2^2 \quad (4.33)$$

Eğer  $e_1 = k_1(e_2)$  şeklinde bir tahmin fonksiyonu olarak alınır ve  $k_1(e_2) = 0$  kabul edilirse, Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem (4.34)'teki gibi sıfırdan küçük bir değer almaktadır.

$$\dot{V}_1(e_2) = -be_2^2 < 0 \quad (4.34)$$

Denklem (4.34)'teki ifade asimptotik kararlıdır ve  $e_1$  bir kontrolör gibi düşünülürse,  $k_1(e_2)$  bir tahmin fonksiyonudur,  $e_1$  ve  $k_1(e_2)$  arasındaki hata değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$\lambda_1 = e_1 - k_1(e_2) \quad (4.35)$$

$$\dot{\lambda}_1 = c(e_1 - e_2 - f(x_1, x_2, e_1)) + 2ge_1 - k_1(e_2) - u \quad (4.36)$$

Geri adımlamalı kontrol yöntemi tekrarlayıcı bir prosedüre dayandığından, yeni denklem takımını için başka bir Lyapunov fonksiyonu seçilir ve ilgili adımlar aşağıdaki gibi tekrarlanmaktadır.

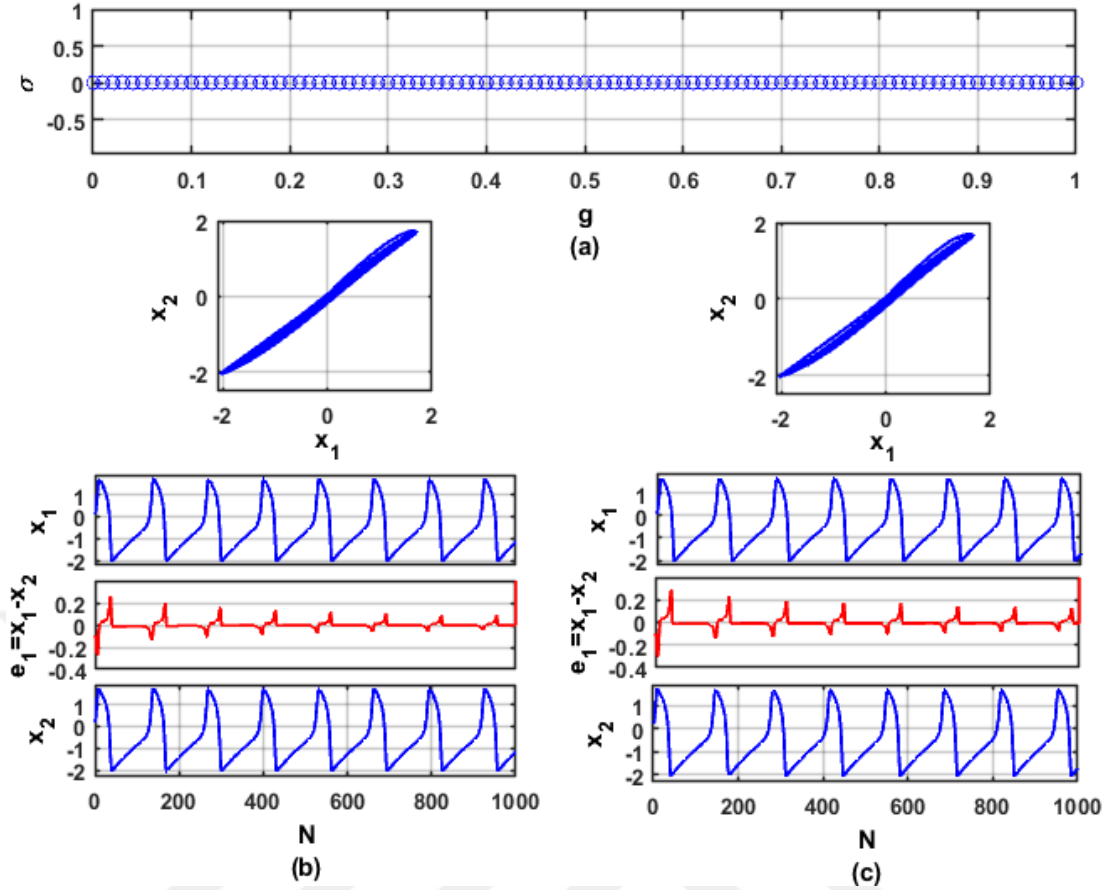
$$V_2(e_2, \lambda_1) = V_1(e_2) + \frac{1}{2}\lambda_1^2 \quad (4.37)$$

$$\dot{V}_2 = -be_2^2 - F(x_1, x_2, e_1) + \frac{1}{c}\lambda_1 e_2 + \lambda_1^2 c - \lambda_1 e_2 + 2g\lambda_1 - u \quad (4.38)$$

$$\dot{V}_2 = -be_2^2 - \frac{1}{3}\lambda_1^2(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) < 0 \quad (4.39)$$

$$u = e_2 \left( \frac{1}{c} - 1 \right) + e_1 c + 2g \quad (4.40)$$

Denklem (4.39)'da sistemin negatif tanımlı olduğu görülmektedir. Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanması durumunda, sisteme adapte edilecek kontrolör Denklem (4.40)'daki gibi elde edilmektedir. Denklem (4.7)'de verilen kontrol metodu uygulanmayan elektriksel kuplajlı FHN nöron mdeline, Denklem (4.40)'da hesaplanan 'u' kontrolörünün uygulanması durumunda,  $g=-0.5$  ve  $g=0.5$  değerleri için yapılan nümerik simülasyonlara ait gösterimler sırasıyla Şekil 4.16b ve Şekil 4.16c'de verilmektedir. Geri adımlamalı kontrol yöntemiyle senkron hale getirilen kuplajlı FHN nöronlarına ait standart sapma sonuçları Şekil 4.16a'da verilmektedir ve bu sonuçların da sifıra yakınsadığı görülmektedir. Grafiklerden kuplajlanan ve kontrol edilen bu nöronların, sinaptik kuplajlama ağırlığının değişiminden etkilenmeden eş zamanlı davranışlar sergilediği görülmektedir.



**Şekil 4.16.** Geri Adımlamalı kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e<sub>1</sub>' çizimleri  $g=-0.5$  (b) ve  $g=0.5$  için (c)

#### 4.3.2.2 Geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli

Elektriksel veya kimyasal olarak kuplajlı iki HR nöronunun eşitlikleri Denklem (4.3)'te verilmektedir. Bir önceki kısımlarda ele alındığı gibi, kontrolör 'u' bu kısımda da ikinci nöronun membran potansiyeli ( $x_2$ ) denkleğine eklenmiştir. Geri adımlamalı kontrol yöntemi HR nöron modeline ilk defa bu çalışma da adapte edilmiştir ve ele alınan sistem Denklem (4.41)'deki gibi oluşturulmuştur. Denklemde  $x \in R^n$  ve  $n \geq 1$ 'dir. ' $z_i$ ' ifadesi skalerdir ve 'u'da sabit bir giriş değeridir. 'f' fonksiyonu orjinde sıfırlanırken, 'g' fonksiyonu değeri sıfırdan farklıdır.

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f_x + g_x(x)z_1 \\
\dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\
\dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_2(x, z_1, z_2)z_3 \\
&\vdots \\
\dot{z}_i &= f_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) + g_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i)z_{i+1} \quad \text{for } 1 \leq i \leq k-1 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{k-1} &= f_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})z_k \\
\dot{z}_k &= f_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})u
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Yukarıda tanımlanan sisteme ait alt sistem, Denklem (4.42)'deki gibi kabul edilebilir ve bu tanım orijinde kararlıdır. Ek olarak pozitif bir sıradan Lyapunov fonksiyonu türetilir. Bu yöntemin konusu, son kontrolör 'u' türetilene kadar 'z<sub>i</sub>' skalerlerini kullanarak alt sistemleri kararlı hale getirmektir.

$$\dot{x} = f_x(x) + g_x(x)u_x(x) \tag{4.42}$$

Geri adımlamalı kontrol yönteminin elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronlarına uygulanması durumunda, Denklem (4.13) ve Denklem (4.14)'teki hata tanımları kullanılarak aşağıdaki gibi genel bir denklem elde edilir:

$$z_1 = e_z \Rightarrow \dot{z}_1 = \dot{e}_z = rse_x - rz_1 \tag{4.43}$$

Burada  $e_x = \chi_1(z_1)$  sanal kontrol girişi olarak kabul edilir.  $z_1$  alt sistemini kararlı hale getirmek için Denklem (4.44)'teki gibi pozitif adi Lyapunov fonksiyonu seçilmiş ve bu pozitif fonksiyonun türevi Denklem (4.45)'te verilmiştir.

$$V_1 = \frac{z_1^2}{2} \tag{4.44}$$

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = rse_x z_1 - rz_1^2 \tag{4.45}$$

Eğer  $\chi_1 = 0$  seçersek,  $\dot{V}_1 = -rz_1^2 < 0$  durumu elde edilir ve Denklem (4.44)'teki  $z_1$  alt sistemi asimptotik olarak kararlı hale gelmektedir. Burada Denklem (4.44) ve Denklem

(4.45), elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için ortak ifadelerdir.  $z_1$  alt sisteminden sonra,  $z_2$  alt sistemi tanımlanır. Tanımlanan  $z_2$  alt sistemi  $e_x$  ile  $\chi_1(z_1)$  arasındaki hata olarak ifade edilmiştir.  $z_2$  alt sistemleri sırasıyla Denklem (4.46)ve Denklem (4.47)'de olduğu gibi elektriksel ve kimyasal olarak eşleştirilmiş HR nöronları için ayrı ayrı oluşturulmuştur:

$$\begin{aligned} z_2 = e_x - \chi_1(z_1) &\Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{e}_x - \dot{\chi}_1(z_1) \\ &= e_y - az_2(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) + bz_2(x_1 + x_2) - z_1 - 2gz_2 \\ &\quad - u_e(x, y, z) \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} z_2 = e_x - \chi_1(z_1) &\Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{e}_x - \dot{\chi}_1(z_1) \\ &= e_y - az_2(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) + bz_2(x_1 + x_2) - z_1 \\ &\quad + gx_1\gamma_c(x_2) + 2g\gamma_c(x_2) - gx_2\gamma_c(x_1) - 2g\gamma_c(x_1)z_2 \\ &\quad - u_c(x, y, z) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Elde edilen  $z_2$  alt sistemlerini kararlı hale getirmek için Denklem (4.48)'deki gibi pozitif adi Lyapunov fonksiyonu seçilmiş ve bu pozitif fonksiyonun türevi Denklem (4.49)'da verilmiştir.

$$V_2 = V_1 + \frac{z_2^2}{2} \quad (4.48)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2\dot{z}_2 \quad (4.49)$$

Denklem (4.45) ve Denklem (4.46)'daki ilgili değişkenler, Denklem (4.49)'da yerine yazılmıştır. Böylece pozitif Lyapunov fonksiyonunun türevi elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları için Denklem (4.50)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = rse_xz_1 - rz_1^2 + e_yz_2 + az_2^2(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2) + bz_2^2(x_1 + x_2) - z_1z_2 \\ - 2gz_2^2 - u_e(x, y, z)z_2 \end{aligned} \quad (4.50)$$

Denklem (4.50)'ye benzer şekilde, Denklem (4.45)ve Denklem (4.47)'deki ilgili değişkenler Denklem (4.49)'da yerine yazılmıştır ve pozitif Lyapunov fonksiyonunun türevi kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için Denklem (4.51)'deki gibi elde edilmiştir.

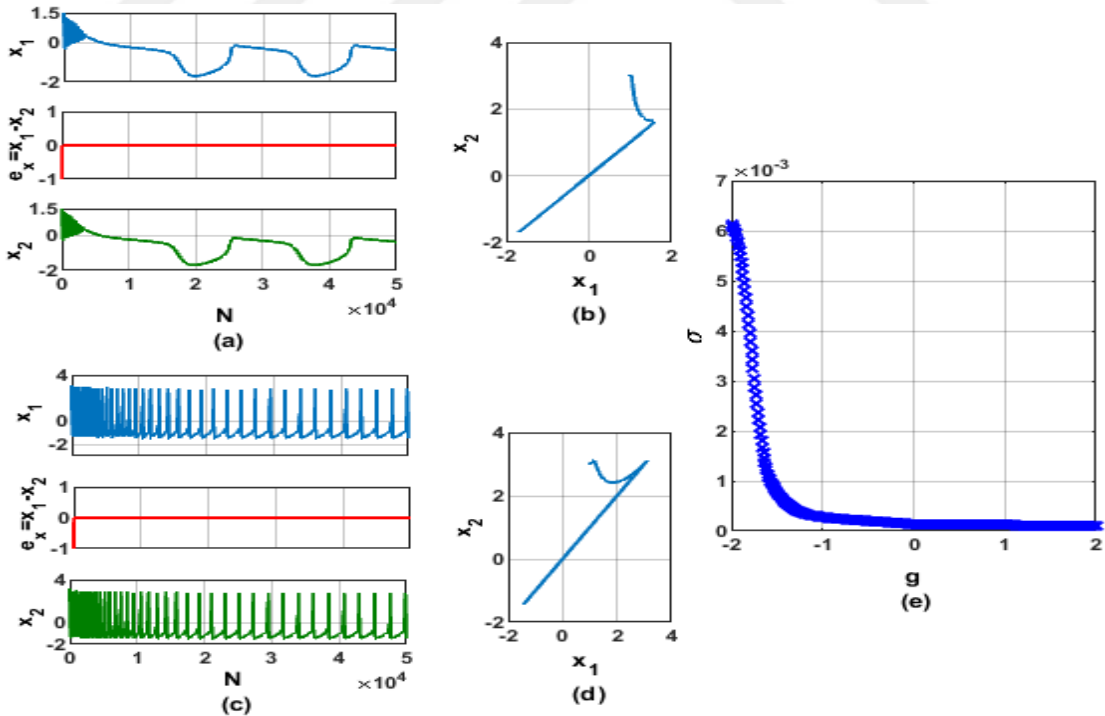
$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & rse_x z_1 - rz_1 + e_y z_2 - az_2^2(x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2) + bz_2^2(x_1 + x_2) - z_1 z_2 \\ & + gx_1 \gamma_c(x_2) z_2 - gx_2 \gamma_c(x_1) z_2 - 2g\gamma_c(x_1) z_2^2 - u_c(x, y, z) z_2 \end{aligned} \quad (4.51)$$

Denklem (4.50) ve Denklem (4.51)'deki kesin negatif değerler göz ardı edildikten sonra, geri adımlamalı kontrolöre ait matematiksel ifade aşağıdaki gibi olmaktadır. Kuplajlı HR nöronuna ait kontrolörün eşitlikleri, elektriksel ve kimyasal kuplaj için sırasıyla Denklem (4.52) ve Denklem (4.53)'te verilmektedir.

$$u_e(x, y, z) = e_y + e_z(rs - 1) + be_x(x_1 + x_2) \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} u_c(x, y, z) = & e_y + e_z(rs - 1) + be_x(x_1 + x_2) + gx_1 \gamma_c(x_2) + 2g\gamma_c(x_2) \\ & - gx_2 \gamma_c(x_1) - 2g\gamma_c(x_1) e_x \end{aligned} \quad (4.53)$$

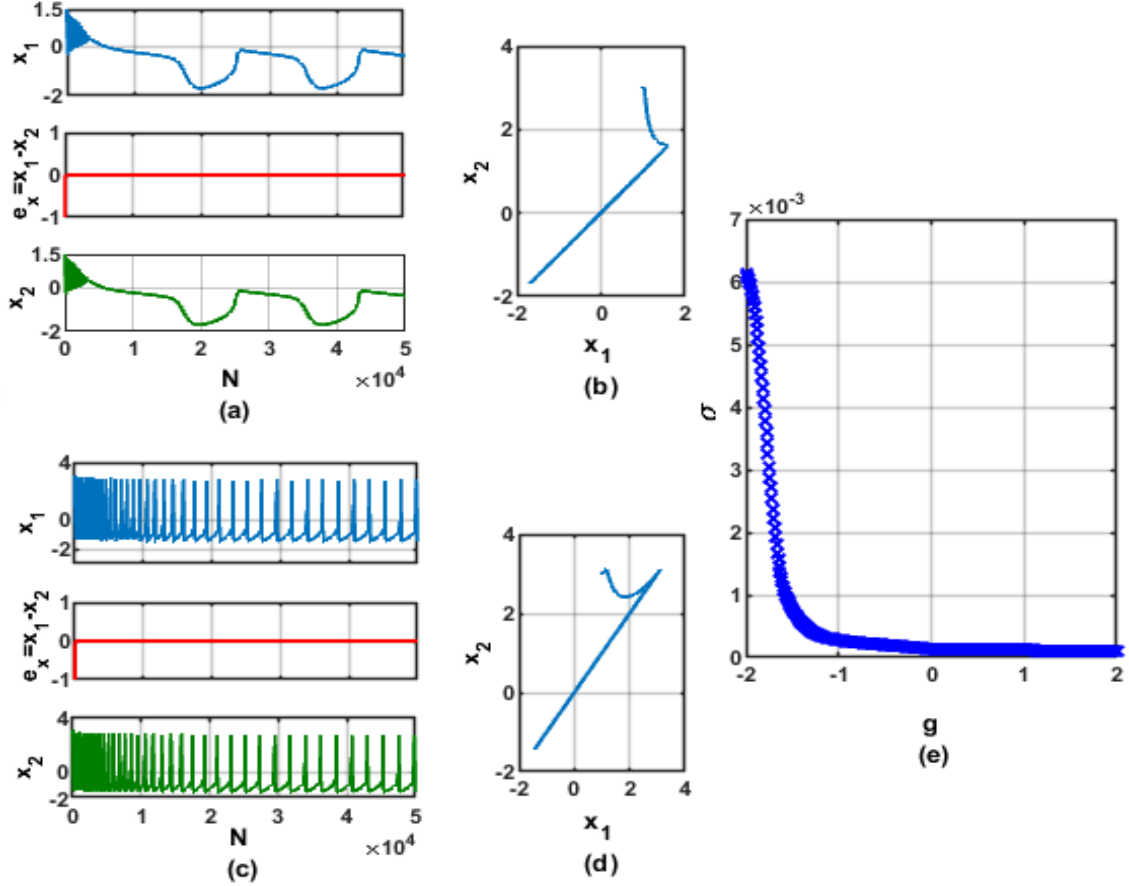
Elde edilen geri adımlamalı kontrolörlerle eşitliklerin sisteme dahil edildiği simülasyon sonuçları sırasıyla elektriksel ve kimyasal kuplaj için Şekil 4.17 ve Şekil 4.18'de verilmektedir.



