T.C.
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

TOPOLOJİK UZAYLARDA BAZI AÇIK KÜMELER ÜZERİNE

ENES EGEMEN DEVRAN

Ağustos 2019

E. E. DEVRAN, 2019

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

T.C.
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

TOPOLOJİK UZAYLARDA BAZI AÇIK KÜMELER ÜZERİNE

Enes Egemen DEVRAN

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN

Ağustos 2019

Enes Egemen DEVRAN tarafından Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN danışmanlığında hazırlanan "**Topolojik Uzaylarda Bazı Açık Kümeler Üzerine**" adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik** Ana Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Ahmet EROĞLU

(Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü)

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN

(Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü)

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ümit TOKEŞER

(Kastamonu Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü)

ONAY:

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından …./…./20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu'nun …./…./20.... tarih ve .... sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

....../...../2019

Prof. Dr. Murat BARUT
MÜDÜR

TEZ BİLDİRİMİ

Hazırlanan bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığı ve bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Enes Egemen DEVRAN

ÖZET

TOPOLOJİK UZAYLARDA BAZI AÇIK KÜMELER ÜZERİNE

DEVRAN, Enes Egemen
Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN

Ağustos 2019, 26 sayfa

Bu tezin ikinci bölümünde topolojik uzaylarda açık küme, α-açık küme, semi açık, pre-açık ve β-açık küme kavramları ve bazı süreklilik çeşitleri incelenmiştir. Bu tezin üçüncü bölümünde ideal topolojik uzaylarda I-açık küme, α-I- açık , semi-I-açık, pre-I-açık ve β-I-açık küme kavramları ve bazı süreklilik çeşitleri incelenmiştir.Bu tezin dördüncü bölümünde soft topolojik uzaylarda soft açık küme, soft α-açık, soft semi-açık, soft pre-açık, soft β-açık küme kavramları ve bazı süreklilik çeşitleri ortaya koyulmuştur. Bu küme kavramlarının birbirleri ile olan bağlantılarını, aralarındaki ilişkileri diyagram yolu ile karşılaştırarak sağladığı bazı özellikleri incelenmiştir. Bu tezin beşinci bölümünde yukarda verilen üç bölümdeki küme kavram ve süreklilik çeşitlerinin bir örgü diyagramı altındaki gösterimleri elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Açık küme, İdeal açık küme, Soft açık küme

SUMMARY

ON SOME OPEN CLUSTERS IN TOPOLOGICAL SPACES

DEVRAN, Enes Egemen
Nigde Omer Halisdemir University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Mathematics Department

Supervisor : Doctor Lecturer Ali Haydar KOCAMAN

August 2019, 26pages

In the second part of this thesis, the concepts of open set, α-open set, semi-open, pre-open and β-open set in topological spaces and some types of continuity are examined. In the third part of this thesis, I-open set, α-I-open, semi-I-open, pre-I-open and β-I-open set concepts and some types of continuity are investigated in ideal topological spaces. In the fourth part of this thesis, the concepts of soft open set, soft α-open, soft semi-open, soft pre-open, soft β-open set in soft topological spaces and some types of continuity are introduced. Some of the properties of these cluster concepts that are provided by comparing their relations with each other by diagramming the relationships between them are examined. In the fifth chapter of this thesis, the representation of cluster concepts and continuity types in the three chapters given above are obtained under a lattice diagram.

Keywords:Open set, I-open set, Soft open set

ÖN SÖZ

“Topolojik Uzaylarda Bazı Açık Kümeler Üzerine” isimli bu çalışma Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN yönetiminde Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’ne yüksek lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

Yapılan tüm çalışmalarda, bilgi ve tecrübelerini esirgemeyen sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Ali Haydar KOCAMAN'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	**Açıklama**
(X, τ, I)	İdeal Topolojik Uzay
(X,τ)	Topolojik Uzay
(Y, τ, E)	Soft topolojik uzay
A^-	A kümesinin (X,τ) topolojik uzayına göre kapanışı
A^o	A kümesinin (X,τ) topolojik uzayına göre içi
P(U)	U kümesinin güç kümesi
P(X)	X kümesinin güç kümesi
PIO	pre-I-açık küme
PIO(X)	pre-I-açık küme
PO(X)	pre-açık küme
SIO(X)	semi-I-açık küme
SO(X)	Semi açık küme
Sβ-O(X)	Soft β açık küme
α(x)	α-açık küme
α(X)	α-açık küme
αIO(X)	α-I-açık küme
BIO(X)	β-I-açık küme
τ	Topolojik Uzay

BÖLÜM I

GİRİŞ

Hazırlanan bu tezde esas olarak yeni ayrışımlar elde etmek ve bu ayrışımların birbirleriyle olan ilişkilerini incelemek amaçlanmıştır. Bu nedenle ulaşılabilen bütün makaleler incelenmeye çalışılmıştır.

İlk olarak açık küme kavramı tanımlanarak başlanmıştır. Daha sonra bazı açık kümeler tanımlanmış ve örnekler verilmiştir. Bu açık kümelerin birbirleriyle olan ilişkileri incelenmiş ve ilişkileri diyagram yardımıyla gösterilmiştir. Gösterilen açık kümelerin sürekli topolojik uzayları da aynı şekilde incelenmiştir.

Tezin üçüncü bölümünde üzerinde çalışılan açık kümelerin ideal topolojik uzaylarını ve sürekli ideal topolojik uzayları incelenmiştir.

Dördüncü olarak açık kümelerde soft topolojik uzayları ve süreklilikleri incelenmiş ve diyagram yardımıyla gösterilmiştir.

Son olarak beşinci bölümde; üç bölümde incelenmiş olan uzayların birbirleriyle olan ilişkileri ele alınmıştır.

BÖLÜM II

TOPOLOJİK UZAYLARDA BAZI GENEL BİLGİLER

2.1 Ön Bilgiler

Tanım 2.1.1.

