

T.C.  
Niğde Üniversitesi  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

LYAPUNOV KARARLI ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ  
ADAPTİF FİLTRE TASARIMI

DOKTORA TEZİ

ENGİN CEMAL MENGÜÇ

T.C.  
NİĞDE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

LYAPUNOV KARARLI ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ  
ADAPTİF FİLTRE TASARIMI

ENGİN CEMAL MENGÜÇ

Doktora Tezi

Danışman

Prof. Dr. Nurettin ACIR

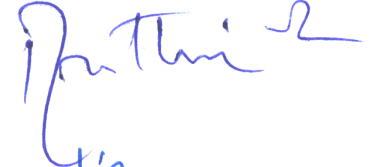
Mayıs 2016

**Engin Cemal MENGÜÇ** tarafından **Nurettin ACIR** danışmanlığında hazırlanan “**LYAPUNOV KARARLI ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ ADAPTİF FİLTRE TASARIMI**” adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Elektrik Elektronik Mühendisliği** Ana Bilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Nurhan KARABOĞA, Erciyes Üniversitesi



Üye : Prof. Dr. Nurettin ACIR, Bursa Teknik Üniversitesi



Üye : Doç. Dr. Aytekin BAĞIŞ, Erciyes Üniversitesi



Üye : Yrd. Doç. Dr. Fuat KARAKAYA, Niğde Üniversitesi



Üye : Yrd. Doç. Dr. Kamil Fatih DİLAVER, Niğde Üniversitesi



**ONAY:**

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından .../.../20... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun .../.../20... tarih ve ..... sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

...../...../20...

**Doç. Dr. Murat BARUT**  
**MÜDÜR**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Engin Cemal MENGÜÇ

## ÖZET

### LYAPUNOV KARARLI ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ ADAPTİF FİLTRE TASARIMI

MENGÜÇ, Engin Cemal

Niğde Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Nurettin ACIR

Mayıs 2016, 115 sayfa

Bu tez çalışmasında, Lyapunov kararlılık teorisi (LKT) ve artırılmış istatistik kullanılarak dairesel olmayan sinyaller için artırılmış kompleks değerli adaptif filtre tasarımı gerçekleştirilmiştir. Literatürde, artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar aynı zamanda geniş lineer algoritmalar olarak da isimlendirilir. Önerilen filtre tasarımı, hem LKT hem de artırılmış istatistik göz önünde bulundurularak bir eşitsizlik kısıtlı eniyileme problemi olarak ifade edilmiştir. Bu eniyileme problemi, Lagrange çarpanlar metodu ve  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak çözülmüştür. Bu çalışmada LKT ve artırılmış istatistik kullanılarak adaptif filtrenin başarımının geliştirilmesi, kompleks değerli dairesel olmayan sinyallerin işlenmesinde önemli bir yeniliktir. Ayrıca önerilen algoritmanın, kararlılık analizleri teorik olarak yapılmış ve durağan sinyaller için Wiener çözüme yakınsadığı istatistiksel olarak gösterilmiştir. Önerilen algoritmanın başarımı, kompleks değerli adaptif tahmin ve sistem tanımlama problemleri üzerinde test edilmiş ve diğer algoritmalarla karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçları, sunulan adaptif filtre algoritmasının başarımının, diğer algoritmalara göre daha yüksek olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak; Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı garanti eden ve ikinci dereceden istatistiksel özelliklerin tamamını içeren dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin işlenmesi için bir kompleks değerli adaptif filtre tasarımı sunulmuştur.

*Anahtar Sözcükler:* Lyapunov kararlılık teorisi, artırılmış istatistik, kompleks değerli adaptif filtre.