**Şekil 4.17.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$ (c ve d) için geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri.

Geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

Sinaptik kuplajlama ağırlıklarının değerleri hem elektriksel hem de kimyasal kuplajlı HR nöronları için  $g=-1$  ve  $g=1$  olarak ayarlanmıştır. Ayrıca sisteme ait standart sapma sonuçları,  $-2 \leq g \leq 2$  aralığında verilmektedir.



**Şekil 4.18.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domeni ve faz portre çizimleri. Geri adımlama yöntemiyle kontrol edilen iki kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

Ancak, Şekil 4.17e'de elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları için standart sapma sonuçları  $-1 \leq g \leq 2$  aralığında sifıra yaklaşmaktadır.  $g=-1$ 'deki sinaptik kuplajlama ağırlığı, senkron ve asenkron durumları arasındaki bir sınır noktasıdır, bu nedenle Şekil 4.17b'deki faz portre çizimi, elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları için bir kısmı eş zamanlılık davranışını temsil eder. Öte yandan, kimyasal olarak kuplajlanan nöronlar için standart sapma sonuçları da Şekil 4.18e'de sifıra yaklaşmakta ve maksimum sapma  $8 \times 10^{-3}$ 'ten düşük olarak gösterilmektedir. Kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları, Lyapunov kontrolörü uygulamalarına benzer şekilde her iki 'g' değeri için Şekil 4.18b ve Şekil 4.18d'de görüldüğü gibi senkron davranışlar sergilemektedirler. Kontrollü doğrusal

olmayan dinamik sistemlerin en önemli sonucu, kuplajlanan HR nöronlarının geri adımlamalı kontrolü için de tekrarlanabilir olmasıdır: Elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronlarının senkron ateşlemeleri, sinaptik kuplajlama ağırlığının ayarlanmasına gerek kalmadan elde edilmiştir.

### 4.3.3 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan kuplajlı nöronlar

Bu kısımda doğrusal olmayan sistemlerin tam ya da kısmi doğrusallaştırılması için geliştirilen geri beslemeli kontrol yöntemi ile kuplajlı FHN, HR ve Izhikevich nöron modellerinin senkronizasyonu gerçekleştirilmektedir.

#### 4.3.3.1 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli

Doğrusal olmayan sistemlerin geri besleme kontrol yöntemi ile doğrusallaştırılması için kullanılabilen diferansiyel geometri Lie algebra (Zhang vd., 2007 ) ile senkron olmayan FHN sistemi senkron hale getirilmiştir. Bunun için Denklem (4.7)'de verilen kuplajlı sistemden farklı olarak ikinci nöronun ' $x_2$ ' ve ' $y_2$ ' parametrelerinin her ikisine de kontrolör eklenmiştir.

Denklem (4.7) ile tanımlı fonksiyonda ikinci nörona ' $u_i$ ' kontrolörü eklenmiştir, Bu sisteme ait denklemler Denklem (4.54)'te verilmektedir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \left( c(x_1 - y_1 + I - x_1^3/3) \right) - g(x_2 - x_1) \\
 \dot{y}_1 &= (x_1 - by_1 + a)/c \\
 \dot{x}_2 &= \left( c(x_2 - y_2 + I - x_2^3/3) \right) - g(x_1 - x_2) + u_1 \\
 \dot{y}_2 &= (x_2 - by_2 + a)/c + u_2
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

Sistemin hata durumları ise  $\Delta f(x) = f_M(x_M) - f_S(x_S), \Delta I(x) = I_M(t_M) - I_S(t_S)$ , olarak tanımlanmıştır. Sisteme ait senkronizasyon hatası;

$$\begin{cases} \dot{x} = \Delta f(x) + \Delta I(t) - \sum_{i=1}^k g_i(x)u_i \\ y_i = h_i(x) = x_i \end{cases} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} & \Delta f(x) \\ & = \begin{cases} x_1(x_1 - 1)(1 - rx_1) - x_2(x_2 - 1)(1 - rx_2) - (y_1 - y_2) - 2g(x_1 - x_2) \\ b(x_1 - x_2) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$\Delta I(t) = (0,0)^T$ ,  $g_1(x) = g_2(x) = 0$  alınarak devam edilmiştir. Analiz boyunca  $f(x_0) = 0$  ve  $h(x_0) = 0$  durumları göz önüne alınarak, otonom sistemin denge noktası  $x_0$  kabul edilmiştir. Lie türevi kullanılarak her  $y_i$  çıkışı için bağıl dereceli  $y_i$  ifadesi tanımlanmıştır.

$$L_{g_i} L_f^i h_i(x) = 0, \quad \forall i \leq y_i - 1, \quad \forall i \leq k, \quad \forall x \in U \quad (4.57)$$

Vektör alanı  $f$  boyunca  $h(x)$  fonksiyonunun Lie türevi  $L_f h(x)$  olarak ifade edilmektedir ve buna ait eşitlikler aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1^{y_1} \\ y_2^{y_2} \\ \vdots \\ y_k^{y_k} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_f^{y_1} h_1(x) \\ L_f^{y_2} h_2(x) \\ \vdots \\ L_f^{y_k} h_k(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{y_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_k} L_f^{y_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{y_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_k} L_f^{y_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{y_k-1} h_k(x) & \dots & L_{g_k} L_f^{y_k-1} h_k(x) \end{bmatrix} u \\ &= A(x) + B(x)u \end{aligned} \quad (4.58)$$

$B(x)$  dekuplaj matrisi olarak adlandırılır. Eğer  $B(x)$ ,  $u$  noktası etrafında terslenebilir ise, geri besleme durum denklemi aşağıdaki gibi verilebilir.

$$u = B(x)^{-1}[-A(x) + v] \quad (4.59)$$

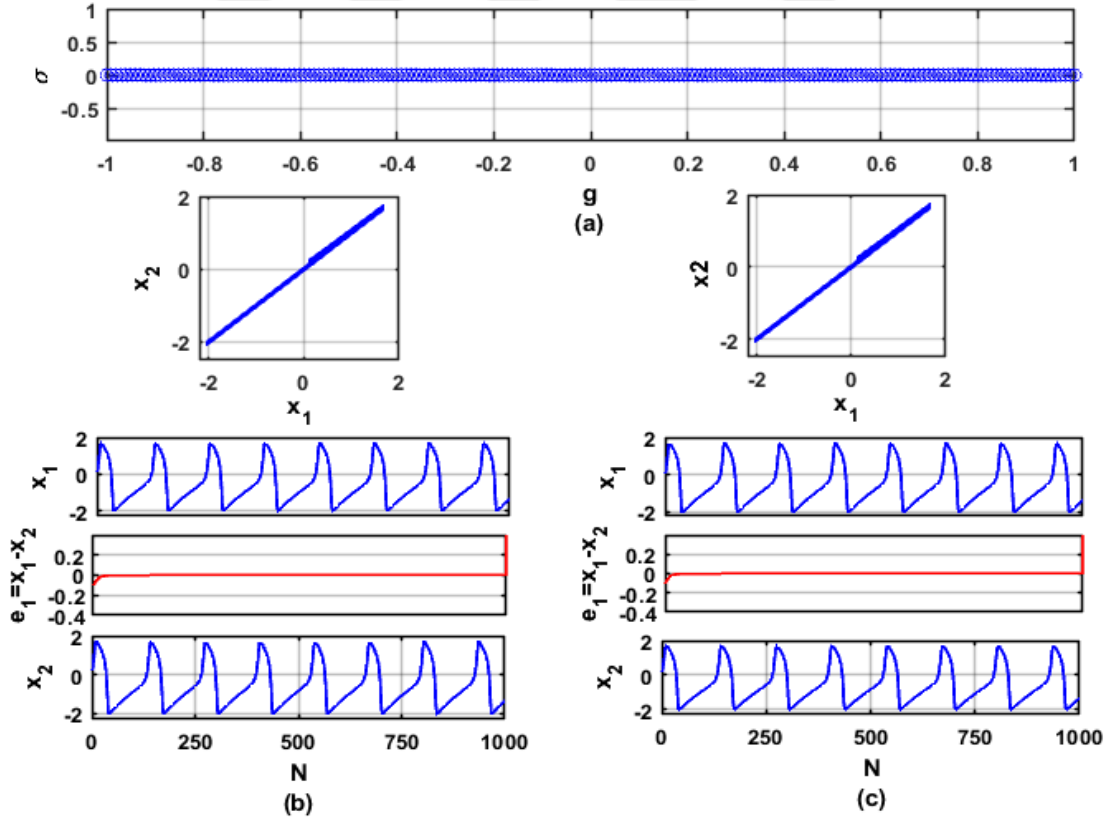
Denklem (4.59) kapalı döngü sistemin sonucunu göstermektedir. Burada 'v' girişten çıkışa dekuplajlıdır. Giriş-çıkışı lineer olan sistem Denklem (4.60)'da verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} y_1^{y_1} \\ y_2^{y_2} \\ \vdots \\ y_k^{y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

Denklem (4.7)'de verilen sistemde  $y_1 = y_2 = 1$  'dir. Kontrol kanunu Denklem (4.59),  $u_i = [-L_i h_i(x) - h_i(x)]/L_{g_1} h_i(x)$  şeklini alır. Bu durumda  $u_i$  kontrol parametreleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} u_1 &= c \left[ e_1 - e_2 - \frac{1}{3}(x_1^3 - x_2^3) \right] + 2ge_1 + e_1 \\ u_2 &= \frac{1}{c}(e_1 - be_2) + e_2 \end{aligned} \quad (4.61)$$

Geri beslemeli kontrol yönteminin uygulandığı elektriksel kuplajlı iki FHN nöron modeline ait simülasyon sonuçları Şekil 4.19'da verilmektedir.



**Şekil 4.19.** Geribeslemeli kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: standart sapma sonuçları (a), bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_1$ ' çizimleri  $g=-0.5$  (b) ve  $g=0.5$  için (c)

### 4.3.3.2 Geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel ve kimyasal kuplajlı HR nöron modeli

Literatürde elektriksel veya kimyasal olarak eşleştirilmiş HR nöronlarına geribeslemeli kontrol yönteminin uygulamaları hakkında çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Ding ve Han, 2015; Ding ve Han, 2016; Farahani vd., 2016; Hettiarachchi, vd.,2016; Lakshmanan vd., 2016; Nguyen ve Hong,2013). Bu kontrol yönteminin performansını değerlendirmek için bu uygulamalardan biri bu kısımda gözden geçirilmiştir. Geri beslemeli kontrol yöntemine göre Denklem (4.3)'teki HR nöronları arasındaki senkronizasyon davranışları bir kontrolör ve adaptasyon yasaları ile sağlanmıştır (Farahani vd., 2016). Bu kontrolörler ve adaptasyon yasaları, çift yönlü ve elektriksel olarak bağlı HR nöronları için Denklem (4.62)'deki gibi tanımlanırken, bu açıklamalar tek yönlü ve kimyasal olarak eşleştirilmiş iki HR nöronu için Denklem (4.63)'teki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned} u_e(x, y, z) &= -k_1 e_x \\ \dot{k}_e &= \left(\frac{1}{\zeta}\right) e_x^2 \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned} u_c(x, y, z) &= -k_2 e_x - g \delta(x_2) \gamma_c(x_1) \\ \dot{k}_c &= \left(\frac{1}{\zeta}\right) e_x^2 \\ \dot{g} &= \left(\frac{1}{\zeta}\right) \delta(x_2) \gamma_c(x_1) e_x \end{aligned} \quad (4.63)$$

Sistemin asimptotik olarak sıfıra yakınsadığını kanıtlamak için, Denklem (4.64) ve Denklem (4.66)'daki gibi iki Lyapunov aday fonksiyonu düşünülmüş ve bu aday fonksiyonların türevleri sırasıyla elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için Denklem (4.65) ve Denklem (4.67)'de verilmektedir.

$$V_e = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) + \frac{1}{2}\zeta(k_e + k_e^*)^2 \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -a(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) + b(x_1 + x_2) - 2g + k_e^* e_x^2 (1 - d)(x_1 + x_2) e_x e_y \\ &\quad + (-1 + rs) e_x e_z - e_y^2 - r e_z^2 \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$V_c = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) + \frac{1}{2\zeta_\chi}(g + \hat{g}^*)^2 \frac{1}{2\zeta_{k_c}}(k_c + k_c^*)^2 \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_e = & -a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + b(x_1 + x_2) + k_e^*e_x^2(1-d)(x_1 + x_2)e_xe_y \\ & + (-1 + rs)e_xe_z - e_y^2 - re_z^2\end{aligned}\quad (4.67)$$

Birinci ve ikinci nöronların dinamikleri sınırlı olduğundan,  $|x_1| \leq K_1$  ve  $|x_2| \leq K_2$ 'dir. Eğer  $K$ ,  $\max(K_1, K_2)$ 'ye eşitse, Lyapunov fonksiyonlarının türevleri sırasıyla elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için Denklem (4.68) ve Denklem (4.69) olarak yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{V}_e \leq & (3aK^2 + 2bK - 2g + k_e^*)e_x^2 - e_y^2 - re_z^2 + (1 + 2dK)|e_x||e_y| \\ & + (1 + rs)|e_x||e_z|\end{aligned}\quad (4.68)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_c \leq & (3aK^2 + 2bK + k_c^*)e_x^2 - e_y^2 - re_z^2 + (1 + 2dK)|e_x||e_y| \\ & + (1 + rs)|e_x||e_z|\end{aligned}\quad (4.69)$$

$\varepsilon = [|e_x| |e_y| |e_z|]^T$  tanımlanarak, Lyapunov fonksiyonlarının türevi aşağıdaki gibi yazılabilir:

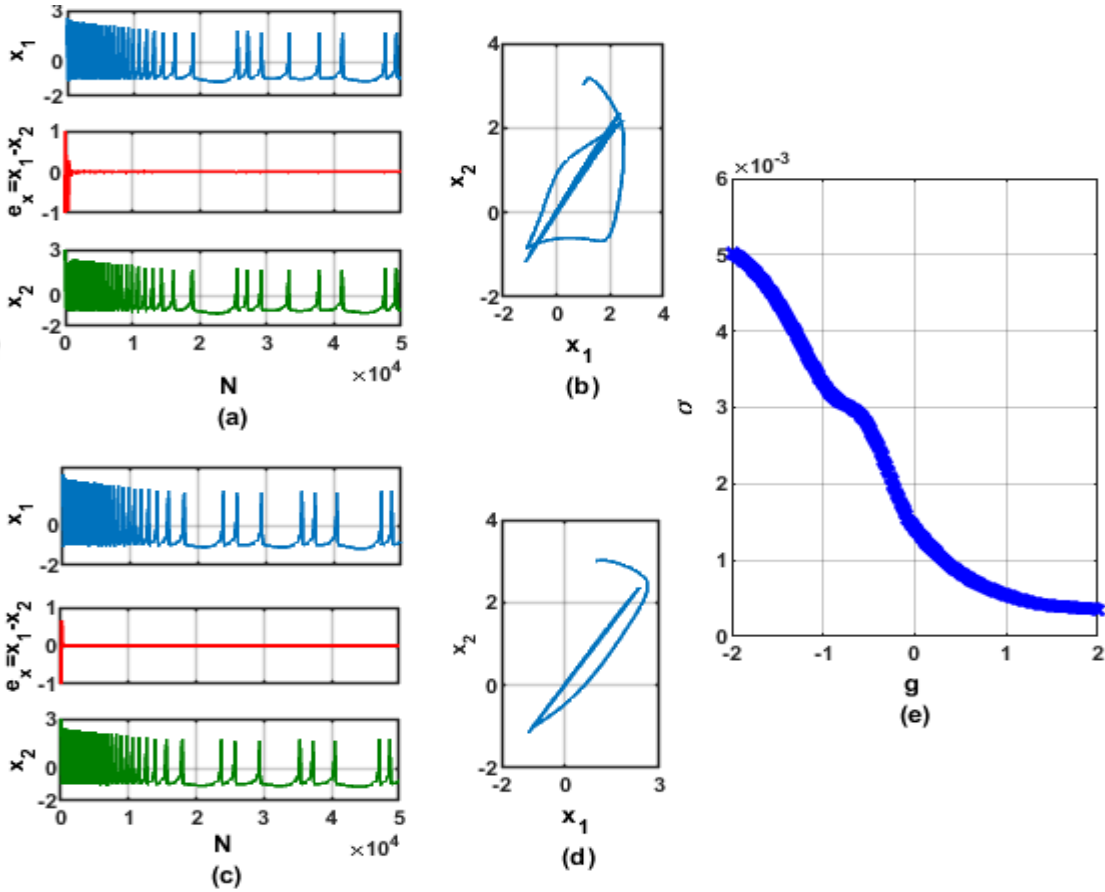
$$\dot{V}_e \leq -\varepsilon^T P_1 \varepsilon \text{ and } P_1 = \begin{vmatrix} 3aK^2 + 2bK - 2g + k_e^* & -\frac{(1 + 2dK)}{2} & -\frac{1 + rs}{2} \\ -\frac{(1 + 2dK)}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1 + rs}{2} & 0 & r \end{vmatrix}\quad (4.70)$$

$$\dot{V}_c \leq -\varepsilon^T P_2 \varepsilon \text{ and } P_2 = \begin{vmatrix} 3aK^2 + 2bK + k_c^* & -\frac{(1 + 2dK)}{2} & -\frac{1 + rs}{2} \\ -\frac{(1 + 2dK)}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1 + rs}{2} & 0 & r \end{vmatrix}\quad (4.71)$$

Pozitif tanımlayıcı  $P_1$  ve  $P_2$  fonksiyonları, negatif yarı tanımlayıcı fonksiyonlar olan  $V_e$  ve  $V_c$  ile oluşturulmuştur. Bu ifadelerde yer alan  $k_e^*$  ve  $k_c^*$  terimleri  $P_1$  ve  $P_2$  fonksiyonlarını pozitif yapmaktadır. Böylece,  $V_e$  ve  $V_c$  negatif yarı tanımlayıcı fonksiyonlarında,  $e_x$ ,  $e_y$  ve  $e_z$  hataları sınırlandırılmaktadır.