X boş kümeden farklı bir küme ve τ ailesi P(X) güç kümesinin herhangi bir alt ailesi olsun. $\tau \subset P(X)$ ailesi aşağıdaki özellikleri sağlıyor ise τ ailesinin her elemanına **açık küme** denir. Aşağıdaki özelliklere de **açıklar aksiyomu** denir.

i) Ø ve X kümesi τ ailesine ait olmalı,

ii) τ ailesine ait herhangi iki kümenin sonlu arakesiti de τ ailesine ait olmalı.

$\forall j \subset I$ (I sonlu) $\forall i \in J$ için $A_i \in \tau \Rightarrow \cap_{i \varepsilon j} A_i \varepsilon \tau$

iii) τ ailesinin herhangi bir alt ailesinin sonlu yada sonsuz birleşimi de τ ailesine ait olmalı.

$\forall j \subset I$ (I sonlu yada sonsuz) $\forall i \in J$ için $A_i \in \tau \Rightarrow U_{i \in j} A_i \in \tau$

Tanım2.1.2.

Açıklar aksiyomunu sağlayan τ ailesine, X kümesi üzerinde **topolojik yapı** denir.(X,τ) ikilisine de **topolojik uzay** denir.

Örnek2.1.1.

X={a,b} kümesi üzerinde τ_1 ={X,Ø,{a}} ve τ_2={X,Ø,{b}} aileleri farklı iki topolojik yapı oluşturur.

Örnek 2.1.2.

$X=\{a,b,c,d,e\}$ kümesi verilsin.

$\tau_1=\{X,\emptyset,\{a\},\{a,b\},\{a,c\}\}$

$\tau_2=\{X,\emptyset,\{a,b,c\},\{a,b,d\},\{a,b,c,d\}\}$

$\tau_3=\{X,\emptyset,\{a\},\{a,b\},\{a,c,d\},\{a,b,c,d\}\}$

verilen uzaylardan hangileri topolojik yapı oluşturur?

Cevap:τ_3 ailesi topolojik yapı oluşturur ancak τ_1 ve τ_2 aileleri topolojik yapı oluşturmazlar.

$\{a,b\}\cup\{a,c\}=\{a,b,c\}\notin \tau_1$ ve $\{a,b,c\}\cap\{a,b,d\}=\{a,b\}\notin\tau_2$

2.2 Topolojik Uzaylarda Bazı Açık Kümeler

Tanım2.2.1.

(X,τ) bir topolojik uzay ise, τ ailesine ait kümelere bu topolojik uzayın **açık kümeleri** denir.

Örnek 2.2.1.

$X = \{a, b, c, d, e\}$ kümesi $\tau= \{\varphi, X, \{c\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{d, e, c\}\}$ topolojik uzayı verilsin.

Açık kümeler: φ, X, $\{c\}$, $\{d, e\}$, $\{d, e, c\}$, $\{a, b, c\}$ şeklinde verilebilir.

Tanım2.2.2.

(X,τ) topolojik uzayı verilsin. $A\subset X$ olmak üzere A kümesi için;

(X,τ) topolojik uzayı ve bir $A\subset X$ alt kümesi verilsin. $A\subset A^{o-o}$ oluyorsa A kümesine **α-açık küme** (Njastad, 1965) denir.

Örnek 2.2.2.

$X = \{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X,\emptyset,\{a\}\}$ topolojisi verilsin. Bu durumda; buradan $\{a,b\}$ kümesi, bir α-açık kümedir.

Örnek 2.2.3.

$X =\{a, b, c, d, e\}$ kümesi $\tau=\{\varphi, X, \{c\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{d, e, c\}\}$ topolojik uzayı verilsin.

α-açık kümeler: $\{\emptyset,X,\{c\},\{d,e\},\{a,c\},\{a,b,c\},\{c,d,e\},\{b, c,d,e\}\}$

Tanım 2.2.3.

(X,τ) topolojik uzayı ve bir $A\subset X$ alt kümesi verilsin. $A\subset A^{o-}$ oluyorsa A kümesine **semi açık küme** (Levine, 1963) denir.

Örnek 2.2.4.

$X =\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau =\{X,\emptyset,\{a\}\}$ topolojisi verilsin.

$SO(X)=\{a\}$ olur.

Uyarı 2.2.1.

Her α-açık küme semi açıktır.

Uyarı 2.2.2

Semi açık bir kümenin, α-açık küme olması gerekmez.

Örnek 2.2.5.

X ={a,b,c} kümesi üzerinde τ = { X,Ø,{a},{b},{a,b}} topolojisi verilsin. Bu durumda

SO(X)={X,Ø,{a},{b},{a,b},{a,c},{b,c}} olur. Buradan {a,c} kümesi bir semi açık kümedir. Fakat α-açık küme değildir.

Tanım 2.2.4.

(X,τ) topolojik uzayı ve bir $A\subset X$ alt kümesi verilsin.$A\subset A^{-o}$ oluyorsa A kümesine **pre-açık küme** (Mashhour vd., 1982) denir.

Örnek 2.2.6.

X={a,b,c} kümesi üzerinde τ = {X,Ø,{a,b}} topolojisi verilsin.

Bu durumda;

PO(X)={X,Ø,{a},{b},{a,b},{a,c},{b,c}} olur. {a} kümesi pre-açıktır.

Uyarı 2.2.3.

Her α-açık küme, pre-açık kümedir.

Uyarı 2.2.4.

Pre-açık bir kümenin, α-açık küme olması gerekmez.

Örnek 2.2.7.

X ={a,b,c} kümesi üzerinde τ ={X,∅,{a,b}} topolojisi verilsin. Bu durumda α(X) ={X,∅,{a,b}} ve PO(X) ={X,∅,{a},{b},{a,b},{a,c},{b,c}} olur. {a,c} kümesi pre-açıktır fakat semi açık küme olmadığından α-açık küme değildir.

Tanım 2.2.5.

(X, τ) topolojik uzayı ve bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. $A \subset A^{-o-}$ oluyor ise A kümesi **β-açık küme** (Abd El-Monsef vd., 1983) denir.

Örnek 2.2.8.

$X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\emptyset,\{a\},\{b,c\}\}$ topolojisi verilsin.Bu durumda $\{a,b\}$ kümesi β-açık kümedir.