## SUMMARY

### DESIGN OF LYAPUNOV STABILITY BASED AUGMENTED COMPLEX VALUED ADAPTIVE FILTER

MENGÜÇ, Engin Cemal

Nigde University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Nurettin ACIR

May 2016, 115 pages

In this thesis study, the design of an augmented complex valued adaptive filter is achieved using Lyapunov stability theory (LST) and augmented statistics. In literature, the augmented statistics based algorithms are also termed as widely linear algorithms. The design of the proposed filter is constructed as an inequality constrained optimization problem by considering both LST and augmented statistics. The optimization problem is solved by using Lagrange multipliers method and  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  calculus. In this study, the performance improvement of the adaptive filter by jointly using LST and augmented statistics is an important novelty for processing of complex valued noncircular signals. Moreover, the stability analyses of the proposed algorithm are statistically performed, and it is theoretically proved that the proposed algorithm converges to Wiener solution for stationary signals. The performance of the proposed algorithm is tested on complex valued adaptive prediction and system identification problems and compared with other algorithms. The simulation results show that the performance of the proposed adaptive filter algorithm is higher than other algorithms. As a result, a complex valued adaptive filter design for the processing of noncircular complex valued signals is presented providing asymptotic stability in the sense of Lyapunov and including all second order statistical properties.

*Keywords:* Lyapunov stability theory, augmented statistics, complex valued adaptive filter.

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, Lyapunov kararlılık teorisi (LKT) ve artırılmış istatistik kullanılarak dairesel olmayan sinyaller için artırılmış kompleks değerli adaptif filtre tasarımı gerçekleştirilmiştir. Önerilen algoritmanın başarımı, kompleks değerli adaptif tahmin ve sistem tanımlama problemleri üzerinde test edilmiştir ve diğer algoritmalarla karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçları, sunulan adaptif filtrenin başarımının, diğer adaptif filtre algoritmalarına göre daha yüksek olduğunu göstermiştir.

Sonuç olarak; Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı garanti eden ve ikinci dereceden istatistiksel özelliklerin tamamını içeren dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin işlenmesi için bir kompleks değerli adaptif filtre tasarımı sunulmuştur.

Bu tez çalışmasının hazırlanmasında bilgi, tecrübe ve desteğini benden esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Nurettin ACIR'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Doktora çalışmam süresince katkıları ve yön verici yorumlarından dolayı değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Nurhan KARABOĞA'ya ve Yrd. Doç. Fuat KARAKAYA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezi, maddi ve manevi destekleri ile yanımda olduklarını her daim hissettiren babam Kerim Aslan MENGÜÇ'e, annem Fatma MENGÜÇ'e, kardeşlerime ve hayat arkadaşım Zehra MENGÜÇ'e ithaf ediyorum.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	iv
SUMMARY .....	v
ÖN SÖZ .....	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ .....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	xi
SİMGE VE KISALTMALAR .....	xiii
BÖLÜM I GİRİŞ .....	1
1.1 Materyal Metot .....	13
1.1.1 Lyapunov kararlılık teorisi.....	13
1.1.2 Kompleks rastgele değişkenlerin ve vektörlerin istatistiği .....	14
1.1.3 Kompleks rastgele değişkenler / vektörler için düzenlilik (ikinci dereceden dairesellik) ve dairesellik ifadeleri.....	15
1.1.4 Artırılmış istatistik (Augmented statistics).....	17
1.1.5 Kompleks değerli sinyallerin ikinci dereceden daireselliğinin ölçümü.....	18
1.1.6 $\mathbb{C}\mathbb{R}$ analiz ( $\mathbb{C}\mathbb{R}$ calculus).....	18
BÖLÜM II KOMPLEKS DEĞERLİ LKT TABANLI ADAPTİF FİLTRE ALGORİTMASININ TASARIMI .....	23
2.1 Kompleks Değerli LKT Tabanlı Adaptif Filtre Algoritmasının Tasarımı.....	23
2.2 CLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesi	30
2.3 CLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesine Yeni Bir Yaklaşım .....	33
2.4 CLAF Algoritmasının Wiener Çözümü.....	34
2.5 CLAF Algoritmasının Farklı Adaptasyon Kazanç Oranı ve Adım Büyüklüğü Değerleri için Kararlılık Analizi .....	36