Geri besleme kontrolörlerinin adapte edildiği iki HR nöronuna ait sayısal simülasyon sonuçları sırasıyla elektriksel ve kimyasal kuplaj için sırasıyla Şekil 4.20 ve Şekil 4.21'de verilmiştir. Önceki yöntemlere benzer olarak, elektriksel olarak eşleştirilmiş HR

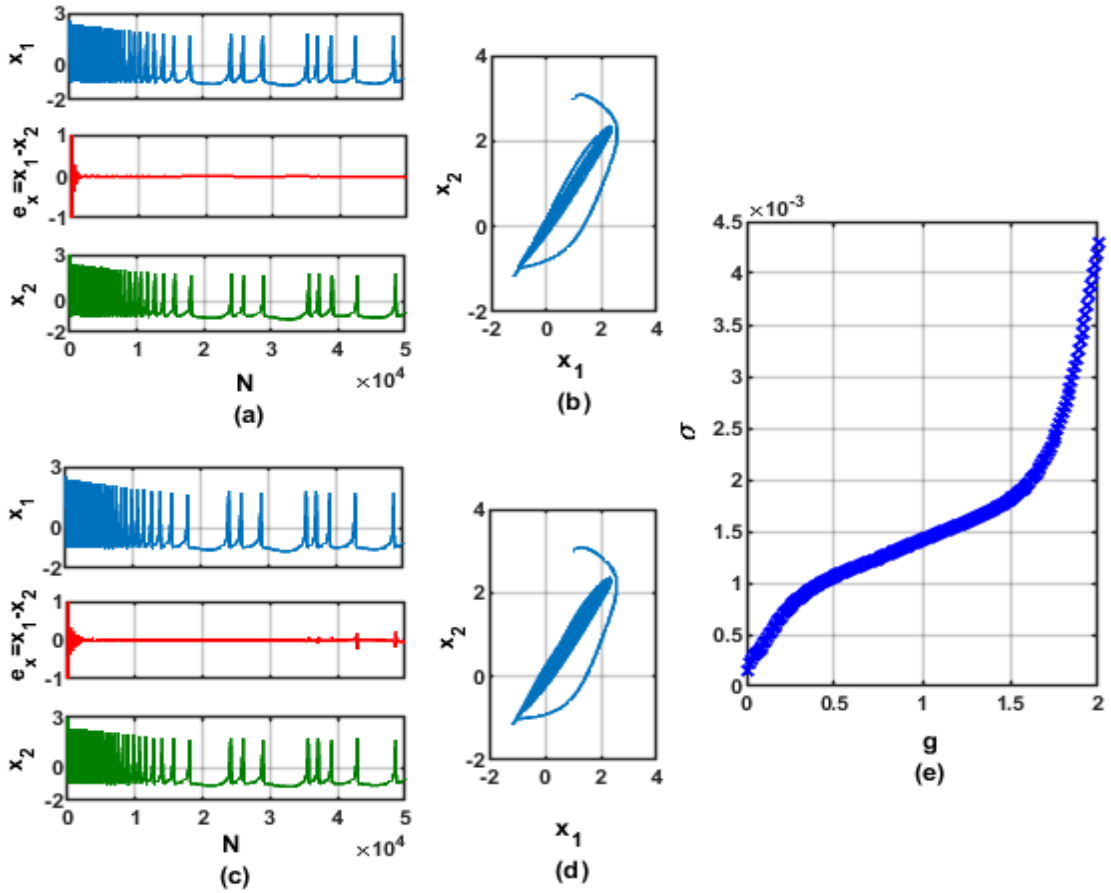
nöronlarının sayısal simülasyonlarında sinaptik eşleşme ağırlıklarının 'g' değerleri  $g=-1$  ve  $g=1$  olarak ayarlanmıştır ve bu nöronlar Şekil 4.20b ve Şekil 4.20d'de görüldüğü gibi eş zamanlı davranışlar sergilemektedir. Ayrıca standart sapma sonuçları Şekil 4.20e'de görüldüğü gibi sifıra yaklaşmaktadır.



**Şekil 4.20.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri besleme yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domenive faz portre çizimleri. Geri besleme yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

Geri beslemeli kontrol yöntemi uygulanan kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronlarının dinamik davranışları ise sadece  $g>0$  değerlerinde kontrol edilebilmektedir. Bu nedenle bu uygulamada  $0 \leq g \leq 2$  için standart sapma sonucu hesaplanmıştır. Şekil 4.21e'deki standart sapma sonucuna göre, kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronu,  $0 \leq g \leq 2$  aralığında sifıra yaklaştığı için senkronizasyon davranışları sergilemektedir. Bu sonucu doğrulamak için sinaptik kuplajlama ağırlıkları sırasıyla  $g=1$  ve  $g=2$  olarak ayarlanmıştır. Kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları, zaman domeni (Şekil 4.21a, Şekil 4.21c) ve faz portresi (Şekil 4.21b ve Şekil 4.21d) şekillerden görüldüğü gibi bu değerlerin her ikisinde de eş zamanlı

davranışlar sergilemektedir.



**Şekil 4.21.**  $g=-1$  (a ve b) ve  $g=1$  (c ve d) için geri besleme yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zaman domenive faz portre çizimleri. Geri besleme yöntemiyle kontrol edilen kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun standart sapma grafiği (e)

#### 4.3.3.3 Geri beslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modeli

Orijinal Izhikevich nöron modeline ait elektriksel kuplajlı sisteme ait eşitlikler Denklem (4.4)'te verilmiştir. Bu denklemde ikinci nöronun membran potansiyeline 'K' kontrolörü eklenmiştir. K kontrolörü eklenen kuplajlı sisteme ait ifade de Denklem (4.19)'da verilmiştir. Nöronlar arasındaki hata parametreleri için Denklem (4.20) ve Denklem (4.21) kullanılmaktadır. Bu kısımda elektriksel kuplajlı iki Izhikevich nöron modelinin senkronizasyonu için güncelleme parametresi kullanılarak lineer olmayan kontrol denklemi elde edilmektedir. Güncelleme parametresi;

$$\dot{\kappa} = ae_1^2 \quad (4.72)$$

Lineer olmayan kontrol parametresi ise;

$$K = -e_1\{(v_1 + v_2)0.04 - \kappa\} \quad (4.73)$$

Elektriksel kuplajlı iki Izhikevich nöronun asimptotik senkronizasyonu Denklem (4.72) ve Denklem (4.73) ile elde edilebilir. Sistemin senkronizasyonu için aşağıdaki pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonu kullanılmaktadır. Bu Lyapunov fonksiyonun türevi de Denklem (4.75)'te verilmektedir. Burada  $l > 0$ 'dır.

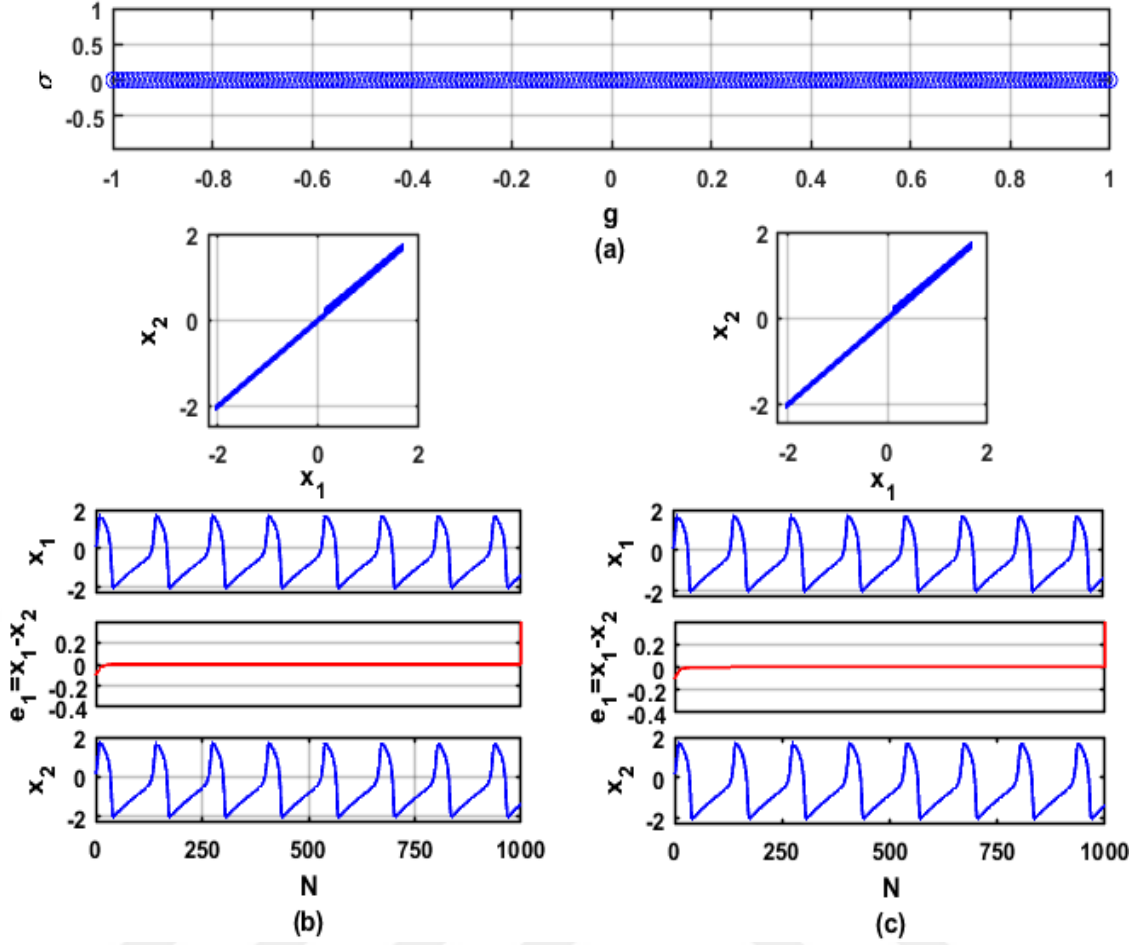
$$V = \frac{1}{2}e_v^2 + \frac{1}{2}e_u^2 + \frac{1}{2a}(\kappa - \rho)^2 + \int_0^t e_1^2(s)ds \quad (4.74)$$

$$\dot{V} = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + \frac{1}{a}(\kappa - \rho)\dot{\kappa} + e_1^2 \quad (4.75)$$

Denklem (4.20) ve Denklem (4.21)'de yer alan hata parametreleri Denklem (4.75)'te yerine yazılırsa sisteme ait matris formu aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} e_v \\ e_u \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 6 - g - l & (ab - 1)\frac{1}{2} \\ (ab - 1)\frac{1}{2} & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_v \\ e_u \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

Eğer  $6 - g < l$  ise  $\dot{V} < 0$  ifadesini sağlamaktadır. Lyapunov kararlılık teoremine göre, sistem asimptotik kararlıdır ve sistem senkron olarak ateşlenmektedir. Sisteme ait simülasyon sonuçları Şekil 4.22'de verilmiştir. Elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöronlarının sayısal simülasyonlarında sinaptik kuplajlama ağırlıklarının değerleri  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  olarak ayarlanmıştır ve bu nöronlar Şekil 4.22b ve 4.22c'de görüldüğü gibi eş zamanlı davranışlar sergilemektedir. Ayrıca geribeslemeli kontrol yöntemi uygulanan elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modeline ait standart sapma sonuçları Şekil 4.22a'da görüldüğü gibi sifıra yaklaşmaktadır.



**Şekil 4.22.** Geri beslemeli kontrol yöntemiyle kontrol elde edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöronunun sayısal simülasyon sonuçları: Standart sapma sonuçları (a). Bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portresi, zaman domeni ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' çizimleri  $g=-0.4$  (b) ve  $g=0.4$  için (c)

#### 4.4 Kontrol Yöntemi Uygulanan Kuplajlı Nöronların Kontrolör Yöntemlerinin Kıyası

En sık kullanılan senkronizasyon kontrol yöntemlerinden üçü hem elektriksel hem de kimyasal olarak kuplajlanan FHN, HR ve Izhikevich nöronlarına uygulandıktan sonra, bu bölümünde, kontrol yöntemlerinin nöral dinamikler arasındaki minimum farklılıkları gerçekleştirme açısından etkinliği değerlendirilmektedir.

İki dinamik sistem arasındaki genlik ve faz farkları çeşitli fonksiyonlar kullanılarak ifade edilebilmektedir. Ancak literatürdeki bu fonksiyonların neredeyse tamamı ya genlik hatalarını ya da faz hatalarını hesaplamaktadır (Ge ve Chen,2004; Jalili, 2011; Li ve Lee, 2007; Li, 2008; Ma vd., 2017; Pikovsky vd.,1997; Shuai ve Durand, 1999). Burada

karmaşık sayıların üstel formlarına dayanan alternatif bir yöntem ile genlik ve faz hataları eş zamanlı olarak hesaplanmıştır [Haupt ve Haupt, 2004; Lynch, 2004]. Bu yöntemi özetlemek için, HR nöron modeli üzerinden örnek verilerek anlatılmıştır. Diğer nöron modellerine de bu yöntem benzer şekilde uygulanmıştır. Bu yöntemle göre, xy-düzlemindeki elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan iki HR nöronunun zar potansiyelleri, Denklem (4.77) ve Denklem (4.78)'de gösterilen kutupsal koordinatlara  $(r, \theta)$  dönüştürülür.

$$\begin{aligned} a_{1i} &= [x_{1(i+1)} - x_{1(i)}] \\ b_{1i} &= [t_{1(i+1)} - t_{1(i)}] \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} a_{2i} &= [x_{2(i+1)} - x_{2(i)}] \\ b_{2i} &= [t_{2(i+1)} - t_{2(i)}] \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$r_{1i} = \sqrt{a_{1i}^2 + b_{1i}^2} \quad (4.79)$$

$$r_{2i} = \sqrt{a_{2i}^2 + b_{2i}^2} \quad (4.80)$$

$$\theta_{1i} = \pi \left[ \tan^{-1} \left( \frac{b_{1i}}{a_{1i}} \right) / 180 \right] \text{ rad} \quad (4.81)$$

$$\theta_{2i} = \pi \left[ \tan^{-1} \left( \frac{b_{2i}}{a_{2i}} \right) / 180 \right] \text{ rad} \quad (4.82)$$

$$Z_{1i} = (x_{1i}, t_{1i}) = r_{1i} (\cos \theta_{1i} + j \sin \theta_{1i}) \quad (4.83)$$

$$Z_{2i} = (x_{2i}, t_{2i}) = r_{2i} (\cos \theta_{2i} + j \sin \theta_{2i}) \quad (4.84)$$

$$Z_{1i} = r_{1i} e^{j\theta_{1i}} \quad (4.85)$$

$$Z_{2i} = r_{2i} e^{j\theta_{2i}} \quad (4.86)$$

Burada, Denklem (4.79) ve Denklem (4.80)'deki  $r_{1i}$  ve  $r_{2i}$  noktaların modülünü temsil ederken, Denklem (4.81) ve Denklem (4.82)'deki  $\theta_{1i}$  ve  $\theta_{2i}$  bunların argümanlarıdır. Bu karmaşık sayıların kutupsal biçimleri, Denklem (4.83) ve Denklem (4.84)'te gösterildiği gibi bu modüllerden ve argümanlardan türetilmiştir. Daha sonra bu noktaların polar formları Euler formülü ile Denklem (4.85) ve Denklem (4.86)'da verildiği gibi üstel formlarına dönüştürülmektedir. Bu fonksiyona göre, iki kuplajlı nöronunun dinamik davranışları tam olarak aynı ise, o zaman  $Z_{1i}$ ,  $Z_{2i}$ 'ye eşit olmalıdır, yani  $r_{1i}/r_{2i}=1$  ve  $\theta_{1i}-\theta_{2i}=0$  koşulları sağlanmalıdır. Böylece genlik farklarını belirlemek için  $r_{1i}/r_{2i}=1$  durumu Denklem (4.87) 'daki gibi yeniden yazılabilir.

$$\text{Genlik Hatası} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{r_{1i}}{r_{2i}} - 1 \right| \quad (4.87)$$

Ek olarak, ikinci koşul ( $\theta_{di} - \theta_{mi} = 0$ ) elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan iki nöron arasındaki faz farklarının belirlenmesi için Denklem (4.88)'deki gibi yeniden tanımlanabilir:

$$Faz\ Hatası = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\theta_{1i} - \theta_{2i}| \quad (4.88)$$

Denklem (4.87) ve Denklem (4.88)'de 'N' nöronların zar potansiyellerinden kaydedilen toplam örnek sayısıdır. Denklem (4.89) toplam hata değerlerini vermektedir ve bu denklem genlik ve faz hatalarının ortalamasını vermektedir.

$$Toplam\ Hata = (Genlik\ Hatası + Faz\ Hatası)/2 \quad (4.89)$$

Bu kapsamda elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki hata değerleri

Çizelge 4.1'de verilirken, kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki hata değerleri Çizelge 4.2'de verilmektedir.