Verilen tanımların diyagramı bu aşağıda verilmiştir. Geçişlerin tersi genellikle doğru olmadığı Örnek 2.2.9 ve Örnek 2.2.10 ‘ da örneklendirilmiştir.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{açık küme} \arrow[r] & \boldsymbol{\alpha}\textbf{-açık küme} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{pre-açık küme} \arrow[d] \\
 & \textbf{Semi açık küme} \arrow[r] & \boldsymbol{\beta}\textbf{-açık küme}
\end{tikzcd}$$

Şekil 2.1.Açık kümelerin diyagramı

Uyarı 2.2.5.

β-açık bir kümenin, semi açık olması gerekmez.

Örnek 2.2.9.

$X =\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau =\{X,\emptyset,\{a\},\{b,c\}\}$ topolojisi verilsin. Bu durumda $\{a,b\}$ kümesi β-açık kümedir, fakat semi açık küme değildir.

Uyarı 2.2.6.

Her semi açık küme, β-açık kümedir.

İspat 2.2.6.

(X,τ) topolojik uzayı ve semi açık bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. A kümesi, semi açık olduğundan, $A \subset A^{o-}$' dır. $A^{o-} \subset A^{-o-}$ olduğundan, A kümesi, β-açık kümedir.

Uyarı 2.2.7.

Her pre-açık küme, β-açık kümedir.

İspat 2.2.7.

(X,τ) topolojik uzayı ve pre-açık küme olan bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. A kümesi, semi açık küme olduğundan, $A \subset A^{-o}$'dır. $A^{-o} \subset A^{-o-}$ olduğundan, A kümesi, β-açık kümedir.

Uyarı 2.2.8.

β-açık bir kümenin, pre-açık küme olması gerekmez**.** Örnek 2.2.9'de (X,τ) topolojik uzayındaki {b, c} kümesi β-açıktır fakat pre-açık küme değildir.

Örnek 2.2.10

X = {a,b,c,d, e} kümesi üzerinde τ = {∅, X, {a},{c, d},{a, c, d}} topolojik uzayı verilsin.

$\tau^{\alpha} = \tau \cup \{\{a,b,c,d\},\{a,c,d,e\}\}$,
$\tau^{P} = \tau \cup \{\{c\},\{d\},\{a,c\},\{a,d\},\{a,b,c\},\{a,b,d\},\{a,c,e\},\{a,d,e\},\{a,b,c,d\},\{a,b,c,e\},$
$\{a,b,d,e\}, \{a,c,d,e\}\}$

Pre-açık kümenin α- açık kümeyi kapsadığı açıkça görülüyor. Her α-açık kümenin pre-açık küme olmadığı açıktır.

2.3 Topolojik Uzaylarda Bazı Süreklilik Kavramları

Tanım 2.3.1.

f :$(X,\tau) \rightarrow (Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y'deki her açık kümenin ters görüntüsü, X'de α-açık küme ise f fonksiyonuna **α-sürekli fonksiyon** (Mashhour vd., 1983) denir.

Aşağıdaki şekilde gösterilir.

α-sürekli $\longrightarrow$ $f(Cl(U)) \subseteq Cl(f(U))$.

Örnek 2.3.1.

$X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau=\{X,\emptyset,\{a\}\}$ topolojisi verilsin.f :$(X,\tau)\rightarrow(X,\tau)$ fonksiyonu $f(a)=f(b)= a$, $f(c)=c$ olarak verilirse f fonksiyonu α-sürekli fonksiyon olur.

Tanım 2.3.2.

f :$(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y'nin her açık kümenin ters görüntüsü, X'te semi açık küme ise f fonksiyonuna **semi sürekli fonksiyon** (Levine, 1963) denir.

Örnek 2.3.2.

$X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ topolojik uzayı tanımlansın. f: $(X, \tau) \rightarrow (Y,\upsilon)$ fonksiyonu $f(a)= 1$, $f(b) = f(c) = 2$ olursa $SO(X) = \{X, \emptyset, \{a\}, \{b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$ olur.

Örnek 2.3.3.

$X=\{a, b, c\}$ kümesi üzerinde bir $\tau=\{X,\emptyset, \{a\}, \{c\}, \{a, c\}\}$ topolojisi verilsin. f: $(X,\tau)\rightarrow(X,\upsilon)$ fonksiyonu $f(a)=a$, $f(c)=b$, $f(b)=b$ olursa semi sürekli fonksiyon olur.

Tanım 2.3.3.

$f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y'nin her açık kümenin ters görüntüsü, X'de pre-açık küme ise f fonksiyonuna **pre-sürekli fonksiyon** (Mashhour vd., 1982) denir.

Örnek 2.3.4.

$X = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{\emptyset,\{c\},\{d\},\{a, c\},\{c, d\},\{a, c, d\}, X\}$ topolojisi verilsin.$Y = \{x, y, z\}$ ve$\upsilon = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}, Y\}$ olsun.$f : (X, \tau) \rightarrow(Y, \upsilon)$, $f(a) = z$ ve $f(b) = f(c) = f(d) = y$ ise f pre-sürekli fonksiyondur.

Tanım 2.3.4.

$f:(X,\tau)\rightarrow(Y,\upsilon)$ fonksiyonu verilsin. Y'deki her açık kümenin ters görüntüsü, X'de β-açık küme ise f fonksiyonuna **β-sürekli fonksiyon** (Tong, 1989) denir.

Örnek 2.3.5.

$X=\{a,b,c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{c\}, \{a,c\}\}$ topolojisi ve $Y=\{a,b\}$ kümesi üzerinde $\upsilon = P(Y)$ topolojisi verilsin. $f : (X, \tau) \rightarrow (Y, \upsilon)$ fonksiyonu $f(a)=f(c)=a$, $f(b)=b$ ile tanımlansın. Böylece f fonksiyonu β-sürekli fonksiyondur.

Verilen tanımların diyagramı bu aşağıda verilmiştir. Geçişlerin tersi genellikle doğru olmadığı Örnek 2.3.6‘ de örneklendirilmiştir.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{Sürekli fonksiyon} \arrow[r] & \boldsymbol{\alpha}\textbf{-sürekli fonksiyon} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{pre-sürekli fonksiyon} \arrow[d] \\
 & \textbf{Semi sürekli fonksiyon} \arrow[r] & \boldsymbol{\beta}\textbf{-sürekli fonksiyon}
\end{tikzcd}$$

Şekil 2.2.Sürekli fonksiyonların diyagramı

Örnek 2.3.6.