BÖLÜM III ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ LKT TABANLI ADAPTİF FİLTRE ALGORİTMASININ TASARIMI.....	41
3.1 Artırılmış Kompleks Değerli LKT Tabanlı Adaptif Filtre Algoritmasının Tasarımı	41
3.2 ACLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesi .	51
3.3 ACLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesine Yeni Bir Yaklaşım .....	54
3.4 ACLAF Algoritmasının Wiener Çözümü.....	56
3.5 ACLAF Algoritmasının Farklı Adaptasyon Kazanç Oranı ve Adım Büyüklüğü Değerleri için Kararlılık Analizi .....	57
BÖLÜM IV BENZETİM SONUÇLARI VE TARTIŞMA .....	63
4.1 Adaptif Tahmin Problemi (Adaptive Prediction Problem).....	63
4.1.1 Birim varyanslı, sıfır ortalamalı kompleks beyaz Gauss gürültü ( $n(k)$ ).....	66
4.1.2 Dairesel AR(4) süreci .....	67
4.1.3 Dairesel olmayan ARMA(4,1) süreci .....	68
4.1.4 Dairesel olmayan Ikeda sinyali.....	69
4.1.5 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 .....	70
4.1.6 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 .....	71
4.1.7 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3 .....	72
4.2 Sistem Tanımlama Problemi (System Identification Problem) .....	84
4.2.1 Kompleks değerli geniş lineer sistem tanımlama problemi.....	85
4.2.2 Kompleks değerli lineer sistem tanımlama problemi .....	91
4.3 ACLAF ve CLAF Algoritmasının Hesap Yüğü .....	97
BÖLÜM V SONUÇ.....	99
KAYNAKLAR .....	105
ÖZ GEÇMİŞ.....	113
TEZ ÇALIŞMASI BOYUNCA ÜRETİLEN ESERLER.....	114

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. AR(4), ARMA(4,1) ve Ikeda sinyalleri için algoritmaların $R_p$ (dB) tahmin kazançları.....	74
Çizelge 4.2. Farklı rüzgar sinyalleri için algoritmaların $R_p$ (dB) tahmin kazançları.....	74
Çizelge 4.3. AR(4) sinyali için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları .....	81
Çizelge 4.4. ARMA(4,1) sinyali için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları.....	81
Çizelge 4.5. Ikeda sinyali için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları .....	82
Çizelge 4.6. Rüzgar sinyali-1 için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları .....	82
Çizelge 4.7. Rüzgar sinyali-2 için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları .....	82
Çizelge 4.8. Rüzgar sinyali-3 için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların $R_p$ (dB) başarımları .....	83
Çizelge 4.9. WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE başarımları .....	88
Çizelge 4.10. CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmaları tarafından bulunan WL-MA(4) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri .....	88
Çizelge 4.11. ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları tarafından bulunan WL-MA(4) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri.....	89
Çizelge 4.12. WL sistem tanımlama problemi için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları .....	90
Çizelge 4.13. Lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE başarımları .....	94
Çizelge 4.14. CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmaları tarafından bulunan lineer MA(1)	

sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri.....	94
Çizelge 4.15. ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları tarafından bulunan lineer MA(1) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri.....	94
Çizelge 4.16. Lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için farklı $\mu$ değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları .....	96
Çizelge 4.17. Algoritmaların bir iterasyon için hesap yükleri.....	97



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Adaptif filtre blok diyagramı.....	23
Şekil 2.2. CLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel kompleks değerli AR(4) sinyal b) Dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan kompleks değerli Ikeda .....	37
Şekil 2.3. CLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3 .....	38
Şekil 2.4. Sistem tanımlama probleminde CLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için MSE (dB) başarımının değişimi a) WL-MA(4) sistem b) Lineer MA(1) sistem ....	40
Şekil 3.1. Geniş lineer model tabanlı adaptif filtre blok diyagramı.....	41
Şekil 3.2. ACLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel kompleks değerli AR (4) sinyal b) Dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan kompleks değerli Ikeda sinyali.....	59
Şekil 3.3. ACLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3 .....	60
Şekil 3.4. Sistem tanımlama probleminde ACLAF algoritmasının farklı $\mu$ ve $\kappa$ değerleri için MSE (dB) başarımının değişimi a) WL-MA(4) sistem b) Lineer MA(1) sistem .....	61
Şekil 4.1. a) Birim varyanslı, sıfır ortalamalı kompleks Gauss gürültü sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans .....	66
Şekil 4.2. a) Dairesel AR(4) sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans .....	67
Şekil 4.3. a) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans.....	68
Şekil 4.4. a) Ikeda sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans.....	69
Şekil 4.5. a) Rüzgar sinyali-1 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans	70
Şekil 4.6. a) Rüzgar sinyali-2 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans	71
Şekil 4.7. a) Rüzgar sinyali-3 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans	72