**Çizelge 4.1.** Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

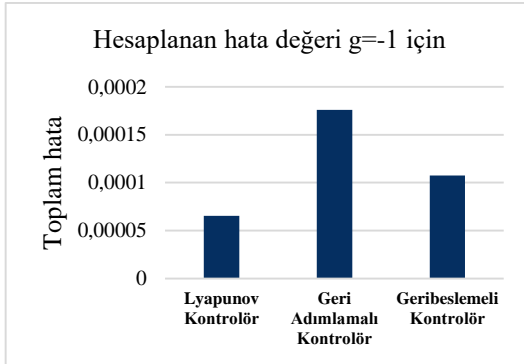
Elektriksel Kuplajlı HR Nöronlar Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
g=-1	26.1E-05	0.011624	0.005943	8.6E-06	12.2E-05	6.54E-05	5.57E-06	34.6E-05	17.6E-05	4.80E-06	0.00021	0.000108
g=1	2.08E-06	7.76E-05	3.98E-05	7.75E-06	12.4E-05	6.57E-05	1.35E-06	3.99E-05	2.06E-05	1.89E-06	7.05E-05	3.62E-05

Bu tablolarda genlik, faz ve toplam hatalar ayrı ayrı hesaplanmıştır. İlk olarak, kontrolsüz elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için bu hata değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu hatalar, Lyapunov, geri adımlamalı ve geri beslemeli kontrol yöntemleri ile kontrol edilen elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları için hesaplanmıştır. Çizelge 4.1'de g=-1 ve g=1 değerleri için hesaplanan toplam

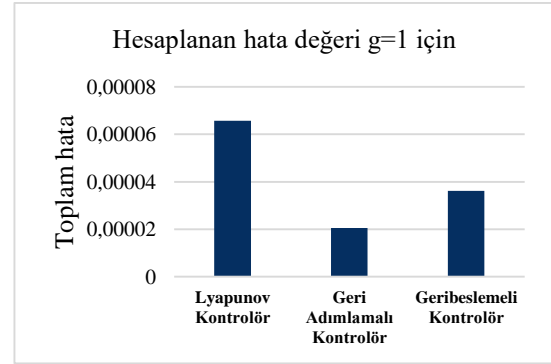
hatalar sırasıyla Şekil 4.23a ve Şekil 4.23b'de grafiklerle gösterilmiştir. Bu grafiklere göre  $g=-1$ 'de elektriksel olarak kuplajlanan HR nöronları için Lyapunov kontrol yöntemi ile minimum hata değeri elde edilirken, en başarılı kontrol yöntemi bu nöronlar için  $g=1$  değerinde geri adımlamalı kontrol yöntemi olarak gözlemlenmiştir. Elektriksel olarak kuplajlanan nöronlara benzer şekilde, Çizelge 4.2'de kimyasal olarak kuplajlanan nöronlar arasındaki toplam hatalar verilmiştir. Bu hatalar sırasıyla  $g=-1$  ve  $g=1$  değerleri için Şekil 4.24'te grafiklerle gösterilmiştir. Çizelge 4.2'de verilen sonuçlara göre geri adımlamalı kontrol yöntemi olarak gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.2.** Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geri beslemeli kontrol yöntemleri için kimyasal olarak kuplajlanan HR nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

Kimyasal Kuplajlı HR Nöronlar Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
$g=-1$	10.2E-05	0.007211	0.003657	1.5E-05	23.6E-05	1.25E-04	1.69E-06	4.0E-05	2.11E-05	*	*	*
$g=1$	1.71E-05	3.87E-04	2.02E-04	2.02E-05	21.9E-05	1.21E-04	1.77E-06	4E-05	2.09E-05	3.46E-06	1.38E-04	7.07E-05

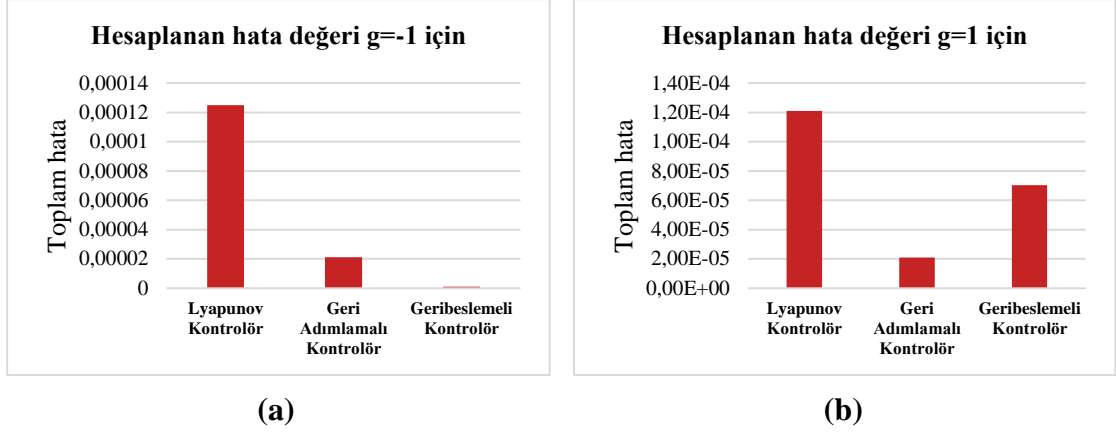


(a)



(b)

**Şekil 4.23.** Elektriksel kuplajlı HR nöronunun toplam hatalarının grafiksel gösterimi  $g=-1$  (a) ve  $g=1$  (b)



**Şekil 4.24.** Kimyasal kuplajlı HR nöronunun toplam hatalarının grafiksel gösterimi g=-1 (a) ve g=1 (b)

Bölüm 4.3.3.2’de bahsedildiği gibi, sinaptik kuplajlama ağırlıklarının negatif değerlerinde kimyasal olarak bağlı HR nöronlarının kontrolleri geri besleme yöntemi ile sağlanamaz. Bu nedenle g=-1 için hata değerleri Çizelge 4.2’ye kaydedilmemiştir ve Şekil 4.24a’da verilmemiştir. Öte yandan g=2 için genlik, faz ve toplam hatalar sırasıyla  $5.796 \times 10^{-6}$ ,  $2.5045 \times 10^{-4}$  ve  $1.2822 \times 10^{-4}$  olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.24a ve Şekil 4.24b’deki grafiklere göre hem g=-1 hem de g=1’de bu nöronlar için en başarılı kontrol yöntemi geri adımlamalı kontrol yöntemi olarak gözlemlenmiştir.

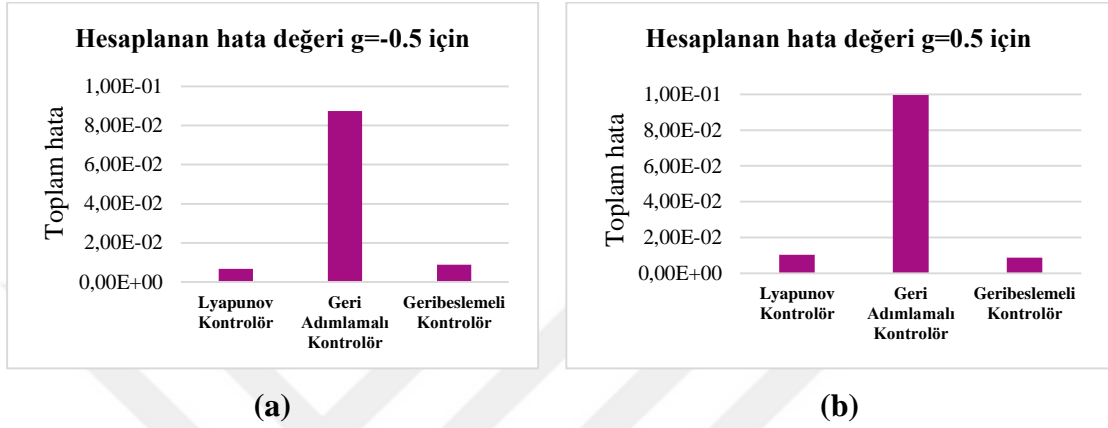
Elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronları arasındaki hata değerleri Çizelge 4.3’te kaydedilmiştir.

**Çizelge 4.3.** Kontrolsüz, Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

Elektriksel Kuplajlı FHN Nöronlar Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
g=-0.5	0.0319	8.98E-04	0.016398	1.29E-02	3.35E-04	6.62E-03	1.49E-01	0.0259	0.08735	1.74E-02	2.22E-04	8.81E-03
g=0.5	1.07E+00	6.15E-01	8.41E-01	2.04E-02	5.87E-04	1.05E-02	1.72E-01	2.75E-02	9.96E-02	1.75E-02	2.31E-04	8.87E-03

Çizelge 4.3’te verilen tabloda genlik, faz ve toplam hatalar için HR nöronuna benzer şekilde adımlar izlenerek hesaplanmıştır. Çizelge 4.3’te g=-0.5 ve g=0.5 değerleri için

verilen toplam hatalar ait grafikler sırasıyla Şekil 4.25a ve Şekil 4.25b'de verilmiştir. Bu grafiklere göre  $g=-0.5$ 'te elektriksel olarak kuplajlanan FHN nöronları için Lyapunov kontrol yöntemi ile minimum hata değeri elde edilirken,  $g=0.5$ 'te de FHN nöronları için yine Lyapunov kontrol yöntemi minimum hata elde edilen başarılı bir kontrol yöntemi olarak görülmüştür.



**Şekil 4.25.** Elektriksel kuplajlı FHN nöronun toplam hatalarının grafiksel gösterimi  $g=-0.5$  (a) ve  $g=0.5$  (b)

Elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronları arasındaki hata değerleri Çizelge 4.4'te verilirken, kimyasal olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronlarına ait hata değerleri Çizelge 4.5'e kaydedilmiştir. Çizelge 4.4'te  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  değerleri için hesaplanan toplam hatalar sırasıyla Şekil 4.26a ve Şekil 4.26b'de yer alan grafiklerle gösterilmektedir. Bu grafiklere göre  $g=-0.4$ 'te elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöronları için Lyapunov kontrol yöntemi ile minimum hata değeri elde edilirken, en başarılı kontrol yöntemi bu nöronlar için  $g=0.4$ 'te yine Lyapunov kontrol yöntemi olarak görülmüştür.

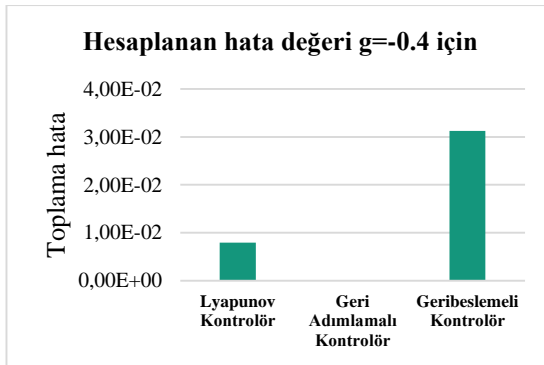
Geri adımlamalı kontrol yöntemi tekrarlı bir prosedüre sahiptir ve kontrol yönteminin uygulanması için minimum üç denkleme ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat Izhikevich nöron modeli iki adet diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Bu nedenle, Izhikevich nöron modelinde, nöronların kontrolleri geri adımlamalı kontrol yöntemi ile sağlanamaz. Bundan dolayı çizelge ve grafiklerde Izhikevich nöron modelinin kontrolünde geri adımlamalı kontrol modeline ait veriler yer almamaktadır.

**Çizelge 4.4.** Kontrolsüz, Lyapunov ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

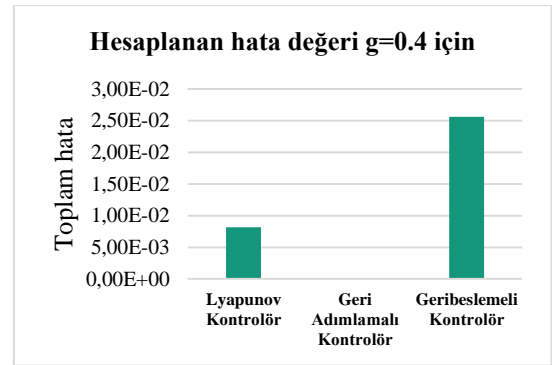
Elektriksel Kuplajlı Izhikevich Nöronları Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
$g=-0.4$	1.973	0.7416	1.3573	1.59E-02	3.19E-05	7.97E-03	*	*	*	6.20E-02	5.06E-04	3.125E-02
$g=0.4$	7.30E-03	7.11E-06	3.65E-03	1.60E-02	3.25E-05	8.162E-03	*	*	*	5.08E-02	4.69E-04	2.56E-02

**Çizelge 4.5.** Kontrolsüz, Lyapunov ve geribeslemeli kontrol yöntemleri için kimyasal olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

Kimyasal Kuplajlı Orijinal Izhikevich Nöronları Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
$g=-1.5$	5.89E-02	1.87E-04	2.954E-02	1.19E-02	2.68E-05	1.19E-02	*	*	*	*	*	*
$g=1.5$	5.23E+00	1.09E-01	2.67E+00	1.30E-02	2.98E-05	1.30E-02	*	*	*	*	*	*



(a)



(b)

**Şekil 4.26.** Elektriksel kuplajlı orijinal Izhikevich nöronun toplam hatalarının grafiksel gösterimi  $g=-0.4$  (a) ve  $g=0.4$  (b)

Çizelge 4.6’da elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronları arasındaki hata değerleri verilmiştir. Burada kontrolsüz sistem ve Lyapunov kontrollü sistem arasındaki hata değerleri verilmiştir.

**Çizelge 4.6.** Kontrolsüz ve Lyapunov kontrol yöntemi için elektriksel olarak kuplajlanan Modifiye Izhikevich nöronları arasındaki genlik, faz ve toplam hatalar

Elektriksel Kuplajlı Modifiye Izhikevich Nöronları Arasındaki Hata Değerleri												
Sinaptik Kuplaj Ağırlığı	Kontrolsüz Sistem			Lyapunov Kontrol Metodu Uygulanan			Geri Adımlamalı Kontrol Metodu Uygulanan			Geribeslemeli Kontrol Metodu Uygulanan		
	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata	Genlik Hatası	Faz Hatası	Toplam Hata
$g=-0.4$	2.9638	0.6925	1.82815	1.30E-02	3.55E-05	6.518E-03	*	*	*	*	*	*
$g=0.4$	9.81E-02	9.34E-04	4.95E02	1.63E-02	3.92E-05	8.170E-03	*	*	*	*	*	*

Orijinal Izhikevich modelinde olduğu gibi kontrol yönteminin uygulanmadığı durumda  $g=0.4$  değeri sistem senkron olduğu için hata değerleri senkron olmayan duruma kıyasla çok küçük olmaktadır. Lyapunov kontrol yöntemi uygulandığı durumda ise sistem kuplajlama ağırlığından bağımsız şekilde senkron davranış sergilediği için hata değerleri yaklaşık sıfıra eşittir.

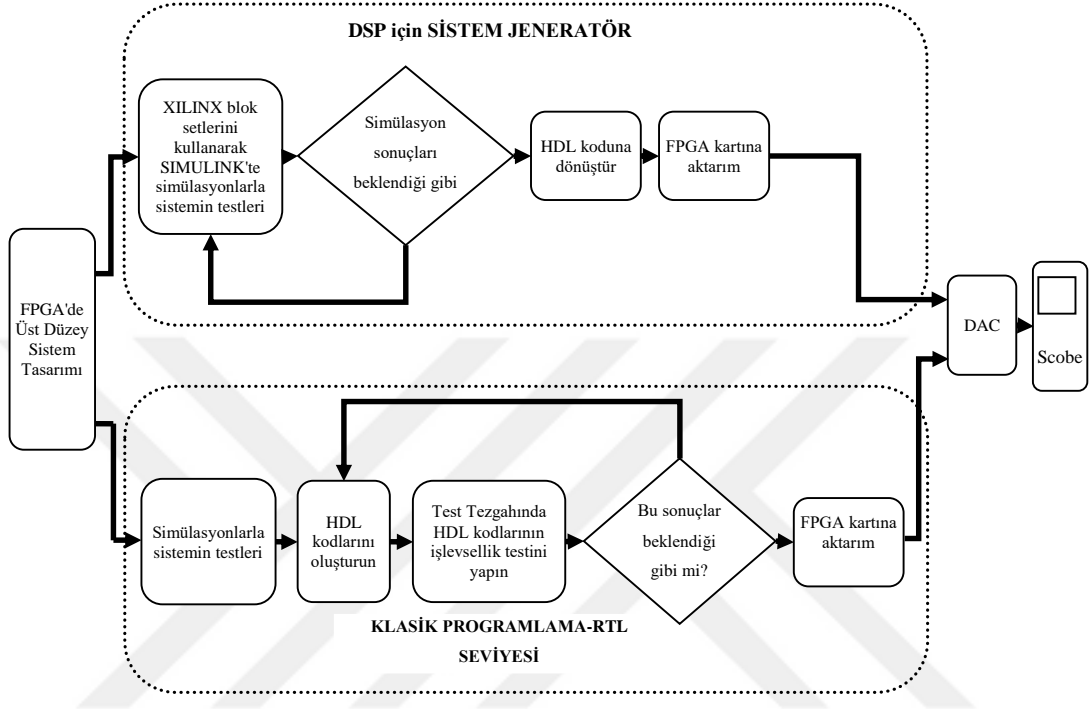
## BÖLÜM V

### FHN, ORİJİNAL ve MODİFİYE IZHİKEVİCH NÖRONLARININ DONANIM UYGULAMALARI

Bazı özel uygulamalar dışında, canlı vücudundaki bir nöronun bireysel sinyallerini ölçmenin zorluğundan ötürü, gerçek nöronların dinamik davranışlarını fiziksel olarak taklit etmek önemlidir. Bu nedenle nöronların dinamik davranışlarını gözleme imkanı veren alternatif mekanizmalar son yıllarda yapılan çalışmalarda popüler hale gelmiştir. Buna ek olarak farklı tasarım teknikleri kullanılarak nöron modelleri literatürde çeşitli elektronik ekipmanlarla gerçekleştirilmektedir (Korkmaz vd., 2016a). Bu uygulama çalışmaları dikkate alındığında iki önemli sonuca varılmaktadır. Birincisi, kullanılan ekipman hassas parametre ayarlamasına izin vermeli ve taklit edilen nöron modeli az eleman kullanılarak hayata geçirilmelidir. Ayrıca uygulanan sistemin doğruluğundan ödün vermeden cihaz kullanım maliyetinin düşürülmesi, nöromorfolojik mühendislik çalışmalarında büyük önem taşımaktadır. Analog ve dijital programlanabilir cihazlar alternatif yapılar olarak bu kriterleri karşıladığından, nöron modellerinin bu cihazlarla donanım uygulamalarına yönelik çalışmalara doğru bir eğilim oluşmaktadır (Dahasert vd., 2012b; Korkmaz vd., 2016a; Korkmaz vd., 2016b; Sekerli ve Butera 2005).

Bu bölümde, Lyapunov kontrolör yapısı dâhil edilerek senkronlaştırılan FHN nöronunun, orijinal Izhikevich nöronunun ve modifiye Izhikevich nöronunun FPGA tabanlı donanım uygulaması sunulmaktadır. Böylece sistemin gerçek zamanlı bir yapı haline dönüştürülmesi ve elde edilen sonuçların donanım doğrulaması ile desteklenmesi gösterilmektedir. FPGA cihazı programlanabilirlik ve yeniden yapılandırılabilirlik, esnek tasarım, gerçek zamanlı modifikasyon, yazılım araçları ile kontrol edilebilme gibi özelliklerinden dolayı sıklıkla tercih edilmektedir (Dahasert vd., 2012b; Korkmaz vd., 2016a; Korkmaz vd., 2016b; Soleimani vd., 2012). Literatürde Euler, Runge Kutta, Adams–Bashforth ve Adams–Moulton gibi birçok ayrıklaştırma yöntemi olmasına rağmen (Guillén-Fernández vd., 2021), bu tez çalışmasında kullanılan donanımdaki kaynak tüketimini sınırlamak için Euler yöntemi kullanılmıştır. Ayrıklaştırma sabiti  $\Delta h=0.5$  olarak seçilmiştir, aritmetik işlemlerde 32 bit sabit nokta aritmetiği (Q 32.18) kullanılmıştır ve FPGA platformu XILINX™ firmasının Spartan 3AN'ıdır. FPGA kartlarını programlamak için iki alternatif donanım tasarım yöntemi mevcuttur: (i) RTL

seviyesi (kayıt aktarım seviyesi), (ii) DSP için Sistem Üreticisi ( $SG_{DSP}$ ). Bir tasarımcı, RTL tabanlı tasarımlarda sayısal simülasyon süreci, HDL kodlama ve test bench oluşturma konusunda bilgi sahibiyken,  $SG_{DSP}$  tabanlı tasarımlarda XILINX™ blok setleri kullanılarak SIMULINK™ ile bir model simüle edilebilir ve HDL kodları oluşturulabilir.