X={a,b,c,d} kümesi üzerinde τ={X,Ø,{b},{c,d},{b,c,d}} ve U={X,Ø,{a}} topolojileri verilsin. f: (X,τ)→(Y,υ) fonksiyonu f(a)=f(b)=a,f(c)=c, f(d)=d ile tanımlansın. Böylece f fonksiyonu β-sürekli kümedir. Fakat pre-sürekli küme değildir.

BÖLÜM III

İDEAL TOPOLOJİK UZAYLARDA AÇIK KÜMELER VE SÜREKLİLİĞİ

3.1 İdeal Topolojik Uzaylarda Bazı Açık Kümeler

Tanım 3.1.1.

Boş olmayan bir X kümesi verilsin. P(X) güç kümesi olmak üzere; boş olmayan bir $I \subset P(X)$ ailesi,

a) $A \in I$ ve $B \subset A$ ise, $B \in I$ (kalıtımsallık özelliği)
b) $A, B \in I$ ise, $(A \cup B) \in I$ (sonlu toplamsallık özelliği)

koşullarını sağlıyorsa; bu taktirde I ailesine, X kümesi üzerinde bir idealdir (Kuratowski, 1933) denir.

Uyarı 3.1.1.

Tez boyunca karışıklığa neden olmadıkça $A^*(I,\tau)$ sembolü yerine A^* sembolünü kullanacağız.

Tanım 3.1.2.

(X,τ) topolojik uzayı ile X kümesi üzerinde tanımlı I ideali verilsin. I ideali ile birlikte (X,τ) topolojik uzayına, **ideal topolojik uzay** (Jankovic ve Hamlett, 1993) denir ve (X,τ, I) şeklinde gösterilir.

Tanım 3.1.3.

(X,τ,I) ideal topolojik uzayının $A \subset X$ kümesi verilsin;

$A \subset (A^*)^o$ ise: **I-açık kümedir** (Abd El-Monsef vd., 1992).

Örnek 3.1.1.

X={a,b,c,d} kümesi üzerinde τ={Ø,X,{c},{a,c},{b,c},{a,b,c},{a,c,d}} topolojisi ve I={Ø,{b}} ideali birlikte (X,τ,I) ideal topolojik uzayı verilsin.

A={a,c} ⊂ X kümesi bir I-açık kümedir.

Tanım 3.1.4.

(X, τ, I) ideal topolojik uzayının A ⊂ X kümesi verilsin;

$A \subset ((A^{o})^{-*})^{o}$ ise **α-I-açık kümedir** (Hatir ve Noiri, 2002).

Örnek 3.1.2.

X = {a,b,c,d} kümesi üzerinde τ = {∅,X,{d},{a,b},{a,b,d}} topolojisi ve I = {∅,{b},{d},{b,d}} ifadesi ile birlikte (X, τ, *I*) ideal topolojik uzayı verilsin. A = {a,c,d} ⊂ X kümesi bir α-*I*-küme olur.

Tanım 3.1.5.

(X, τ, I) ideal topolojik uzayının A ⊂ X kümesi verilsin;

$A \subset (A^{o})^{-*}$ ise **semi-I- açık kümedir** (Hatir ve Noiri, 2002).

Örnek 3.1.3.

X={a,b,c,d} kümesi üzerinde τ={Ø,X,{b},{a,c},{a,b,c}} topolojisi ve I={Ø,{b}} ideali ile birlikte (X,τ,I) ideal topolojik uzayı verilsin. A={a,c,d} ⊂ X kümesi s-I-açık kümedir.

Tanım 3.1.6.

(X, τ, I) ideal topolojik uzayının $A \subset X$ kümesi verilsin; $A \subset (A^{-*})^{o}$ ise**: pre-I-açık kümedir** (Dontchev, 1996) .

Örnek 3.1.4.

$X = \{a, b, c, d\}$, $\tau = \{\emptyset, \{a, c\}, \{d\}, \{a, c, d\}, X\}$ topolojisi verilsin ve $I = \{\emptyset, \{c\}, \{d\}, \{c, d\}\}$ ideali ile birlikte (X,τ,I) ideal topolojik uzayı verilsin.

$A = \{a, c, d\} \rightarrow A \in \tau$ ve bundan dolayı $A \in PIO(X)$ olur.

Tanım 3.1.7.

(X, τ, I) ideal topolojik uzayının $A \subset X$ kümesi verilsin; $A \subset ((A^{-*})^{o})^{-}$ ise **β-I-açık** kümedir (Hatir ve Noiri, 2002).

Örnek 3.1.5.

$X = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{\emptyset, X, \{b\}, \{a, b\}\}$ topolojisi ve $I = \{\emptyset, \{b\}\}$ ideali ile birlikte (X, τ, I) ideal topolojik uzayı verilsin. $A = \{b\} \subset X$ kümesi bir β-*I*-açık kümedir.

Verilen tanımların diyagramı bu aşağıda verilmiştir. Geçişlerin tersi genellikle doğru olmadığı Örnek 3.1.6, Örnek 3.1.7, Örnek 3.1.8‘ de örneklendirilmiştir.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{I-açık} \arrow[r] & \textbf{α-I-açık küme} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{pre-I-açık küme} \arrow[d] \\
 & \textbf{Semi-I-açık küme} \arrow[r] & \textbf{β-I-açık küme}
\end{tikzcd}$$

Şekil 3.1.İdeal açık kümelerin diyagramı

Örnek 3.1.6.

(X, τ) bir topolojik uzay olsun. $I = \{\emptyset, \{c\}\}$ bir ideal tanımlansın. $\{b\}$ kümesi bir α-I-açık kümedir ancak pre-I-açık küme değildir.

Örnek 3.1.7.

(X, τ) bir topolojik uzay olsun $X = \{a, b, c, d\}$, $\tau = \{\emptyset, X, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, c\}\}$ ve $I = \{\emptyset, \{d\}\}$olarak verilsin.