Şekil 4.8. Algoritmaların MSE (dB) başarımı a) Dairesel AR(4) sinyali b) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan Ikeda sinyali.....	75
Şekil 4.9. Algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre $R_p$ (dB) başarımı a) Dairesel AR(4) sinyali b) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan Ikeda .....	77
Şekil 4.10. Algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre $R_p$ (dB) başarımı a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3 .....	79
Şekil 4.11. WL-MA(4) sisteme ait blok diyagram .....	85
Şekil 4.12. a) WL-MA(4) sistemin çıkış sinyali ( $d(k)$ ) b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans.....	86
Şekil 4.13. WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE (dB) başarımı.....	87
Şekil 4.14. WL-MA(4) sistem tanımlama probleminde algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları .....	89
Şekil 4.15. a) Lineer MA(1) sistemin çıkış sinyali ( $d(k)$ ) b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans.....	92
Şekil 4.16. Lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için Algoritmaların MSE başarımı .....	93
Şekil 4.17. Lineer MA(1) sistem tanımlama probleminde algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları .....	95

## SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
$R_p$	Standart Tahmin kazancı
$V(\bullet)$	Lyapunov fonksiyonu
$z$	Kompleks değerli değişken
$\mathbf{z}$	Kompleks değerli vektör
$\sigma_z^2$	Kompleks değerli rastgele değişken $z$ 'in varyansı
$\tilde{\sigma}_z^2$	Kompleks değerli rastgele değişken $z$ 'in sözde-varyansı
$E\{\bullet\}$	Beklenen değer
$\mathbf{C}_{zz}$	Kompleks değerli rastgele vektör $\mathbf{z}$ 'in kovaryans matrisi
$\mathbf{P}_{zz}$	Kompleks değerli rastgele vektör $\mathbf{z}$ 'in sözde-kovaryans matrisi
$\mathbf{z}^a$	Artırılmış kompleks vektör
$\mathbf{C}_{\mathbf{z}^a \mathbf{z}^a}$	Artırılmış kovaryans matris
$r$	Dairesellik indeksi
$\mathbb{C}$	Kompleks düzlem
$\mathbb{R}$	Reel düzlem
$M$	Filtre derecesi
$\mathbf{x}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$k$ anındaki $M \times 1$ boyutlu kompleks değerli filtre giriş sinyali
$y(k) \in \mathbb{C}$	$k$ anındaki kompleks değerli filtre çıkış sinyali
$e(k) \in \mathbb{C}$	$k$ anındaki kompleks değerli filtre hata sinyali
$d(k) \in \mathbb{C}$	$k$ anındaki kompleks değerli beklenen sinyal
$n(k) \in \mathbb{C}$	$k$ anındaki kompleks değerli gürültü sinyali
$\mathbf{w}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$k$ anındaki $M \times 1$ boyutlu kompleks değerli ağırlık vektörü
$\lambda$	Lagrange çarpanı
$sign(\bullet)$	İşaret fonksiyonu

$F(\bullet)$	Lagrange fonksiyonu
$\kappa$	Adaptasyon kazanç oranı
$\alpha(k) \in \mathbb{C}$	$k$ anındaki ön kestirim hatası
$V(k)$	$k$ anındaki Lyapunov fonksiyonu
$\mu$	Adım büyüklüğü
$\varepsilon$	Mümkün olduğunca küçük pozitif sabit
$\mathbf{w}(0)$	$\mathbf{w}(k)$ ağırlık vektörüne ait başlangıç bilgisi
$\mathbf{w}_0$	En iyi ağırlık vektörünü
$\mathbf{c}(k)$	Ağırlık hata vektörü
$\mathbf{R}$	Öz ilinti matrisi
$\Lambda$	Pozitif öz değerlerinden oluşan köşegen matris
$\mathbf{Q}$	Öz vektörlerin matrisi
$\lambda_n$	$\mathbf{R}$ 'nin $n$ th öz değeri
$\lambda_{\max}$	$\mathbf{R}$ 'nin maksimum öz değeri
$\mathbf{h}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$k$ anındaki $M \times 1$ boyutlu geniş lineer filtreye ait standart ağırlık vektörü
$\mathbf{g}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$k$ anındaki $M \times 1$ boyutlu geniş lineer filtreye ait eşlenik ağırlık vektörü
$\mathbf{w}_0^a \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$	$2M \times 1$ boyutlu en iyi artırılmış ağırlık katsayıları vektörü
$\mathbf{g}_0 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$M \times 1$ boyutlu en iyi eşlenik ağırlık vektörü
$\mathbf{h}_0 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$	$M \times 1$ boyutlu en iyi standart ağırlık vektörü
$\mathbf{w}^a(k) \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$	$k$ anındaki $2M \times 1$ boyutlu artırılmış ağırlık katsayıları vektörü
$\mathbf{x}^a(k) \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$	$k$ anındaki $2M \times 1$ artırılmış giriş vektörü
$\mathbf{C}_{xx}^a$	Artırılmış ilinti matrisi
$\mathbf{c}^a(k)$	Artırılmış ağırlık hata vektörü
$\mathbf{P}_{d,x^a}$	Çapraz ilinti vektörü
$Tr(\bullet)$	Matris izi