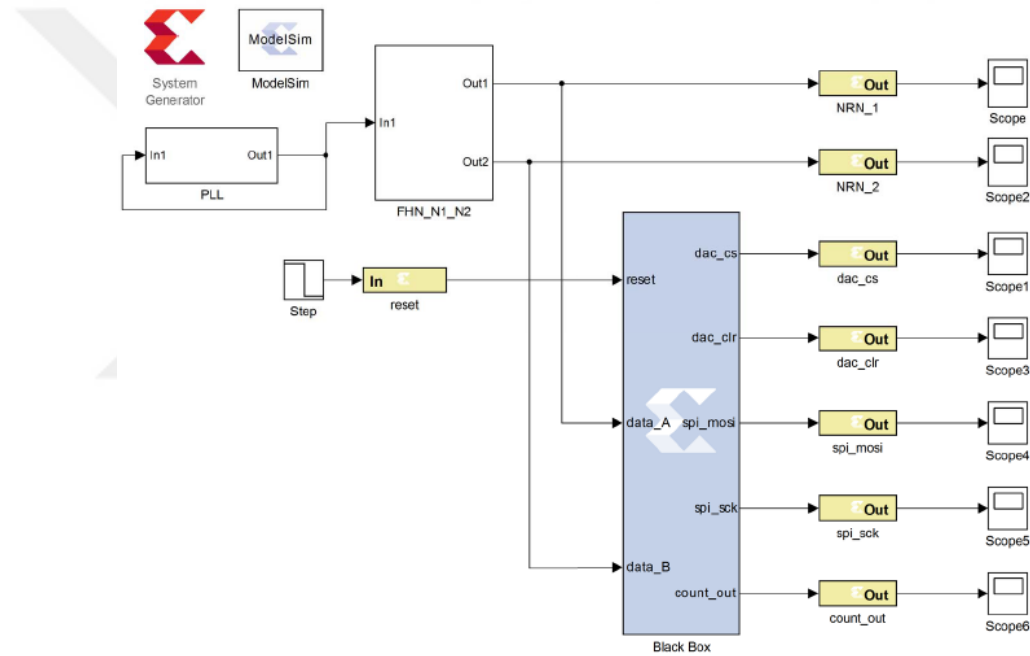


**Şekil 5.1.** FPGA tabanlı uygulama süreci için şematik bir blok diyagram

Burada da gerçekleştirmelerde XILINX™ firması tarafından geliştirilen ve MATLAB-SIMULINK™ programına adapte edilerek programlar arasında dönüşüme imkân sağlayan ‘System Generator for DSP-( $SG_{DSP}$ )’ alt programı kullanılmıştır. Bu doğrultuda ilk olarak kuplajlı FHNi orijinal İzhikevich, modifiye İzhikevich nöron modellerine herhangi bir kontrol yöntemi uygulanmadan ve sonrasında Lyapunov kontrol yönteminin uygulandığı kuplajlı FHN, orijinal ve modifiye İzhikevich nöron modellerine ait FPGA uygulamaları verilmiştir. Sonrasında, orijinal ve modifiye İzhikevich nöron modellerinin donanım maliyetleri ve uygulamaları hakkında kapsamlı bir karşılaştırma sunulmuştur. Orijinal ve modifiye İzhikevich nöronlarının kaotik davranışı, modifiye versiyonu, senkronizasyon uygulamaları ve senkronizasyon durumlarının kontrolü Bölüm 4’te ele alınmıştır. Tüm bu yapılar da FPGA tabanlı gerçekleştirmeler ile ilk kez taklit edilmiştir. Buradaki amaç, İzhikevich nöron modelinin elektronik gerçekleştirme uygulamalarına uygunluğunu ve pratikliğini göstermektir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak orijinal ve

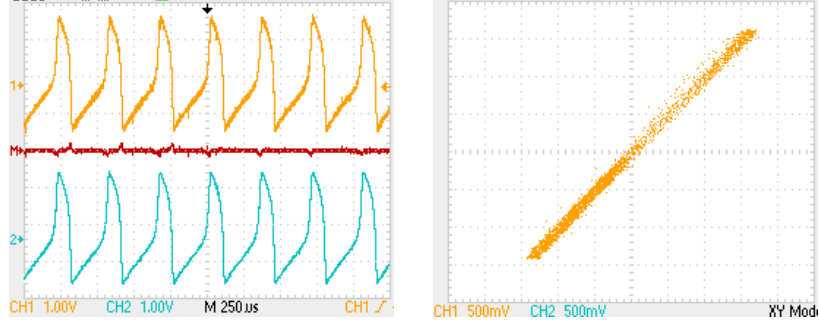
modifiye Izhikevich nöron modellerinin kaotik davranışları, daha sonra kuplajlanan iki orijinal ve kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöronunun dinamik davranışları ve bu nöron modellerinin Lyapunov kontrol yöntemi ile senkron hale getirilmiş yapılarının ayrı ayrı FPGA cihazı ile gerçekleştirilmeleri verilmiştir. Bu sayede Izhikevich nöron modelinin elektronik gerçekleştirme uygulamaları açısından eksiklikleri giderilmiştir. Ayrıca orijinal ve modifiye Izhikevich nöronlarının FPGA tabanlı uygulamalarda eleman kullanımları kapsamlı olarak karşılaştırılmıştır.

FHN nöron modeline ait  $SG_{DSP}$  programı ile gerçekleştirimi yapılan yapıya ait bir gösterim Şekil 5.2’de sunulmaktadır.

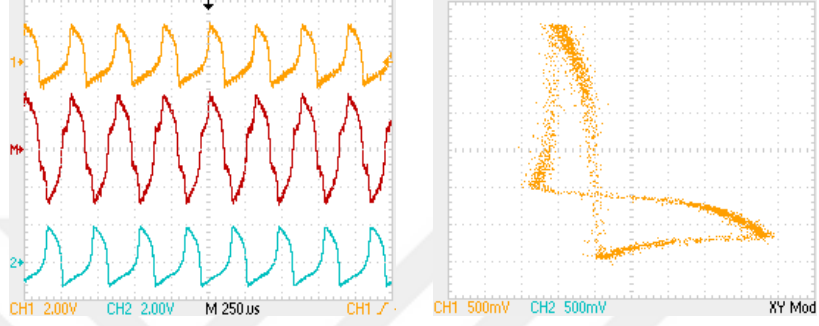


**Şekil 5.2.** Kuplajlı FHN nöronlarının FPGA tabanlı uygulamaları için  $SG_{DSP}$  programı ile tasarımı

Sisteme herhangi bir kontrolör dâhil edilmeden kuplajlanan iki FHN nöronunun FPGA donanımına gömülerek 'g' parametresinin etkisinin gözlemlendiği gerçekleştirme çalışmalarına ait sonuçlar Şekil 5.3'te verilmektedir. Burada, Şekil 5.3a'da  $g=-0.5$  değeri için iki nöron senkron ateşlenirken, Şekil 5.3b'de  $g=0.5$  değerinde asenkron ateşlenmektedir. Bu sonuçlar, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te elde edilen nümerik simülasyon sonuçları ile birebir uyumludur.



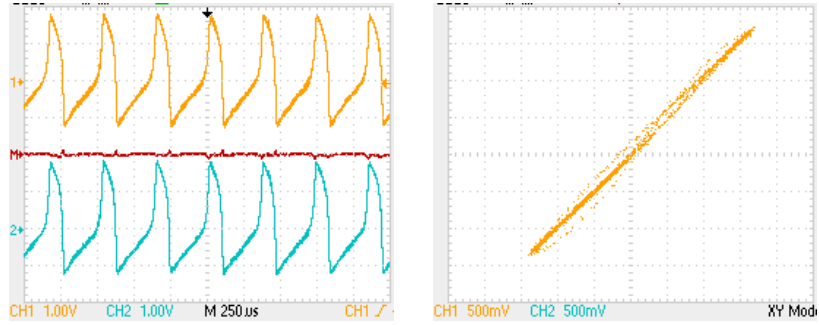
(a)



(b)

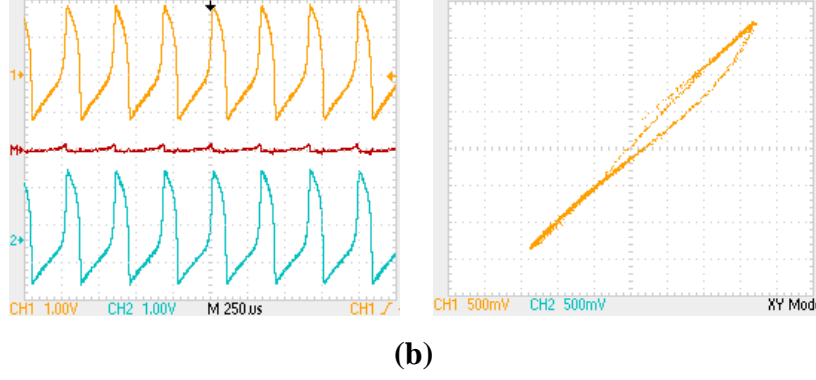
**Şekil 5.3.** Kuplajlı iki FHN nöronu için, herhangi bir kontrolörün kullanılmadığı durumda FPGA elemanı ile gerçekleştirme sonuçları.  $g=-0.5$  (a) ve  $g=0.5$  (b) değerleri için nöron dinamikleri, hata değerleri ve faz portresi gösterimleri

FHN nöron modeline Lyapunov kontrolörü ‘u’ nun dâhil edildiği duruma ait FPGA tabanlı gerçekleştirme çalışmasına ait sonuçlar ise Şekil 5.4’te sunulmaktadır.



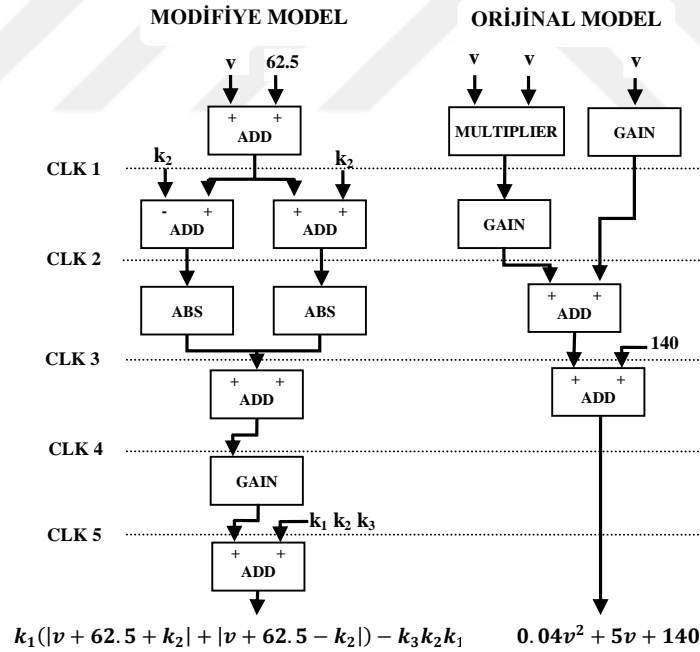
(a)

**Şekil 5.4.** Kuplajlı iki FHN nöronuna Lyapunov kontrolörü uygulandığı durumda FPGA elemanı ile gerçekleştirme sonuçları.  $g=-0.5$  (a) ve  $g=0.5$  (b) değerleri için nöron dinamikleri, hata değerleri ve faz portresi gösterimleri



**Şekil 5.4. (Devam)** Kuplajlı iki FHN nöronuna Lyapunov kontrolörü uygulandığı durumda FPGA elemanı ile gerçekleştirme sonuçları.  $g=-0.5$  (a) ve  $g=0.5$  (b) değerleri için nöron dinamikleri, hata değerleri ve faz portresi gösterimleri

Şekil 5.4'ten de görüldüğü gibi donanımsal olarak taklit edilen kontrolör yapısının kuplajlı nöronlara dahil edildiği yapıda; iki nöron  $g=-0.5$  ve  $g=0.5$  değerlerinin her ikisi için de senkron ateşlenmektedir. Burada elde edilen sonuçlar ise Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'daki sonuçları desteklemektedir.

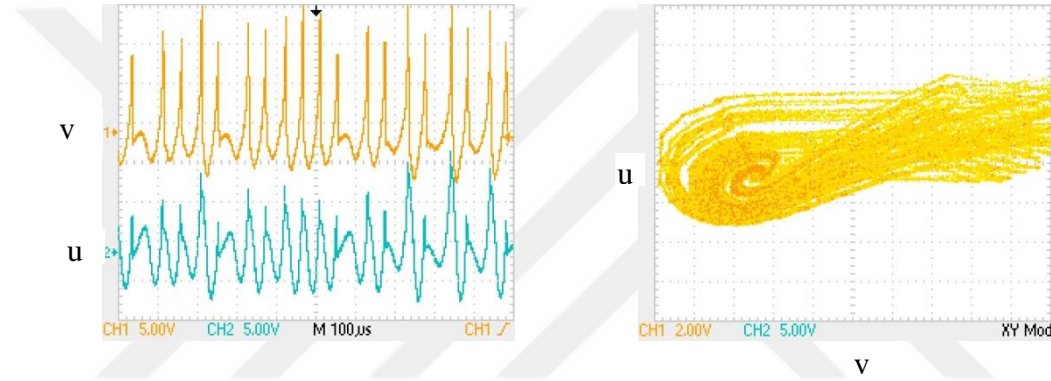


**Şekil 5.5.** Modifiye edilmiş ve orijinal Izhikevich nöron modellerinin FPGA cihazında gerçekleştirimi için paralel işlem prosedürü.

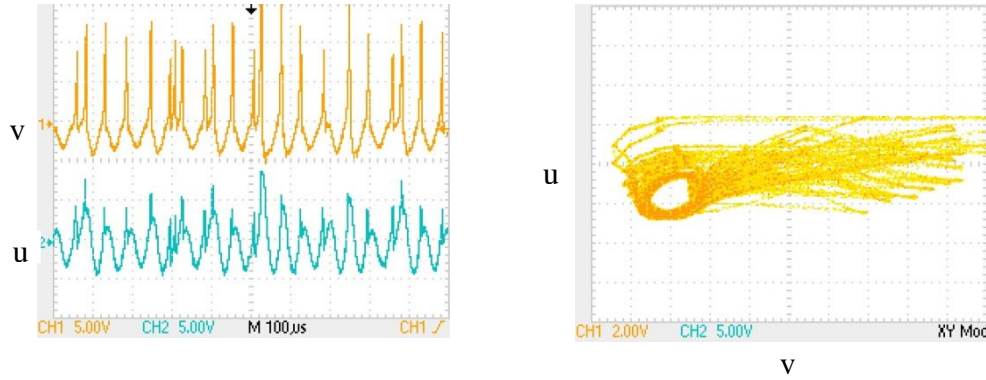
Şekil 5.5'te orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modeline ait FPGA donanımındaki paralel işlem prosedürü verilmektedir. Bu modifikasyon işleminin nedeni, orijinal

modelin çarpın tüketimi açısından sayısal uygulama zorluklarını aşmaktır. Orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modelleri burada FPGA cihazı ile gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamalarda, çarpıcı kullanımı ile paralel işleme prosedürü (Pano-Azucena vd., 2020) arasında Şekil 5.5'te görüldüğü gibi bir feragat vardır. Bu şekle göre, modifiye edilmiş modelin işlem adımlarının sayısı orijinalinden iki fazladır. Ancak modifiye edilen modelde çarpıcı kullanımı yoktur.

Orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modellerin FPGA tabanlı uygulama sonuçları sırasıyla Şekil 5.6 ve Şekil 5.7'de verilmektedir. Bu şekillerden görüldüğü gibi, uygulama sonuçları Şekil 2.8 ve Şekil 2.11'deki sayısal simülasyon sonuçları ile uyumludur.



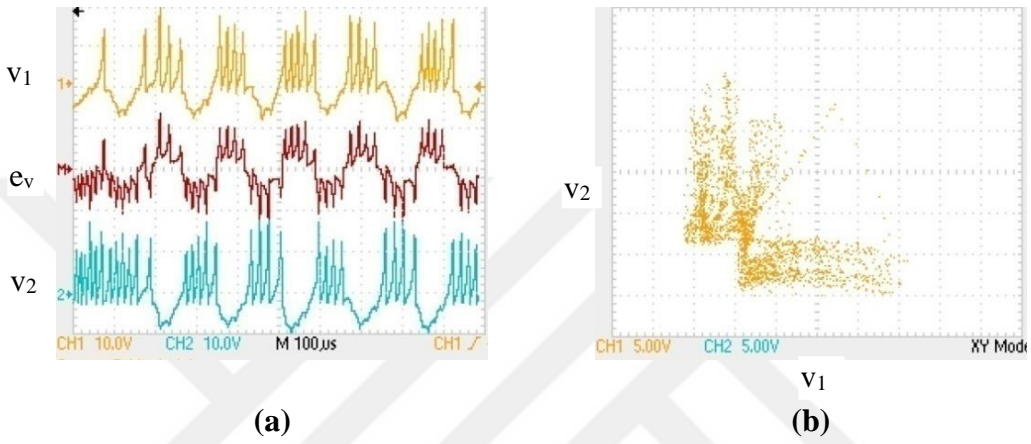
**Şekil 5.6.** Orijinal Izhikevich nöron modelinin FPGA tabanlı uygulama sonuçları: kaotik davranışı için zaman alanı ve faz portre çizimleri



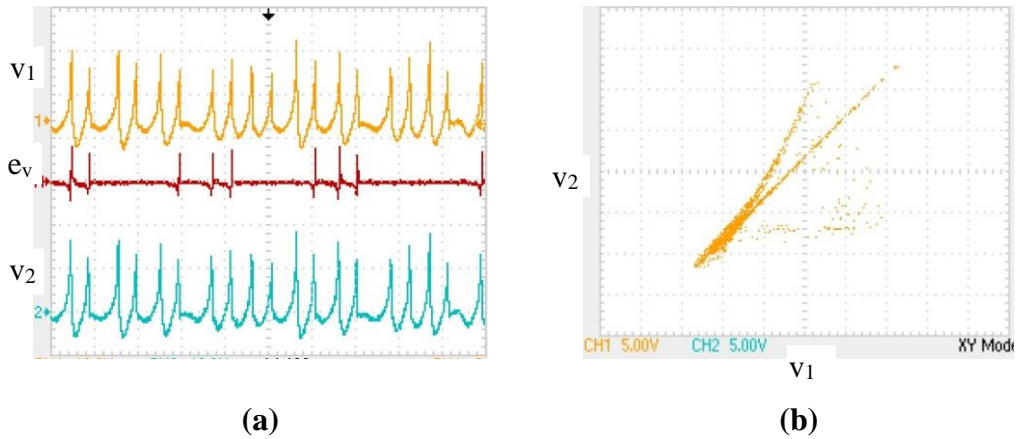
**Şekil 5.7.** Modifiye Izhikevich nöron modelinin FPGA tabanlı uygulama sonuçları: kaotik davranışı için zaman alanı ve faz portre çizimleri

İki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronu FPGA cihazı ile gerçekleştirme sonuçları da Şekil 5.8 ve Şekil 5.9'da verilmektedir. İlk olarak, bu kuplajlı sistemin sinaptik eşleme ağırlığı  $g=-0.4$  olarak ayarlanmıştır ve kuplajlanan

nöronların eş zamansız ateşlemeleri Şekil 5.8'deki gibi gözlemlenmektedir. Daha sonra bu kuplajlanan sistemin sinaptik eşleme ağırlığı  $g=0.4$  değerine ayarlanmıştır ve iki elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöronunun eş zamanlı davranışları elektronik olarak elde edilmiştir. Elde edilen senkronizasyon sonuçları Şekil 5.9'da görülmektedir. Bu deneysel doğrulama çalışmaları, kuplajlanan modifiye iki Izhikevich nöronu için tekrarlanmıştır. Bu modifiye edilmiş ağ da aynı tasarım prosedürü izlenerek FPGA cihazı ile gerçekleştirilmiştir.