(1) $\{a\}$ kümesi bir pre-I-açık ancak α-I-açık küme değildir.

(2) $\{a\}$kümesi birβ-I-açık ancak semi I-açık küme değildir.

Örnek 3.1.8.

(X, τ, I) bir ideal topolojik uzay olsun. $X = \{a, b, c\}$, $\tau = \{\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}, X\}$ kümesi verilsin ve $I= \{\emptyset, \{c\}\}$ ideali tanımlansın. Böylece;

(1) $\{a\}$ kümesi bir semi-I-açık kümedir ancak α-I-açık küme değildir..

(2) $\{a, c\}$ kümesi birβ-I-açık kümedir ancak pre-I-açık küme değildir.

3.2 İdeal Topolojik Uzaylarda Süreklilik ve Bazı Ayrışımları

Tanım 3.2.1.

$f : (X, \tau, I) \rightarrow (Y,\varphi)$ fonksiyonu verilsin. Eğer her $V \in \varphi$ kümesi verilsin.Eğer f fonksiyonu için, $f^{-1}(V) \in IO(X,\tau)$ oluyor ise f fonksiyonuna ***I*-sürekli fonksiyon** (Abd El-Monsef vd., 1992) denir.

Tanım 3.2.2.

$f : (X, \tau, I) \rightarrow (Y, \varphi)$ fonksiyonu ve herhangi bir $V \in \varphi$ kümesi verilsin. Eğer f fonksiyonu için, $f^{-1}(V) \in \alpha IO(X,\tau)$ ise; f fonksiyonuna **α-*I*-sürekli fonksiyon** (Hatir ve Noiri, 2002) denir.

Örnek 3.2.1.

X= {a,b,c,d} kümesi üzerinde I ideali ve bir τ topolojik uzayı şu şekilde olsun; I={Ø, {c}}, τ= {Ø, X, {d},{a,b,c}}, υ={Ø, X, {d}}. Birim fonksiyon f: (X, τ, I)→(X,υ) ise α-I-sürekli fonksiyon olur.

Tanım 3.2.3.

$f : (X, \tau, I) \to (Y, \varphi)$ fonksiyonu ve herhangi bir $V \in\varphi$ kümesi verilsin. Eğer f fonksiyonu için, $f^{-1}(V)\in SIO(X,\tau)$ ise; f fonksiyonuna **semi-*I*-sürekli fonksiyon** (Hatir ve Noiri, 2002) denir.

Tanım 3.2.4.

$f : (X, \tau, I) \to (Y, \varphi)$ fonksiyonu ve herhangi bir $V \in\varphi$ kümesi verilsin. Eğer f fonksiyonu için, $f^{-1}(V)\in PIO(X,\tau)$ ise f fonksiyonuna **pre-*I*-sürekli fonksiyon** (Dontchev, 1996) denir.

Örnek 3.2.4.

(X,τ,I) ideal topolojik uzayı X = {a,b,c,d} kümesi üzerinde τ = {∅,{a,c},{d},{a,c,d},X} topolojisi verilsin ve I = {∅,{c},{d},{c,d}} ideali verilsin. Ayrıca σ = {∅,{a,c,d},X}. f :(X,τ,I) → (X,σ) fonksiyonu pre-I-sürekli fonksiyon olur.

Tanım 3.2.5.

$f : (X, \tau, I) \to (Y, \varphi)$ fonksiyonu ve herhangi bir $V \in\varphi$ kümesi verilsin. Eğer f fonksiyonu için, $f^{-1}(V)\in\beta IO(X,\tau)$ ise, f fonksiyonuna **β-*I*-sürekli fonksiyon** (Hatir ve Noiri, 2002) denir.

Örnek 3.2.5.

$X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde τ topolojik uzayı ve I ideali verilsin. $\tau = \{\varphi,X,\{c\}, \{a,b\},\{a,b,c\}\}$,$\sigma = \{\varphi,X,\{c\},\{d\},\{c,d\}$ $I = \{\varphi,\{b\},\{c\},\{b,c\}\}$. Birim fonksiyon $f : (X,\tau,I) \rightarrow (Y,\sigma)$ ise $f(a) = f(b) = c$, $f(c) = b$, $f(d) = a$, β-I-sürekli fonksiyon olur.

Verilen tanımların diyagramı bu aşağıda verilmiştir. Geçişlerin tersi genellikle doğru olmadığı Örnek 3.2.6' da örneklendirilmiştir.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{I-sürekli} \arrow[r] & \boldsymbol{\alpha}\textbf{-I-sürekli} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{pre-I-sürekli} \arrow[d] \\
& \textbf{Semi-I-sürekli} \arrow[r] & \boldsymbol{\beta}\textbf{-I-sürekli}
\end{tikzcd}$$

Şekil 3.2. İdeal sürekli fonksiyonların diyagramı

Örnek3.2.6.

(X,τ,I) ideal topolojik uzayı verilsin. $X = \{a,b,c,d\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{\emptyset,\{a,c\},\{d\},\{a,c,d\},X\}$ topolojisi ve $I = \{\emptyset,\{c\},\{d\},\{c,d\}\}$ideali verilsin. $\sigma = \{\emptyset,\{a,c,d\},X\}$ alınsın. Birim fonksiyon $f:(X,\tau,I) \rightarrow (X,\sigma)$ ise f fonksiyonu pre-I-sürekli fonksiyondur ama I-sürekli fonksiyon değildir.

BÖLÜM IV

SOFT TOPOLOJİK UZAYLARDA AÇIK KÜMELER VE SÜREKLİLİĞİ

4.1 Soft Topolojik Uzaylarda Bazı Açık Kümeler

Tanım 4.1.1.

U bir evrensel küme, E parametrelerin kümesi ve $Ø=A \subset E$ olsun. Eğer $f:\rightarrow P(U)$ şeklinde bir dönüşüm varsa bu durumda (F,A) ikilisi, U üzerinde bir **soft küme** (Molodtsov, 1999) denir.

Tanım 4.1.2.