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
CLMS	Kompleks En Küçük Kare
LMP-LMS	En Küçük Faz-En Küçük Kare
WL	Geniş Lineer
CSP	Ortak Uzamsal Örüntü
ACLMS	Artırılmış Kompleks Değerli En Küçük Kare
ACEKF	Artırılmış Kompleks Genişletilmiş Kalman Filtresi
ACRTRL	Artırılmış Kompleks Geçek-Zamanlı Tekrarlı Öğrenme
LMS	En Küçük Kare
RLS	Özyinelemeli En Küçük Kare
LKT	Lyapunov Kararlılık Teorisi
CLAF	Kompleks Değerli Lyapunov Kararlılık Teorisi Tabanlı Adaptif Filtre
ACLAF	Artırılmış Kompleks Değerli Lyapunov Kararlılık Teorisi Tabanlı Adaptif Filtre
WL-MA	Geniş Lineer Yürüyen Ortalama
MA	Yürüten Ortalama
ACNLMS	Artırılmış Kompleks Değerli Normalize Edilmiş En Küçük Kare
CNLMS	Kompleks Değerli Normalize Edilmiş En Küçük Kare
MSE	Ortalama Kare Hata
MSD	Ortalama Kare Sapma
AR	Otoregresif
ARMA	Otoregresif Yürüyen Ortalama
PDF	Olasılık yoğunluk fonksiyonu

# BÖLÜM I

## GİRİŞ

Adaptif filtreler, bir eniyileme algoritmasına göre filtre ağırlık katsayılarını kendi yapıları içerisinde uyarlayabilen aygıtlardır. Bu uyarlanabilme özelliğinden dolayı iletişim, ses tanıma, kontrol sistemleri, radar, deprem bilimi ve biyomedikal mühendisliği alanlarında oldukça yaygın ve başarılı bir şekilde kullanılmaktadır (Haykin, 2002).

Adaptif filtre uygulamalarında genelde kaynak bilgisi olarak sinyalin genliği kullanılır (Mandic ve Goh, 2009). Bu yüzden kullanılan adaptif filtre yöntemleri reel değerli ve reel düzlemde sinyal işleme yapmaktadır. Yön ve şiddet bileşenlerine sahip gerçek dünya süreçlerinde (radar, sonar, vektör alanlar) ise faz bilgisine bakılması gerekir (Mandic ve Goh, 2009). Kompleks sinyaller, doğal olarak yapılarında faz bilgisini içerir. Ayrıca kompleks değerli sinyaller; reel ve imajiner veya faz ve genlik olarak ifade edilebilir. Birçok adaptif filtre algoritması, kompleks sinyaller için doğrudan uygulanamaz (Mandic ve Goh, 2009). Bu yüzden kompleks değerli adaptif filtreleme problemlerinin çözülebilmesi için yeni yöntemlerin geliştirilmesi gerekmektedir.

İlk olarak Widrow vd. (1975); kompleks en küçük kare (Complex least mean square (CLMS)) algoritmasını 1975 yılında gerçekleştirmiştir. Bu algoritma klasik en küçük kare (Least mean square (LMS)) algoritmasının reel düzlemde kompleks düzlemde genişletilmesi gibi düşünülebilir ve kompleks sinyal işleme için geliştirilen ilk algoritmadır.