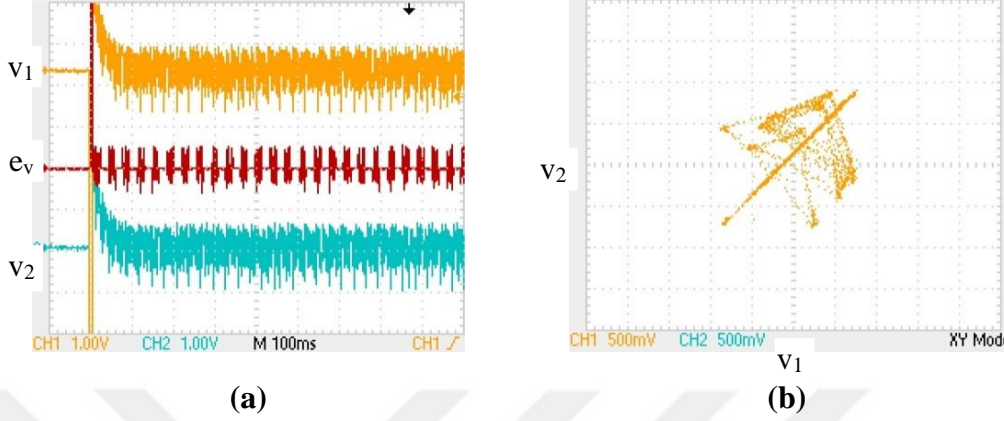
**Şekil 5.8.** İki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' (a) ve  $g=0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)



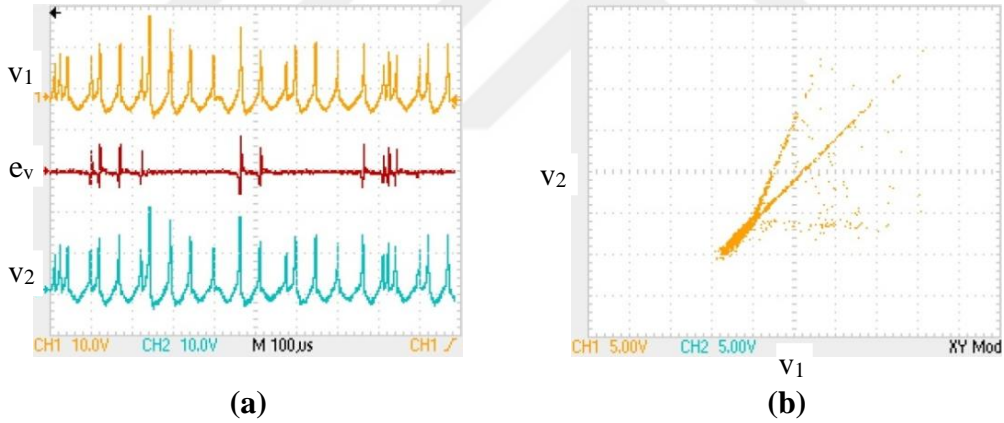
**Şekil 5.9.** İki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali ' $e_v$ ' (a) ve  $g=0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)

İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronu sinaptik kuplajlama ağırlığı  $g=-0.4$  olarak ayarlandığında asenkron davranışlar sergilerken, sinaptik kuplajlama

ağırlığı  $g=0.4$ 'e ayarlandıktan sonra, bu elektriksel olarak bağlı modifiye edilmiş nöronlar aynı anda ateşlenmektedir. Bu sistemin FPGA ile gerçekleştirme sonuçları sırasıyla Şekil 5.10 ve Şekil 5.11de verilmektedir.



**Şekil 5.10.** İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: a) zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'ev' (a) ve  $g=-0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)

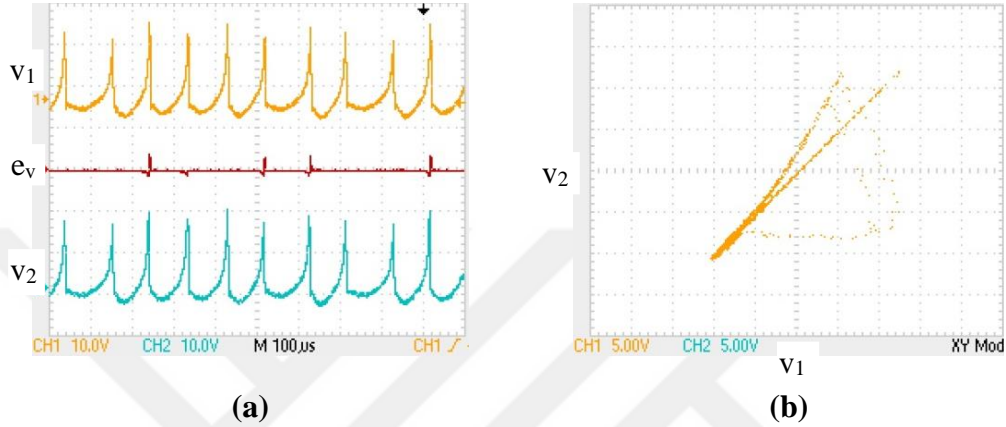


**Şekil 5.11.** İki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: a) zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'ev' (a) ve  $g=0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)

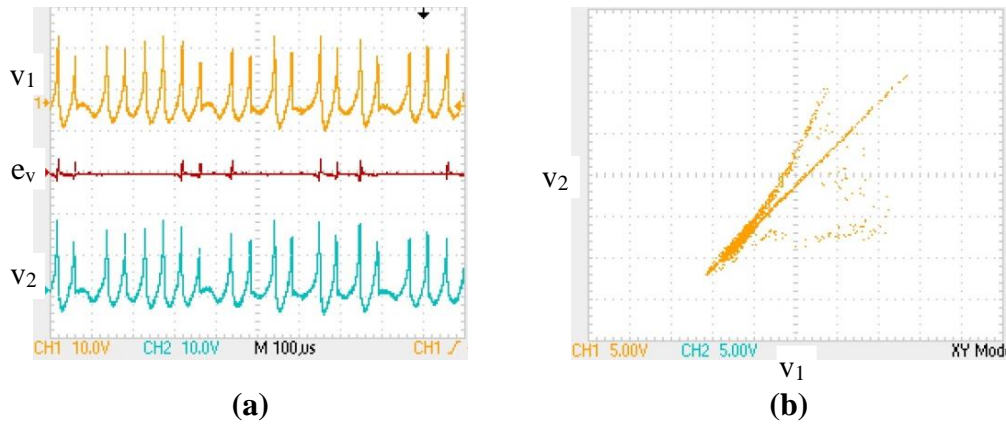
Yukarıdaki şekillerden görüldüğü gibi, hem elektriksel olarak kuplajlanan iki orijinal Izhikevich nöronu hem de elektriksel olarak kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöronu FPGA cihazı ile başarılı bir şekilde verilmiştir. Sonuçlar Bölüm 4'teki sayısal simülasyon sonuçları ile uyumludur.

Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki orijinal Izhikevich nöronuna ait FPGA cihazı ile gerçekleştirme sonuçları Şekil 5.12 ve Şekil 5.13'te

verilmektedir. Lyapunov kontrolörünün eklendiği iki kuplajlı Izhikevich nöronunun senkronizasyon sonuçları  $g=-0.4$  değeri için Şekil 5.12’de gösterilirken,  $g=0.4$  değeri için Şekil 5.13’te gösterilmektedir. Deneysel gerçekleştirme sonuçları, Lyapunov kontrolörünün eklendiği elektriksel olarak kuplajlanan iki Izhikevich nöronunun, basit nöral topluluklardaki eş zamanlı ateşlemelerin parametre değişikliğinden etkilenmediğini doğrulamaktadır.



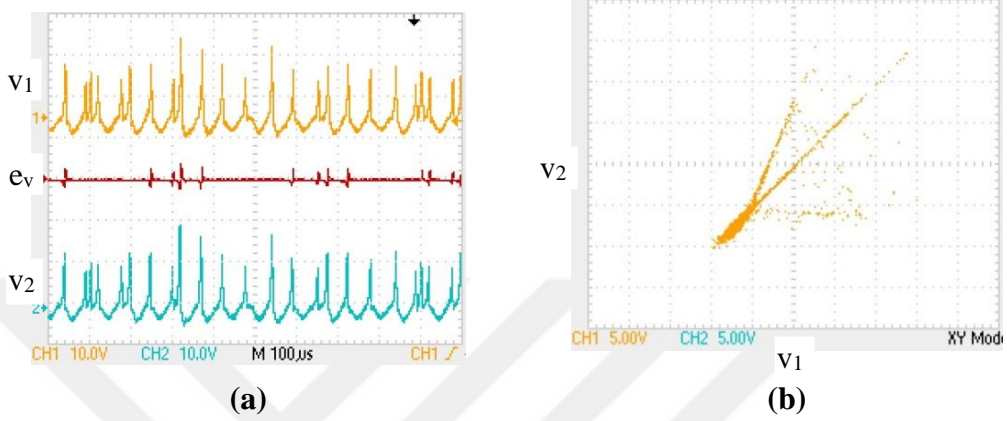
**Şekil 5.12.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e<sub>v</sub>' (a) ve  $g=-0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)



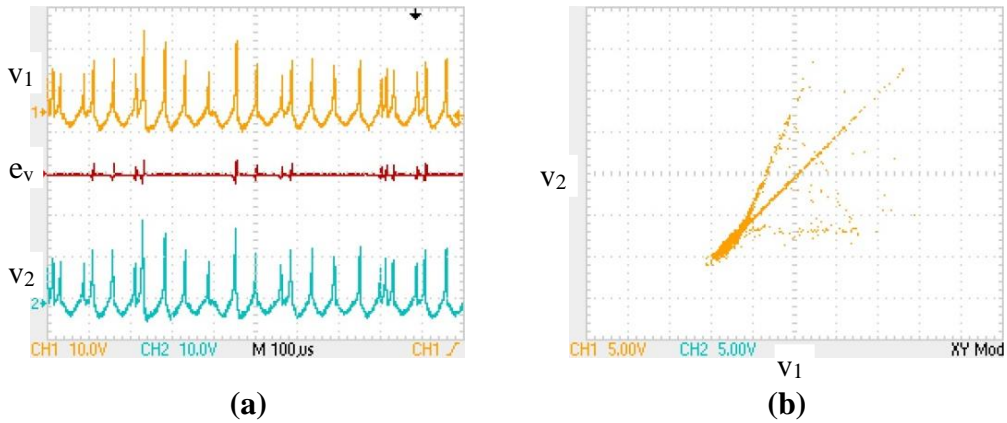
**Şekil 5.13.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan orijinal Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'e<sub>v</sub>'(a) ve  $g=0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)

Elektriksel olarak kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöronuna ait Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen yapıya ait FPGA cihazı ile gerçekleştirme sonuçları  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  için

sırasıyla Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'te verilmektedir. Deneysel gerçekleştirme sonuçları, Lyapunov kontrolörünün eklendiği elektriksel olarak kuplajlanan iki modifiye Izhikevich nöronuna ait sonuçların, tezin önceki bölümlerinde, kontrol yöntemi uygulanan diğer nöronlara benzer şekilde parametre değişikliğinden etkilenmeden eş zamanlı ateşlendiğini doğrulamaktadır.



**Şekil 5.14.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'ev' (a) ve  $g=-0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)



**Şekil 5.15.** Lyapunov yöntemiyle kontrol edilen iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye Izhikevich nöronunun deneysel gerçekleştirme sonuçları: zaman alanı ve zar potansiyellerinin fark sinyali 'ev' (a) ve  $g=0.4$  için bu elektriksel olarak eşleşmiş nöronların faz portre çizimleri (b)

Tezin bu bölümünde orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modelleri farklı bir bakış açısıyla ele alınmıştır. Orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modellerinin kaotik davranışı, kuplajlanmış versiyonu, senkronizasyon uygulamaları ve

senkronizasyon durumlarının kontrolü kapsamlı bir şekilde değerlendirilmiş ve tüm bu yapılar FPGA cihazı ile gerçekleştirilmiştir. FPGA cihazındaki eleman kullanımları ise Çizelge 5.1'de rapor edilmiştir. Bu tablodan da görüldüğü gibi, modifiye edilen modelde 'Occupied Slices', '4 girişli LUT' ve kullanılan çarpan sayıları önemli derecede azalmıştır. Modifiye edilmiş Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışı da Şekil 5.7'de gösterildiği üzere başarılı bir şekilde elde edilmiştir. Dolayısıyla modifiye Izhikevich nöron modeli ile hem kullanılan cihaz sayısı azaltılmış hem de istenilen desen elde edilmiştir.

**Çizelge 5.1.** Orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modellerinin FPGA tabanlı gerçeklemlerde eleman kullanım miktarları.

	Occupied Slices Sayısı	4 girişli LUTs Toplam Sayısı	MULT18X18SIOs Sayısı	Maksimum Gecikme (ns)	Güç Tüketimi (mW)
<b>Orijinal Izhikevich Nöron Modeli</b>	612/5888 (10%)	1132/11776 (9%)	6/20 (30%)	1.1120	45.46
<b>Modifiye Izhikevich Nöron Modeli</b>	442/5888 (7%)	803/11776 (6%)	0/20 (0%)	1.0610	39.39

Orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöron modellerinin FPGA tabanlı gerçeklemleri ile kuplajlanan versiyonlarının dinamik davranışları incelenmiştir. Bu basit ağların sinaptik kuplajlama ağırlıkları iki farklı değere ayarlanmıştır:  $g=-0.4$  (eş zamansız davranışlar) ve  $g=0.4$  (eş zamanlı davranışlar). Orijinal ve modifiye Izhikevich nöronları kullanılarak oluşturulan bu basit sinir ağı yapıları FPGA cihazı ile başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiş ve sonuçları paylaşılmıştır. Burada, bu uygulamaların her birinin eleman kullanım miktarları Çizelge 5.2'de verilmiştir.

**Çizelge 5.2.** FPGA tabanlı gerçeklemlerde iki orijinal ve iki modifiye edilmiş kuplajlı Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları.

	Occupied Slices Sayısı	4 girişli LUTs Sayısı	MULT18X18SIO Sayısı	Maksimum Zaman Gecikmesi (ns)	Güç Tüketimi (mW)
<b>İki Elektriksel Kuplajlı Orijinal Izhikevich Nöronu ( <math>g=-0.4</math> )</b>	1410/5888 (23%)	2623/11776 (22%)	12/20 (60%)	1.1080	50.14

**Çizelge 5.2. (Devam)** FPGA tabanlı gerçekleştirmelerde iki orijinal ve iki modifiye edilmiş kuplajlı Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları.

	Occupied Slices Sayısı	4 girişli LUTs Sayısı	MULT18X18SIO Sayısı	Maksimum Zaman Gecikmesi (ns)	Güç Tüketimi (mW)
<b>İki Elektriksel Kuplajlı Orijinal Izhikevich Nöronu ( <math>g=-0.4</math> )</b>	1355/5888 (23%)	2573/11776 (21%)	12/20 (60%)	1.1100	50.54
<b>İki Elektriksel Kuplajlı Modifiye Izhikevich Nöronu ( <math>g=-0.4</math> )</b>	950/5888 (16%)	1825/11776 (15%)	0/20 (0%)	1.0620	43.06
<b>İki Elektriksel Kuplajlı Modifiye Izhikevich Nöronu ( <math>g=0.4</math> )</b>	948/5888 (16%)	1791/11776 (15%)	0/20 (0%)	1.0600	42.73

Çizelge 5.2'ye göre, iki elektriksel olarak eşleştirilmiş modifiye Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları orijinalinden daha düşüktür. Böylece modifiye edilmiş model kullanılarak sağlanan eleman tüketiminin azaltılması gösterilmiştir.

Izhikevich nöronları için ayrı ayrı iki farklı Lyapunov denetleyici tanımı Bölüm 4'te türetilmiştir, bu nedenle bu kuplajlanan nöronların nöral dinamikleri, parametre değişikliklerinden bağımsız olarak eş zamanlı olarak ateşlenmiştir. Bu türetilmiş kontrolörler FPGA cihazında oluşturulduğunda, ek eleman kullanımına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle eleman kullanım sorununun azaltılması bu uygulamalar için daha önemli bir anlam taşımaktadır. Lyapunov yöntemi ile kontrol edilen elektriksel olarak kuplajlanan iki orijinal Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları  $g=-0.4$  ve  $g=0.4$  değerleri için Çizelge 5.3'te verilmektedir. Benzer şekilde, bu kullanım miktarları iki elektriksel olarak kuplajlanan modifiye İzhikevich nöron modeli için de belirlenmiştir. Lyapunov yöntemi ile kontrol edilen İzhikevich nöronları Çizelge 5.3'te verilmiştir. Çizelge 5.3'te, orijinal model tabanlı yapılarda işgal edilen dilim sayısı %30'dan modifiye model tabanlı yapılarda %20'ye düşürülürken; "4 girişli LUT" miktarı

yaklaşık olarak %28-29'dan %19-20'ye düşmüştür. En önemli düşüş, önceki uygulamalara benzer şekilde çarpıcı kullanımlarında görülmektedir.