X evrensel küme ve E'de parametrelerin boştan farklı bir kümesi olsun. X üzerindeki soft kümelerin bir ailesi τ olsun.Eğer τ aşağıdaki özellikleri sağlıyor ise τ' ya X üzerinde bir soft topoloji; (X,τ,E) uzayına da,X üzerinde bir **soft topolojik uzay** (Shabir ve Naz, 2011) denir.

i. Φ, Soft kümeleri τ'ya aittir.
ii. τ'ya ait kümelerin herhangi sayıdaki birleşimi τ'ya aittir.
iii. τ'ya ait herhangi iki kümenin kesişimi, τ'ya aittir.

Tanım 4.1.3.

(X,τ,E), X üzerinde bir soft topolojik uzay olsun. Bu durumda τ'ya ait soft kümelerin her birine, X üzerinde bir **soft açık küme** (Shabir ve Naz, 2011) denir.

Tanım 4.1.4.

(X, τ, E) soft topolojik uzayı üzerinde verilen bir (F, E) soft kümesi $(F, E) \subseteq (F, E)^{o-o}$ şartını sağlıyor ise **soft α-açık küme** (Arockiarani ve Lancy, 2013) denir.

Tanım 4.1.5.

(X,τ,E) soft topolojik uzayı üzerinde verilen bir (F,E) soft kümesi $(F,E)\subseteq(F,E)^{o-}$ şartını sağlıyor ise **soft semi açık küme** (Yumak ve Kaymakcı, 2013) denir.

Tanım 4.1.6.

(X,τ,E) soft topolojik uzayı üzerinde verilen bir (F,E) soft kümesi $(F,E)\subseteq (F,E)^{-o}$ şartını sağlıyor ise **soft pre-açık küme** (Arockiarani ve Lancy, 2013) denir.

Tanım 4.1.7.

(X, τ, E) soft topolojik uzayı üzerinde verilen bir (F, E) soft kümesi $(F, E) \subseteq (F, E)^{-o-}$ şartını sağlıyor ise **soft β-açık küme** (Arockiarani ve Lancy, 2013) denir.

Örnek 4.1.1.

$X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $E = \{e_1, e_2\}$ ve aşağıdaki gibi tanımlanan (F_1, E), (F_2, E), (F_3, E), (F_4, E), (F_5, E) (F_6, E) ve (F_7, E), X üzerinde soft kümeler olmak üzere, $\tau = \{\Phi,\tilde{X}, (F_1, E), (F_2, E), (F_3, E), (F_4, E), (F_5, E), (F_6, E), (F_7, E)\}$ ailesi, X üzerinde bir soft topoloji oluşturur.

$F_1(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $F_1(e_2) = \{x_1, x_2\}$ $F_2(e_1) = \{x_2\}$ $F_2(e_2) = \{x_1, x_3\}$
$F_3(e_1) = \{x_2, x_3\}$ $F_3(e_2) = \{x_1\}$ $F_4(e_1) = \{x_2\}$ $F_4(e_2) = \{x_1\}$
$F_5(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $F_5(e_2) = X$ $F_6(e1) = X$ $F_6(e_2) = \{x_1, x_2\}$
$F_7(e_1) = \{x_2, x_3\}$ $F_7(e_2) = \{x_1, x_3\}$

Şimdi, X de $(F_6, E) = \{ X, \{x_1, x_2\}\}$ soft açık kümesini ve$(G, E) = \{\{x_2, x_3\}, \{x_1, x_2\}\}$, $(H, E) = \{\emptyset, \{x_1\}\}$ soft kümelerini göz önüne alalım.

Bu durumda;

$(F_6, E)^{o-o} = \tilde{X}$ olduğundan, $(F_6, E) \subseteq (F_6 , E)^{o-o}$ olup (F_6, E) soft α-açıktır.

$(F_6, E)^{-o} = \tilde{X}$ olduğundan, $(F_6, E) \subseteq (F, E)^{-o}$ olup (F_6, E) soft pre-açıktır.

$(F_6, E)^{o-} = \tilde{X}$ olduğundan, $(F_6, E) \subseteq (F, E)^{o-}$ olup (F_6, E) soft semi-açıktır.

$(F_6, E)^{-o-} = \tilde{X}$ olduğundan, $(F_6, E) \subseteq (F, E)^{-o-}$ olup (F_6, E) soft β-açıktır.

$(G, E)^{o-o} = \tilde{X}$ olduğundan, $(G, E) \subseteq (G, E)^{o-o}$ olup (G, E) soft α-açıktır.

$(G, E)^{-o} = \tilde{X}$ olduğundan, $(G, E) \subseteq (G, E)^{-o}$ olup (G, E) soft pre-açıktır.

$(G, E)^{o-} = \tilde{X}$ olduğundan, $(G, E) \subseteq (G, E)^{o-}$ olup (G, E) soft semi-açıktır.

$(G, E)^{-o-} = \tilde{X}$ olduğundan, $(G, E) \subseteq (G, E)^{-o-}$ olup (G, E) soft β-açıktır.

$(H, E)^{o-o} = \Phi$ olduğundan, $(H, E) \subseteq (H, E)^{o-o}$ olup (H, E) soft α-açık değildir.

$(H, E)^{-o} = \tilde{X}$ olduğundan, $(H, E) \subseteq (H, E)^{-o}$ olup, (H, E) soft pre-açıktır.

$(H, E)^{o-} = \Phi$ olduğundan, $(H, E) \subseteq (H, E)^{o-}$ olup, (H, E) soft semi-açık değildir.

$(H, E)^{-o-} = \tilde{X}$ olduğundan, $(H, E) \subseteq (H, E)^{-o-}$ olup, (H, E) soft β-açıktır.

Önerme 4.1.1.

(X, τ, E) ayrık olmayan soft topolojik uzayındaki her soft β-açık küme, soft pre-açık kümedir.

İspat.

Eğer $(F, E) = \Phi$ ise; bu durumda (F, E), bir soft β-açık küme ve soft pre-açık kümedir.(F, E) $\neq \Phi$ olsun, $(F, E) \in S\beta\text{-}O(X) \rightarrow (F, E) \subseteq (F, E)^{-o-} = X = (F, E)^{-o}$ olur ise bu durumda (F, E), bir soft pre-açık kümedir.