Son zamanlarda, en küçük faz-en küçük kare (Least mean phase-least mean square (LMP-LMS)) algoritması, hem faz hem genlik sinyalinin anlık işlenmesi için geliştirilmiştir (Tarighat ve Sayed; 2004). Bu çalışma, özellikle genlikten çok faz bilgisinin önemli olduğu haberleşme uygulamalarında kullanışlıdır. LMP-LMS algoritması, hem faz hem de genlikte ortalama kare hatayı minimize etmeye çalışır fakat algoritmanın başarımı alçak genlikli sinyallerde düşmektedir.

Genelde kompleks değerli algoritmalar, reel düzlemde tasarlanan algoritmaların basit genişletilmiş uygulaması gibi düşünülebilir. Özellikle kompleks değerli rastgele

vektörlerin istatistiksel modellemeleri; reel düzlemde yapılan işlemlere benzer şekilde gerçekleştirilir. Örneğin, reel düzlemde kovaryans  $E\{\mathbf{xx}^T\}$  şeklinde olurken, kompleks düzlemde  $E\{\mathbf{xx}^H\}$  şekline dönüşür. Kompleks değerli rastgele vektörün dağılımı, kompleks uzay içerisinde ya kapalı yada açık simetriktir (veya dairesel). Bu varsayım bütün kompleks değerli sinyaller için doğru olmasa da sinyalin reel ve imajiner bileşenleri arasındaki bağımsızlığı ima eder (Tarighat ve Sayed; 2004). Böylece söz konusu kompleks değerli algoritmalar sadece dairesel simetrik dağılıma sahip kompleks sinyallerin alt kümeleri için uygundur.

1990 yıllarının başlarında sinyal işleme uygulamaları için artırılmış istatistiksel (Augmented statistics) yöntemler geliştirilmiştir. Picinbono (1994), Neeser ve Massey (1993); temel çalışma olarak kompleks dairesellik (Circularity) kavramını, kompleks rastgele değişkenlerin ikinci dereceden istatistiklerini ve kompleks sinyallerin geniş lineer modellemesini (Widely linear modelling) ortaya koymuşlardır.

(Picinbono, 1994)'de yapılan çalışmada, kompleks değerli rastgele bir sinyal rotasyona uğraması durumunda istatistiksel dağılımı değişmiyorsa dairesel sinyal aksi durumda dairesel olmayan sinyal olarak ifade edilmiştir. Yapılan çalışmayla bu kavram, kompleks istatistiklerin değerlendirilmesinde temel yapı taşı oluşturmuştur.

(Neeser Massey, 1993; Picinbono, 1996)'da ki çalışmalarda ise kompleks rastgele değişkenlerin ikinci-dereceden istatistikleri ele alınmıştır. Bu çalışmalarda kovaryans matrisinin, istatistiklerin modellenmesi için yeterli olmadığı görülmüş ve rastgele vektörlerin reel ve imajiner bileşenleri arasındaki ilişkinin tamamen tanımlanabilmesi için sözde-kovaryans (Pseudo-covariance) matrisinin gerekli olduğu gösterilmiştir. Böylece hem kovaryans hem de sözde-kovaryans matrisi, sinyale ait ikinci dereceden istatistiksel bilgilerin tamamının modellenmesi için gerekli olduğu gösterilmiştir. Aynı zamanda yapılan çalışmalarda, sözde-kovaryans matrisinin; ikinci-dereceden dairesel kompleks değişken (Proper) olması durumunda mevcut olmadığı ancak ikinci-dereceden dairesel olmayan kompleks (Improper) değişken olması durumunda mevcut olduğu ortaya konulmuştur.

Yukarıda bahsedilen çalışmalara dayanarak, kompleks değerli sinyallerin geniş lineer (Widely linear (WL)) modeli hem kovaryans hem de sözde-kovaryans bilgisini içerecek şekilde (Picinbono ve Chevalier, 1995)'de ki çalışmada önerilmiştir. Yapılan çalışmada, standart lineer modelin düzenli sinyaller için yeterli olduğu fakat düzensiz sinyaller için ise WL modelin uygun olduğu görülmüştür.