**Çizelge 5.3.** FPGA tabanlı gerçekleştirmelerde Lyapunov yöntemi ile kontrol edilen iki orijinal ve iki modifiye edilmiş kuplajlanan Izhikevich nöronunun eleman kullanım miktarları.

	Occupied Slices Sayısı	4 girişli LUTs 'un toplam sayısı	MULT18 X18SIOs Sayısı	Maksimum gecikme (ns)	Güç Tüketimi (mW)
<b>Lyapunov Kontrol Yöntemi ile Kontrol Edilen İki Elektrik Bağlantılı Orijinal Izhikevich Nöronları ( g=-0.4)</b>	1824/5888 (30%)	3443/11776 (29%)	16/20 (80%)	1.0670	51.46
<b>Lyapunov Kontrol Yöntemi ile Kontrol Edilen İki Elektrik Bağlantılı Orijinal Izhikevich Nöronları ( g=0.4)</b>	1793/5888 (30%)	3393/11776 (28%)	16/20 (80%)	1.0800	52.41
<b>Lyapunov Kontrol Yöntemi ile Kontrol Edilen İki Elektrik Bağlantılı Modifiye Izhikevich Nöronları ( g=-0.4)</b>	1242/5888 (21%)	2386/11776 (20%)	0/20 (0%)	1.0480	42.39
<b>Lyapunov Kontrol Yöntemi ile Kontrol Edilen İki Elektrik Bağlantılı Modifiye Izhikevich Nöronları ( g=0.4)</b>	1226/5888 (20%)	2352/11776 (19%)	0/20 (0%)	1.0710	41.93

Bu gerçekleştirilmeler sayesinde öncelikle İzhikevich nöron modelinin elektronik gerçekleştirme uygulamaları için uygunluğu ve pratikliği gösterilmiştir. Daha sonra orijinal ve modifiye edilmiş Izhikevich nöronlarının FPGA uygulamalarında eleman kullanımları kapsamlı bir şekilde karşılaştırılmıştır. Bu tablolardan da görüldüğü gibi, modifiye edilmiş yapılarda eleman kullanım miktarları ve güç tüketimleri oldukça azalmıştır. Ayrıca orijinal model bazlı uygulamalar yerine modifiye edilmiş model bazlı

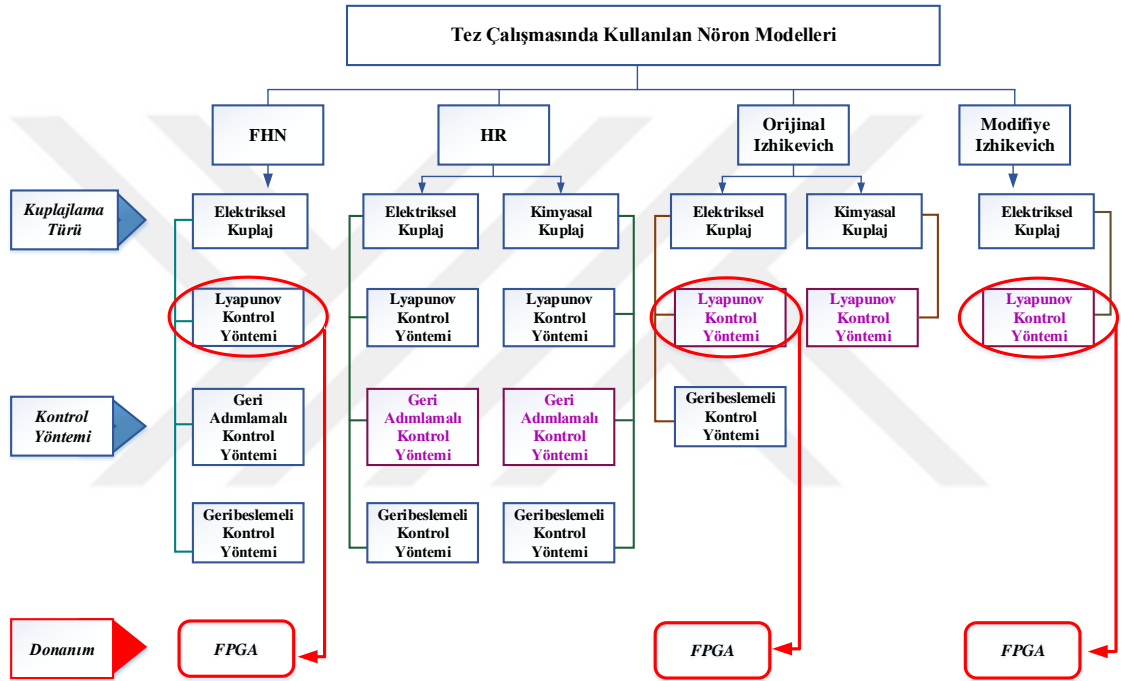
tasarımlar etkin bir şekilde kullanılmış ve uygulanan sistemin doğruluğundan taviz verilmemiştir.



## BÖLÜM VI

### SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında Şekil 6.1’ de görülen FHN, HR, orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modelleri kullanılarak modellenen ve çift yönlü hem elektriksel hem de kimyasal kuplajlama tipleri ile kuplajlanan iki nöron arasındaki senkronizasyon durumları incelenmiştir.



Şekil 6.1. Tez kapsamında yapılan çalışmaları özetleyen bir gösterim

Modifiye edilen Izhikevich nöron modelin, model parametreleri kaotik davranışı sergilemek için GA tarafından belirlenmiş ve Lyapunov üstelleri hesaplanarak performansları kontrol edilmiştir. Çalışmanın devamında, her bir nöron modeli için, kuplajlama ağırlığının iki nöronun dinamik davranışlarına etkisi standart sapma yöntemi kullanılarak gözlemlenmiştir. Tez çalışması kapsamında, ilk olarak, sinaptik kuplaj ağırlığı değişikliğinin senkron ateşleme üzerindeki etkileri, elektriksel ve kimyasal kuplaj tipleri için herhangi bir kontrol yöntemi kullanılmadan ayrı ayrı ele alınmıştır. Lyapunov, geri adımlamalı ve geribeslemeli kontrol yöntemleri FHN, HR, orijinal ve modifiye Izhikevich nöronlarına uyarlanmıştır. Buradaki amaç, senkronizasyon hatasını sıfıra yaklaştıracak şekilde uyarlanabilir bir çıktı geri bildirim tasarlamaktır. Ayrıca kimyasal

olarak bağı HR nöronlarının senkronizasyon kontrolü ile ilgili sınırlı sayıda çalışmaya önemli bir katkı sağlanmıştır ve geri adımlamalı kontrol yöntemi HR nöron modeline ilk defa uygulanmıştır. Benzer şekilde Lyapunov kontrol yöntemi de orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modeline ilk defa uygulanmıştır. Sonrasında her bir nöron modeli için kontrolörlerin kuplajlı iki nöron ile oluşturulan sisteme dâhil edildiği yapı için standart sapma sonuçları incelenmiştir. Bu sonuçlardan kontrolör yapısının kullanıldığı sistemde nöron dinamiklerinin kuplajlama ağırlığından bağımsız senkron ateşlendiği gözlemlenmiştir. Kontrolör yapıları dahil edilen kuplajlı nöronların membran potansiyelleri arasındaki genlik ve faz farklılıkları, alternatif bir hata fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır. Böylece senkronizasyon kontrol yöntemlerinin etkinliği, sinir dinamikleri arasındaki minimum farkların gerçekleştirilmesi açısından değerlendirilmiştir. Değerlendirmelere ilişkin detaylı açıklama ve sonuçlar Bölüm IV'te verilmektedir. Buradaki sonuçlara göre; elektriksel kuplajlı HR nöron modelinde en küçük hata değeri için en başarılı yöntem Lyapunov kontrol yöntemi iken, kimyasal kuplajlı HR nöron modeli için geri adımlamalı kontrol yöntemidir. Elektriksel kuplajlı FHN nöron modeli ve elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modeli için en başarılı kontrol yöntemi ise Lyapunov kontrol yöntemidir.

Şekil 6.1'de görüldüğü üzere nöron modellerine FPGA donanım uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Lyapunov kontrolörü kullanılan FHN, orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modellerinin FPGA tabanlı gerçekleştirim çalışmaları ile de sayısal sonuçlar doğrulanmıştır. Donanım uygulaması ile elde edilen sonuçların nümerik simülasyonlarla birebir uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Bölüm V'te orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modellerinin donanım maliyetleri ve uygulamaları hakkında kapsamlı bir karşılaştırma çalışması ilk kez literatüre sunulmuştur. Dolayısıyla orijinal ve modifiye Izhikevich nöron modelinin donanım çalışmalarıyla literatüre iki katkı bildirilmiştir: i) Izhikevich nöron modelinin elektronik gerçekleştirme uygulamalarına uygunluğu ve pratikliği farklı bakış açıları ele alınarak gösterilmiştir. ii) Izhikevich nöron modeli modifiye edilerek, uygulanan sistemin doğruluğundan ödün vermeden eleman kullanım maliyeti önemli ölçüde azaltılmıştır.

## KAYNAKLAR

Alique, J.R., Haber, R.E. and Alique, A., “Feedback linearization using neural networks: application to an electromechanical process”, *International Work-Conference on Artificial Neural Networks* 758-765, 2003.

Alligood, K., T., Sauer, T., D. and Yorke J., A., *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*, Springer, New York, 1996.

Ambrosio, B. and Aziz-Alaoui, M. A., “Synchronization and control of coupled reaction–diffusion systems of the FitzHugh–Nagumo type”, *Computers & Mathematics with Applications* 64(5), 934–943, Sep. 2012.

Aqil, M., Hong, K.-S. and Jeong, M.-Y., “Synchronization of coupled chaotic FitzHugh–Nagumo systems”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 17(4), 1615–1627, Apr. 2012.

Arslan, C., Pehlivan, İ., Varan, M. ve Akgül, A., “FitzHugh-Nagumo (FHN) nöron modelinin dinamik analizleri, simülasyon ve analog devre gerçekleştirilmesi”, *5th International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science (ISITES2017)*, Baku, Azerbaijan, s.858-866, 29-30 September, 2017.

Başargan, A., Uyarlamalı üstel tut&ateşle (adex1&f) sinir hücresi modeline yönelik bir sinaptik bağlantı ve devre benzetimi, Yüksek lisans tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, s.1-2, 2013.

Bavandpour, M., Soleimani, H., Linares-Barranco, B., Abbott, D. and Chua, L. O., “Generalized reconfigurable memristive dynamical system (MDS) for neuromorphic applications”, *Frontiers in Neuroscience* 9, 1-19, 2015.

Bhattacharjee, A., Das, M.K., Bhatraju, N.K. and Yuasa, M., “Spike dynamics of FHN neuron with time varying parameters”, **World Congress on Engineering London, U.K.**, 2013.

Becker, C. O., Khambhati, A. N., Bassett, D. S. and Preciado, V. M., “Identification of networks of Wilson-Cowan neuronal oscillators by inverse sigmoidal transformation”, ***IEEE Signal Processing in Medicine and Biology Symposium (SPMB)***, s. 1–6, 2016.

Belykh, I., Belykh, V. and Hasler, M., “Generalized connection graph method for synchronization in asymmetrical networks”, ***Physica D: Nonlinear Phenomena*** 224(1), 42–51, Dec. 2006.

Bin, D., Jiang W. and Xiangyang F., “Synchronizing two coupled chaotic neurons in external electrical stimulation using backstepping control”, ***Chaos Solitons & Fractals***, 29 (1), 182–89, 2006.

Brette, R. and Gerstner, W., “Adaptive exponential Integrate-and-Fire Model as an effective description of neuronal activity”, ***Journal of neurophysiology*** 94, 3637-3642, 2005.

Bucher, D., Encyclopedia of Neuroscience, 1<sup>st</sup> ed., Larry R. Squire, ***Academic Press***, 2009. <https://doi.org/10.1016/B978-008045046-9.01944-6>.

Charles, G., Gordon, C. and Alexander, W. E., “An implementation of a biological neural model using analog-digital integrated circuits”, ***IEEE International Behavioral Modeling and Simulation Workshop***, San Jose, CA, USA, s. 78–83, 2008.

Che, Y.-Q., Wang, J., Tsang, K.-M. and Chan, W.-L., “Unidirectional synchronization for Hindmarsh–Rose neurons via robust adaptive sliding mode control”, ***Nonlinear Analysis: Real World Applications*** 11(2), 1096–1104, April 2010.

Che, Y., Zhang, S., Wang, J., Cui, S., Han, C., Deng, B. and Wei, X., “Synchronization of inhibitory coupled Hindmarsh-Rose neurons via adaptive sliding mode control”, ***2<sup>nd</sup>***

*International Conference on Intelligent Control and Information Processing*, Harbin, China, s.1134–1139, 25-28 July, 2011.

Chen, Q., Wang, J., Yang, S., Qin, Y., Deng, B. and Wei, X., “A real-time FPGA implementation of a biologically inspired central pattern generator network”, *Neurocomputing* 244, 63–80, 2017.

Chow, C. C. and Kopell, N., “Dynamics of spiking neurons with electrical coupling”, *Neural Computation* 12(7), 1643–1678. 2000.

Cimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıc, R., “Evaluating the effectiveness of several synchronization control methods applying to the electrically and the chemically coupled hindmarsh-rose neurons”, *Biosystems* 198, 104284, 2020.

Cimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıc, R., “Lyapunov kontrolörünün kuplajlı fhn nöronlarının sekronizasyonu üzerindeki etkisi ve sistemin donanım doğrulaması”, **28. IEEE Sinyal İşleme Ve İletişim Uygulamaları Kurultayı**, Gaziantep, Türkiye, s. 1-4, 05-07 Ekim, 2020.

Cornejo-Pérez, O. and Femat, R., “Unidirectional synchronization of Hodgkin–Huxley neurons”, *Chaos Solitons & Fractals* 25(1), 43–53, Jul. 2005.

Cowan, J. D., Neuman, J. and Drongelen, W. V., “Wilson–Cowan equations for neocortical dynamics,” *Journal of Mathematical Neuroscience* 6(1), 1-24, Jan. 2016.

Dahasert, N., Biyolojik nöron modellerinin elektronik donanımlarının incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kayseri, s. 6-7, 2012a.

Dahasert, N., Öztürk, İ. and Kiliç, R., “Implementation of Izhikevich neuron model with field programmable devices”, *20th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)*, Fethiye, Muğla, Turkey, pp. 1–4, 2012b.

Dhamala, M., Jirsa, V. K. and Ding, M., “Enhancement of neural synchrony by time delay”, *Physical Review Letters* 92, 074104, 2004.

Ding, K. and Han, Q. L., “Synchronization of two coupled Hindmarsh-Rose neurons,” *Kybernetika* 51(5), 784-799, 2015.

Ding, K. and Han, Q. L., “Master–slave synchronization criteria for chaotic Hindmarsh–Rose neurons using linear feedback control,” *Complexity* 21(5), 319-327, 2016.

Faber, D.S. and Pereda, A.E., “Two forms of electrical transmission between neurons”, *Frontiers in Molecular Neuroscience* 11,427, 2018. doi: 10.3389/fnmol.2018.00427.

Farahani, F., Sharifi, I., Menhaj, M. B. and Suratgar, A. A., “Synchronization of two Hindmarsh-Rose neurons with unknown parameters through adaptive output feedback controller”, *International Conference on Control, Instrumentation, and Automation*, Qazvin, Iran, pp. 279-283, 2016.

FitzHugh, R., “Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membranes”, *Biophysical Journal* 1(6), 445-466, 1961.

FitzHugh, R., *Mathematical Models for Excitation and Propagation in Nerve*, Schawm, H.P., *McGraw-Hill*, New York, 1969.

Freeman, R. and Kokotovic, P. V., *Robust nonlinear control design: state-space and Lyapunov techniques* 1<sup>st</sup> ed., *Springer Science & Business Media*, 2008.

Gahinet, P. and Apkarian, P., “A Linear matrix inequality approach to  $h_\infty$  control”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 4(4), 421-448, 1994.

Ge, Z.M. and Chen, C. C., “Phase synchronization of coupled chaotic multiple time scales systems,” *Chaos Solitons & Fractals* 20(3), 639–647, May 2004. doi:10.1016/j.chaos.2003.08.001.

Gholami, M. and Saeedi, S., “Digital cellular implementation of Morris-Lecar neuron model”, *23<sup>rd</sup> Iranian Conference on Electrical Engineering*, Tehran, Iran, s. 1235–1239, 02 July, 2015.

Ghosh, S., Mondal, A., Ji, P., Mishra, A., Dana, S.K., Antonopoulos, C. G. and Hens, C., “Emergence of mixed mode oscillations in random networks of diverse excitable neurons: the role of neighbors and electrical coupling”, *Frontiers in Computational Neuroscience* 14(49), 2020.

Guillén-Fernández, O., Moreno-López, M. F. and Tlelo-Cuautle, E., “Issues on applying one-and multi-step numerical methods to chaotic oscillators for FPGA implementation”, *Mathematics* 9(2), 151, 2021.

Hammond, C., Cellular and Molecular Neurophysiology, 4<sup>th</sup> ed., *Elsevier*, Amsterdam, 2015

Hansel, D. and Mato, G., “Existence and stability of persistent states in large neuronal networks”, *Physical review letters* 86, 4175-4178, 2001.

Hassibi, K. M., A study of the application of neural networks to feedback linearization, PhD Thesis, *Case Western Reserve University*, Cleveland, s.281, 1991.

Haupt, R. L. and Haupt, S.E., Practical Genetic Algorithms. 2<sup>nd</sup> ed., *Wiley*, New York, NY, USA, 2004.

Hettiarachchi, I. T., Lakshmanan, S., Bhatti, A., Lim, C. P., Prakash, M., Balasubramaniam, P., Nahavandi, S., “Chaotic synchronization of time-delay coupled Hindmarsh–Rose neurons via nonlinear control”, *Nonlinear Dynamics* 86(2), 1249-1262, 2016.

Hettiarachchi, I. T., Shanmugam, L., Bhatti, A. and Nahavandi, S., In Emerging Trends in Neuro Engineering and Neural Computation, *Springer*, Singapore, 2017.

Hindmarsh, J. And Rose, R. M., “A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations”, *Proceedings of the Royal Society of London Series B Biological Sciences* 221 (1222), 87-102,1984.