Verilen tanımların diyagramı aşağıdaki verilmiştir. Geçişlerin tersi genellikle doğru olmadığı Örnek 4.1.2’de örneklendirilmiştir.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{Soft açık} \arrow[r] & \textbf{Soft α- açık} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{Soft semi-açık} \arrow[d] \\
 & \textbf{Soft pre-açık} \arrow[r] & \textbf{Soft β-açık}
\end{tikzcd}$$

Şekil 4.1. Soft açık kümelerin diyagramı

Örnek 4.1.2.

$X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $E = \{e_1, e_2\}$ ve $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F_1, E),(F_2, E), ...,(F_7, E)\}$ $(F_1, E),(F_2, E), \ldots,(F_7, E)$ X üzerindeki soft kümeler aşağıdaki gibidir.

$F_1(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $F_1(e_2) = \{x_1, x_2\}$
$F_2(e_1) = \{x_2\}$ $F_2(e_2) = \{x_1, x_3\}$
$F_3(e1) = \{x_2, x_3\}$ $F_3(e_2) = \{x_1\}$
$F_4(e_1) = \{x_2\}$ $F_4(e_2) = \{x_1\}$
$F_5(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $F_5(e_2) = X$
$F_6(e_1) = X$ $F_6(e_2) = \{x_1, x_2\}$
$F_7(e_1) = \{x_2, x_3\}$ $F_7(e_2) = \{x_1, x_3\}$

Sonra τ, X üzerinde soft bir topoloji tanımlar ve bu nedenle (X, τ, E), X üzerinde soft topolojik uzaydır. Şimdi (X, τ, E) 'de soft bir küme (H, E) verildiği gibi tanımlanır:

$H(e_1) = \varphi$, $H(e_2) = \{x_1\}$

Sonra (H, E) soft pre-açık kümedir fakat soft α-açık küme değildir. Ayrıca soft β-açık kümedir fakat soft semi açık küme değildir.

4.2 Soft Topolojik Uzaylarda Süreklilik

Tanım 4.2.1.

(X, τ, E) ve (Y, τ, E) iki soft topolojik uzay olsunlar. Bir f : (X, τ, E) → (Y, τ, E) fonksiyonu; (Y, τ, E) de ki her (G, E) soft açık kümesi için, f^{-1} (G, E), (X, τ, E) de bir soft α-açık küme ise f fonksiyonuna **soft α-sürekli fonksiyon** (Yumak ve Kaymakçı, 2013) denir.

Tanım 4.2.2.

(X, τ, E) ve (Y, τ, E) iki soft topolojik uzay olsunlar. Bir f : (X, τ, E) → (Y, τ, E) fonksiyonu;(Y, τ, E) de ki her (G, E) soft açık kümesi için, f^{-1} (G, E), (X, τ, E) de bir soft semi-açık küme ise f fonksiyonuna **soft semi-sürekli fonksiyon** (Yumak ve Kaymakçı, 2013) denir.

Tanım 4.2.3.

(X, τ, E) ve (Y, τ, E) iki soft topolojik uzay olsunlar. Bir f : (X, τ, E) → (Y, τ, E) fonksiyonu; (Y, τ, E) de ki her (G, E) soft açık kümesi için, f^{-1} (G, E), (X, τ, E) de bir soft pre-açık küme ise f fonksiyonuna **soft pre-sürekli fonksiyon** (Yumak ve Kaymakçı, 2013) denir.

Tanım 4.2.4.

(X, τ, E) ve (Y, τ, E) iki soft topolojik uzay olsunlar. Bir f : (X, τ, E) → (Y, τ, E) fonksiyonu; (Y, τ, E) de ki her (G, E) soft açık kümesi için, f^{-1} (G, E), (X, τ, E) de bir soft β-açık küme ise f fonksiyonuna **soft $\boldsymbol{\beta}$-sürekli** (Yumak ve Kaymakçı, 2013) fonksiyon denir.

İncelenen sürekli kümelerle ilgili diyagram aşağıdaki gibidir. Örnek 4.2.1. ve Örnek 4.2.2.'de örneklendirme yapılmıştır.

$$\begin{tikzcd}
\textbf{Soft sürekli} \arrow[r] & \textbf{soft } \alpha\textbf{-sürekli} \arrow[r] \arrow[d] & \textbf{soft pre-sürekli} \arrow[d] \\
 & \textbf{Soft semi sürekli} \arrow[r] & \textbf{soft } \beta\textbf{-sürekli}
\end{tikzcd}$$

Şekil 4.2. Soft sürekli fonksiyonların diyagramı

Örnek 4.2.1.

X = Y = {x_1, x_2, x_3}, E = {e_1, e_2} olarak verilsin. Ayrıca X üzerinde soft ayrık olmayan topoloji ve Y üzerinde de soft ayrık topoloji tanımlansın. Eğer f (x_1) = x_2, f (x_2) = x_1, f (x_3) = $x_3$olacak şeklide f : (X, τ, E) → (Y, τ', E) fonksiyonu tanımlanırsa; bu durumda, f bir soft β-sürekli fonksiyon fakat, f bir soft semi-sürekli fonksiyon değildir.

Örnek 4.2.2.