Hodgkin, A. L. And Huxley, A., “A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve”, *The Journal of Physiology* 117 (4), 500-544, 1952.

Hodgkin, A. L. and Huxley, A. F., “A Quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve.1952”, *Bulletin of Mathematical Biology* 52 (1), 25–71, 1990.

Iqbal, M., Rehan, M., Khaliq, A., Rehman, S. and Hong, K. S., “Synchronization of coupled different chaotic FitzHugh-Nagumo neurons with unknown parameters under communication-direction-dependent coupling”, *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/367173>

Ito, R., Totoki, Y., Suemitsu, H., and Matsuo, T. “Adaptive estimation of firing patterns of Hindmarsh-Rose neurons and synchronization detection with instantaneous Lyapunov exponents”, *Proceedings of SICE Annual Conference*, Taipei, Taiwan, s. 1743-1748, 18-21 August, 2010.

Izhikevich E.M., “Resonate and fire neurons”, *Neural Networks* 14(6-7), 883-894, 9 July 2001.

Izhikevich E. M., “Simple model of spiking neurons”, *IEEE Transactions on Neural Networks* 14(6), 1569–1572, November 2003.

Izhikevich E. M., “ Which model to use for cortical spiking neurons?”, *IEEE Transactions on Neural Networks* 15(5), 1063-1070, 2004.

Karaca, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıç, R., “An extensive FPGA-based realization study about the Izhikevich neurons and their bio-inspired applications”, *Nonlinear Dynamics* 105, 3529-3549, 2021.

Kavasseri, R. and Nagarajan, R., “Synchronization in electrically coupled neural networks”, *Complex Systems* 16(4), 369–380, 2006.

Korkmaz, N., Ozturk, I. And Kılıç, R., “Modeling, simulation, and implementation issues of CPGs for neuromorphic engineering applications”, *Computer Applications In Engineering Education* 26(4), 782-803, 2018.

Jalili, M., “Phase synchronizing in Hindmarsh–Rose neural networks with delayed chemical coupling,” *Neurocomputing*, 74(10), 1551–1556, 2011. doi:10.1016/j.neucom.2010.12.031.

Khalil, K. H., Nonlinear Systems, 3<sup>rd</sup> ed., Alice Dworkin, *Prentice Hall*, New Jersey, 2002.

Kim, S. and Lim, W., “Coupling-induced population synchronization in an excitatory population of subthreshold Izhikevich neurons”, *Cognitive Neurodynamics* 7, 495–503, 2013.

Khalil, H. K. and Grizzle, J. W., Nonlinear Systems, *Prentice Hall*, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.

Kobeleviskiy, I., Bifurcation analysis of a system of Morris-Lecar neurons with time delayed gap junctional coupling, Master Thesis, *University of Waterloo*, Ontario, s. 1-2, 2008.

Korkmaz, N., Öztürk, I. and Kiliç, R., “The investigation of chemical coupling in a HR neuron model with reconfigurable implementations”, *Nonlinear Dynamics* 86(3), 1841–1854, Nov. 2016a.

Korkmaz, N., Öztürk, I. and Kiliç, R., “Multiple perspectives on the hardware implementations of biological neuron models and programmable design aspects”, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences* 24(3), 1729-1746, 2016b.

Korkmaz, N., Öztürk, İ., Kalınlı, A. and Kılıç, R., “Hardware verification: Determining the parameters of the modified Izhikevich neuron model with genetic algorithm”, *10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, s. 588-592, 30 November-2 December, 2017.

Korkmaz, N., Öztürk, İ., Kalınlı, A. and Kılıç, R., “A comparative study on determining nonlinear function parameters of the Izhikevich neuron model”, *Journal of Circuits, Systems and Computers* 27(10), 1850164, 2018. doi: 10.1109/TCSI.2012.2206463.

Koza, T., Mitral kapak Doppler sinyallerinin ileri işaret işleme metotları ile analizi ve sınıflandırılması, Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kayseri, s. 26-27, 2010.

Kumar, J., Kumar, J., Murali, S. and Bhakthavatchalu, R., “Design and implementation of Izhikevich, Hodgkin and Huxley spiking neuron models and their comparison”, *International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT)*, India, s. 111–116, 25-27 May, 2016.

La Rosa, M., Rabinovich, M. I., Huerta, R., Abarbanel, H. D. I. and Fortuna, L., “Slow regularization through chaotic oscillation transfer in an unidirectional chain of Hindmarsh–Rose models”, *Physics Letters A* 266(1), 88-93, 2000.

Lakshmanan, S., Lim, C. P., Nahavandi, S., Prakash, M. and Balasubramaniam, P., “Dynamical analysis of the Hindmarsh–Rose neuron with time delays”, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* 28(8), 1953-1958, 2016.

Lepek, M. and Fronczak, P., “Spatial evolution of Hindmarsh-Rose neural network with time delays”, *Nonlinear Dynamics* 92, 751-761, 2018.

Li, Z. and Lee, J. J., “New eigenvalue based approach to synchronization in asymmetrically coupled networks”, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 17(4), 043117, 2007. doi:10.1063/1.2804525.

Li, Z., “Exponential stability of synchronization in asymmetrically coupled dynamical networks”, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 18(2), 023124, 2008. doi:10.1063/1.2931332.

Lynch, S., *Dynamical Systems with Applications Using MATLAB*, 1<sup>st</sup> ed., **Birkhäuser Basel**, Boston, 2004.

Ma, J., Mi, L., Zhou, P., Xu, Y. and Hayat, T., “Phase synchronization between two neurons induced by coupling of electromagnetic field”, *Applied Mathematics and Computation* 307, 321–328, 2017. doi:10.1016/j.amc.2017.03.002.

Mawhin, J., Alexandr Mikhailovich Liapunov, *The general problem of the stability of motion (1892)*, I. Grattan Guinness, **Elsevier**, 2005.

McCulloch, W. S., Pitts, W. “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity”, *Bulletin of Mathematical Biophysics* 5, 115-133, 1943

Meucci, R., Euzzor, S., Geltrude, A., Al-Naimee, K., De Nicola, S. and Arecchi, F. T., “Spiking control by means of ‘phase feedback’ in FitzHugh–Nagumo circuits”, *Physics Letters A* 376(6), 834–838, 2012.

Mishra, D., Yadav, A. and Kalra, P., “Chaotic behavior in neural networks and FitzHugh–Nagumo neuronal model”, *Neural Information Processing: 11th International Conference (ICONIP 2004)*, Calcutta, India, s. 868-873. 22-25 November, 2004.

Morris, C. and Lecar, H., “Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber”, *Biophysical Journal* 35 (1), 193–213, 1981.

Nagumo, J., Arimoto, S. and Yoshizawa, S., “An active pulse transmission line simulating nerve axon”, *Proceedings of the IRE* 50, 2061-2070, 1962.

Naiki, K., Shimada, Y., Fujiwara, K. and Ikeguchi, T., “Synchronization in a Coupled Izhikevich Neuron Model”, *In International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2016)*, Yagawara, Japan, s. 257-260, 27-30 November, 2016.

Nazari, S., Faez, K., Soltani, N. and Amiri, M., “Astrocyte stimulation as a new technique to desynchronize two coupled neurons”, *22<sup>nd</sup> Iranian Conference on Biomedical Engineering (ICBME)*, Tehran, Iran, s. 144–149, 25-27 November, 2015.

Nguyen, L. H. and Hong, K. S., “Synchronization of coupled chaotic FitzHugh–Nagumo neurons via Lyapunov functions”, *Mathematics and Computers in Simulation* 82(4), 590–603, Dec. 2011.

Nguyen, L. H. and Hong, K. S., “Adaptive synchronization of two coupled chaotic Hindmarsh–Rose neurons by controlling the membrane potential of a slave neuron”, *Applied Mathematical Modelling* 37(4), 2460–2468, 2013.

Nobukawa, S., Nishimura, H., Yamanishi, T. and Liu, J. Q., “Analysis of chaotic resonance in Izhikevich neuron model”, *PloS one* 10(9), e0138919, 2015a. doi: 10.1371/journal.pone.0138919.

Nobukawa, S., Nishimura, H., Yamanishi, T. and Liu, J. Q., *Emerging Trends in Computational Biology, Bioinformatic and Systems Biology*, 1<sup>st</sup> ed., Tran, Q.N., Arabnia, H., *Elsevier*, Amsterdam, 2015b.

Nobukawa, S., Nishimura, H. and Yamanishi, T., “Chaotic resonance in typical routes to chaos in the Izhikevich neuron model”, *Scientific Reports* 7(1), 1-9, 2017. doi: 10.1038/s41598-017-01511.

Nobukawa, S., Nishimura, H., Yamanishi, T., “Routes to chaos induced by a discontinuous resetting process in a hybrid spiking neuron model”, *Scientific Reports* 8 (1), 1-11 2018. doi: 10.1038/s41598-017-18783.

Omelchenko, I., Rosenblum, M. and Pikovsky, A., "Synchronization of slow-fast systems," *The European Physical Journal Special Topics* 191(1), 3- 14, 2011.

Özsoy, M. A., Özer, M. and Uzuntarla, M., “Effects of noise and synaptic coupling on neuronal network synchronization”, *XIII Biyomedikal Mühendisliği Ulusal Toplantısı BIYOMUT*, İstanbul, s. 139-143, 22-23 May, 2007.

Özkaynak, F., Doğrusal olmayan sistemlerde lyapunov üstellerini hesaplayan yazılımın gerçekleştirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Elazığ, 13-22, 2007.

Patel, G. N. and DeWeerth, S. P., “Analogue VLSI Morris-Lecar neuron,” *Electronics Letters* 33(12), pp. 997–998, Jun. 1997.

Pereda, A. E.. “Electrical synapses and their functional interactions with chemical synapses”, *Nature reviews Neuroscience* 15(4), 250-263, 2014.

Pecora, L. M. and Carroll, T. L., “Master stability functions for synchronized coupled systems”, *Physical Review Letters* 80(10), 2109–2112, 1998.

Pikovsky, A.S., Rosenblum, M.G., Osipov, G.V. and Kurths, J., “Phase synchronization of chaotic oscillators by external driving”, *Physica D: Nonlinear Phenomena* 104(3–4), 219–238, 1997. doi:10.1016/s0167-2789(96)00301-6.

Rabinovich, M. I., Varona, P., Selverston, A. I. and Abarbanel H. D. I., “Dynamical principles in neuroscience”, *Reviews of Modern Physics* 78(4), 1213, 2006.

Rehan, M., Hong, K.S., Aqil, M., “Synchronization of multiple chaotic FitzHugh–Nagumo neurons with gap junctions under external electrical stimulation”, *Neurocomputing* 74, 3296–3304, 2011.

Sabbagh, H., “Control of chaotic solutions of the Hindmarsh–Rose equations”, *Chaos Solitons & Fractals* 11(8), 1213-1218, 2000.

Sekerli, M., Butera, R. J., “Oscillations in a simple neuromechanical system: underlying mechanisms”, *Journal of Computational Neuroscience* 19(2), 181-197, 2005.

Shi, Y., Wang, J., Deng, B. and Liu, Q., “Chaotic synchronization of coupled Hindmarsh–Rose neurons using adaptive control”, *International Conference on Biomedical Engineering and Informatics*, Tianjin, China, pp. 1-5, 2009.

Shuai, J.W. and Durand, D.M., “Phase synchronization in two coupled chaotic neurons”, *Physics Letters A* 264(4), 289–297, 1999.

Silva-Juarez, A., Rodriguez-Gomez, G., de la Fraga, L. G., Guillen-Fernandez, O. and Tlelo-Cuautle, E., “Optimizing the Kaplan–Yorke dimension of chaotic oscillators applying DE and PSO”, *Technologies* 7(2), 38, 2019. doi: 10.3390/technologies7020038.

Silva-Juárez, A., Tlelo-Cuautle, E., de la Fraga, L. G. and Li, R., “Optimization of the Kaplan-Yorke dimension in fractional-order chaotic oscillators by metaheuristics”, *Applied Mathematics and Computation* 394, 125831, 2021. doi: 10.1016/j.amc.2020.125831

Soleimani, H., Ahmadi, A. and Bavandpour, M., “Biologically inspired spiking neurons: Piecewise linear models and digital implementation”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 59, 2991–3004, 2012.

Soriano, D. C., Fazanaro, F. I., Suyama, R., Oliveira, J. R., Attux, R. and Madrid, M. K., “A method for Lyapunov spectrum estimation using cloned dynamics and its application to the discontinuously-excited FitzHugh-Nagumo model”, *Nonlinear Dynamics*, 67(1), 413–424, 2011.

Slotine, J. –J. E., Li, W., *Applied Nonlinear Control 1<sup>st</sup>*, Jennifer Wenzel, *Prentice Hall*, New Jersey, 1991.

Springer, S., Haario, H., Shemyakin, V., Kalachev, L. and Shchepakina, D., “Robust parameter estimation of chaotic systems”, *Inverse Problems & Imaging* 13(6), 1189–1212, 2019.

Steur, E., Parameter estimation in Hindmarsh-Rose neurons, PhD Thesis, *Eindhoven University of Technology*, Eindhoven, s. 10-11, 2006.

Turgut, O., Turgut, M. and Çoban, M., “Artificial Cooperative Search algorithm for parameter identification of chaotic systems”, *Bitlis Eren University Journal of Science and Technology* 5(1), 11-17, 2015.

Uhlhaas, P.J. and Singer, W., "Neural synchrony in brain disorders: relevance for cognitive dysfunctions and pathophysiology", *Neuron* 52(1), pp. 155-168, 2006.

Vaidyanathan, S., Volos, C. K., Kyprianidis, I. M., Stouboulos, I. N., Rajagopal, K. And Alexander P., “Seven-term novel 3-D chaotic system with three quadratic nonlinearities and its labview implementation”, *8<sup>th</sup> International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC 2014)*, Greece, Volume: Latest Trends on Systems - Volume I, s. 117-122, 2014.

Wang, W., Perez, G. and Cerdeira, H. A., “Dynamical behavior of the firings in a coupled neuronal system”, *Physical Review E* 47(4), 2893-2898, 1993.

Wang, Q. Y., Lu, Q. S., Chen, G. R. and Guo, D. H., “Chaos synchronization of coupled neurons with gap junctions”, *Physics Letters A* 356(1), 17-25, 2006.

Wang, J., Chen, L.S. and Deng, B., “Synchronization of Ghostbuster neuron in external electrical stimulation via H-infinity variable universe fuzzy adaptive control”, *Chaos Solitons & Fractals* 39, 2076–2085, 2009.

Wilson, H. R. and Cowan, J. D., “Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons.” *Biophysical Journal* 12 (1), 1–24, 1972.

Xue, F., Wang, W., Li, N. and Yang, Y., “FPGA implementation of self-organized spiking neural network controller for mobile robots”, *Advances in Mechanical Engineering Hindawi Publishing Corporation* 6, 180620, 2014. doi:10.1155/2014/180620.

Yu, H. and Peng, J., “Chaotic synchronization and control in nonlinear-coupled Hindmarsh–Rose neural systems”, *Chaos Solitons & Fractals* 29(2), 342-348, 2006.

Yu, S. H., Hyun, C. H. and Park, M. N., “Backstepping control and synchronization for 4-D Lorenz-Stenflo chaotic system with single input”, *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems* 11(3), 143-148, 2011.

Zhang, L. and Zhang, B., “A geometrical representation of McCulloch-Pitts neural model and its applications”, *IEEE Transactions on Neural Networks* 10(4), 925-929, July 1999. doi: 10.1109/72.774263.

Zhang, T., Wang, J., Fei, X. and Deng, B., “Synchronization of coupled Fitzhugh–Nagumo systems via mimo feedback linearization control”, *Chaos Solitons & Fractals* 33 (1), 194–202, 2007. doi: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2006.01.037>.

Zhang, J.Q., Huang, S.F., Pang, S.T., Wang, M.S. and Gao, S., “Synchronization in the uncoupled neuron system”, *Chinese Physics Letters* 32(12), 9–13, 2015

Zhou, D., Sun, Y., Rangan, A. V. and Cai, D., “Spectrum of Lyapunov exponents of non-smooth dynamical systems of integrate-and-fire type”, *Journal of Computational Neuroscience* 28(2), 229-245, 2010.

## ÖZ GEÇMİŞ

Zühra KARACA ..... tarihinde ....'ta doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kaş'ta, lise öğrenimini Demre'de tamamladı. 2008 yılında girdiği Pamukkale Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden Haziran 2012'de mezun oldu. Ağustos 2012'de Pamukkale Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans öğrenimine başladı. Ocak 2014'te Niğde Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'ne araştırma görevlisi olarak atandı ve Haziran 2015'te yüksek lisans öğrenimini tamamladı. Ağustos 2015'te Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde doktora öğrenimine başladı. O tarihten itibaren aynı bölümde doktora öğrenimine devam etti ve araştırma görevlisi olarak çalıştı. Bilim dalındaki ilgi alanları elektronik devreler, nöromorfolojik yapılar ve donanım uygulamaları, doğrusal olmayan sistemlerin senkronizasyonu ve kontrolüdür.

## TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER

Bu tez çalışmasından, 2 (iki) adet uluslararası makale, 2 (iki) adet ulusal bildiri ve 1 (bir) adet ulusal TR indeksli yayın üretilmiştir. Belirtilen yayınlara ait ayrıntılı bilgi aşağıda sunulmuştur.

Cimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıç, R., “Evaluating the effectiveness of several synchronization control methods applying to the electrically and the chemically coupled hindmarsh-rose neurons”, *Biosystems* 198, 104284, 2020.

Karaca, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıç, R., “An extensive FPGA-based realization study about the Izhikevich neurons and their bio-inspired applications”, *Nonlinear Dynamics* 105, 3529-3549, 2021.

Cimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıç, R., “Farklı iki kontrolör kullanılarak kuplajlanan senkron FHN nöronları arasındaki hata değerlerinin belirlenmesi”, *Elektrik, Elektronik ve Biyomedikal Mühendisliği Konferansı, ELECO 2018*, Bursa, s.47-51, 30 Kasım-1 Aralık, 2018

Cimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. and Kılıç, R., “Lyapunov kontrolörünün kuplajlı fhn nöronlarının senkronizasyonu üzerindeki etkisi ve sistemin donanım doğrulaması”, *28. IEEE Sinyal İşleme Ve İletişim Uygulamaları Kurultayı*, Gaziantep, Türkiye, s. 1-4, 05-07 Ekim, 2020.

Karaca, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y. ve Kılıç, R. “Kimyasal kuplajlı İzhikevich nöron modelinin Lyapunov kontrol metodu ile senkronizasyonu.” *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (32), 736-740, 2021.