$X = Y = \{x_1, x_2, x_3\}$, $E = \{e_1, e_2\}$ olarak verilsin. Bu durumda

$F_1(e_1) = \{x_1\}$ $F_1(e_2) = \{x_1\}$

$F_2(e_1) = \{x_2\}$ $F_2(e_2) = \{x_2\}$

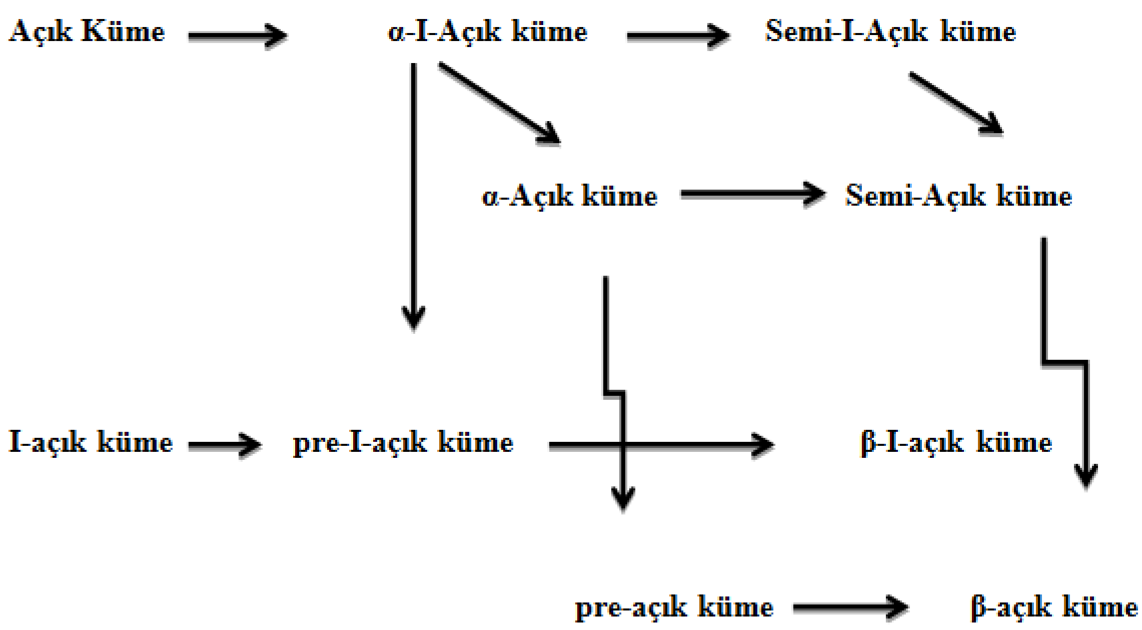
$F_3(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $F_3(e_2) = \{x_1, x_2\}$ ve

$G_1(e_1) = \{x_1\}$ $G_1(e_2) = \{x_1\}$

$G_2(e_1) = \{x_1, x_2\}$ $G(e_2) = \{x_1, x_2\}$ şeklinde tanımlanan soft kümeler için, $f(x_1) = x_2$, $f(x_2) = x_3$, $f(x_3) = x_2$ olacak şekilde $f : (X, \tau, E) \to (Y, \tau', E)$ fonksiyonunu alırsak; bu durumda, f, bir soft β-sürekli fonksiyondur fakat f bir soft pre-sürekli fonksiyon değildir.

BÖLÜM V

TOPOLOJİK UZAYLAR ARASINDAKİ BAZI ÖRÜNTÜLER



Şekil 5.1. Topolojik uzaylarda bazı açık kümelerin diyagramı

Uyarı 5.1.1.

Aşağıda verilen önermelerin tersleri genelde doğru değildir.

α-I-açık küme → α-açık küme
semi-I- açık küme → semi- açık küme
pre-I- açık küme → pre- açık küme
β-I- açık küme → β – açık küme

Uyarı 5.2.1.

Örnek 2.2.1.'de örneği verilen açık kümenin α-I-açık küme olduğu açıktır. Aynı şekilde Örnek 3.1.3.'de örneği verilen semi-I-açık kümenin semi açık küme olduğu açıktır.

KAYNAKLAR

Abd El-Monsef, M. E., El-Deeb, S. N. and Mahmoud, R. A., β-open sets and β-continuous mappings, ***Bull. Fac. Sci. Assiut Univ. A.***, 12, 77-90, 1983.

Abd El-Monsef, M. E., Lashien E. F. and Nasef, A. A., On *I*-open sets and *I*-continuous functions, ***Kyungpook Math. J.***, vol. 32(1), 21-30, 1992.

Arockiarani, I. and Lancy, A. A., Generalized soft g β-closed sets and soft gsβ-closed sets in soft topological spaces, ***International Journal of Math. Archive***, 4, 1-7, 2013.

Dontchev J., On pre-*I*-open sets and a decomposition of *I*-contiuity, ***Banyan Math. J.***, Vol. 2, 1996.

Hatir E. and Noiri T., On decompositions of continuity via idealization, ***Acta Math. Hungar.***, Vol. 96, 341-349, 2002.

Janković D. and Hamlett T. R., New topologies from old via ideals, ***Amer.Math.Monthly***, Vol. 97, 295-310, 1990.

Kuratowski, K., Topologie I, ***Warszawa***, 1933.

Levine, N., Semi open sets and semi continuity in topological spaces, ***Amer. Math. Monthly***, 70, 36-41, 1963.

Mashhour, A. S., Abd El-Monsef, M. E. and El-Deeb, S. N., On Pre-Continuous and Week Precontinuous Mappings, ***Proc. Math. & phys. Soc. Egypt***, Vol. 53, pp. 47-53, 1982.

Mashhour, A.S., Hasanein, L.A. and El-Deeb, S.N., α-continuity and α-open mappings, ***Acta Math. Hungar***. 41, No. 3-4, 213-218, 1983.

Molodtsov, D., Soft set theory-First results, ***Computers and Mathematics with Applications***, 37, 19-31, 1999.

Njastad, O., On some classes of nearly open sets, ***Pacific J. Math***., 15, 961-970, 1965.

Shabir, M. and Naz, M., On soft topological spaces, ***Computers and Mathematics with Applications***, 61, 1786-1799, 2011.

Tong, J., On decomposition of continuity in topological spaces, ***Acta Math. Hungar,*** 54, no: 1-2, 51-55. 1989.

Yumak, Y. and Kaymakcı, A.K., Soft beta open sets and their applications, ***Journal of New Theory***, 2013.

ÖZ GEÇMİŞ

Enes Egemen DEVRAN 1990 yılında Niğde'de doğmuştur. İlk, orta ve lise eğitimini Niğde'de tamamladıktan sonra 2014 yılında Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Matematik Bölümünden mezun olmuştur. Niğde Çiftlik İlçesi Mal Müdürlüğü'nde ve Adana İl Göç İdaresi Müdürlüğünde memur olarak çalışmış olup, şu anda Şanlıurfa Akçakale ilçesinde matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.