(Picinbono ve Bondon, 1997)'de ise bahsedilen yöntemlerin yüksek dereceli istatistiğe genişletilebileceğine dair bir çalışma yer almaktadır. Son zamanlarda kompleks istatistiklerin temel sonuçları; (Schreier ve Scharf, 2003) ve (Schreier ve Scharf, 2010) 'da ki çalışmalarda düzenlenmiştir. Özellikle (Schreier ve Scharf, 2003)'deki çalışmada, artırılmış kompleks istatistik kavramından bahsedilmiştir. Ayrıca bu çalışmada, kovaryans ve sözde-kovaryans matrisleri bir matris içerisinde birleştirilmiştir.

İlk olarak Van Den Bos (Van Den Bos,1995)'deki çalışmasında; kompleks gauss dağılımların genelleştirilmesini sağlamak için reel ve kompleks düzlemler arasındaki ikilikten (duality) yararlanmıştır.

(Wooding, 1956)'da yapılan çalışmada ise dairesel sinyaller için kompleks gauss dağılım kavramı; kompleks istatistiğin geleneksel özelliklerine dayanarak açıkça tanımlanmıştır. Böylece genelleştirilmiş kompleks gauss dağılımın, hem dairesel hem de dairesel olmayan gauss olasılık dağılımlarını modellemek için uygun olduğu gösterilmiştir.

Kompleks değerli rastgele sinyallerin dairesel olmama veya ikinci dereceden dairesel olmama durumlarının analizi sayesinde pratikte ilgilenilen sinyallerin önemli karakteristik özellikleri ortaya çıkarılarak başarımlar dikkate değer bir şekilde artırılmıştır. Literatürde bu sonuçları destekleyen birçok çalışma mevcuttur.

Haberleşme alanında yapılan çalışmalarda, dairesel olmayan ve ikinci dereceden dairesel olmayan sinyaller ile yoğun bir şekilde karşılaşmaktadır (Gerstacker vd., 2003; Schober vd., 2004; Jeon vd., 2006; Yoon ve Kim, 2006; Mirbagheri vd., 2006; Buzzi vd., 2006; Gelli vd., 2000). Birçok çalışmada ise bu tip sinyallerin tam istatistiksel özelliklerinden faydalanabilmek için geniş lineer model yapısı çok sık kullanılmaktadır (Gerstacker vd., 2003; Schober vd., 2004; Jeon vd., 2006; Yan ve Kim, 2006; Mirbagheri vd., 2006; Buzzi vd., 2006; Gelli vd., 2000).

(Gerstacker vd., 2003)'deki çalışmada, geniş lineer model tabanlı çeşitli denkleştirme (Equalization) yapıları önerilmiştir. Yapılan çalışmada, öncelikle alınan sinyal (Received signal) ve onun kompleks eşleniği ayrı ayrı filtrelenmiş ve lineer olarak birleştirilmiştir. Şayet alınan sinyal (filtrelenmiş sinyal); reel değerli bir veri dizisinin ve eşdeğer kompleks değerli simgeler arası etkileşim (Intersymbol interference) kanal dürtü yanıtının konvolüsyonu şeklinde ifade edilebilirse WL modelin avantajlı olacağından bahsedilmiştir. Yapılan analizlerin sonucunda; geniş lineer tabanlı tasarım, ele alınan uygulamaya bağlı olarak yani alıcı sinyalinin ikinci dereceden dairesel olmaması durumunda klasik tasarımlara göre daha iyi bir başarımla sergilediği gözlemlenmiştir.

Schober vd. (2004) yapmış olduğu çalışmada, doğrudan-sıralı kod-bölmeli çoklu erişim (Direct-sequence code-division multiple access (DS-CDMA) sistemlerinde çoklu erişim girişiminin (Multiple access interference) yok edilmesi problemi ele alınmıştır. Bahsedilen girişimin bastırılabilmesi için geniş lineer minimum ortalama-kare filtre yapısı kullanılmıştır ve filtre parametrelerini güncellemek için ise stokastik gradyan tabanlı algoritmalar önerilmiştir. Özellikle bu çalışmada, veri-destekli (Data-aided) geniş lineer LMS algoritması, kör (Blind) geniş lineer minimum-çıkış-enerji (Minimum-output-energy (MOE)) algoritması ve geniş lineer kör LMS algoritması önerilmiştir ve önerilen algoritmaların başarımları analizleri bahsedilen problem için yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda; önerilen geniş lineer tabanlı algoritmalar, lineer karşılıklarına göre yüksek başarımda çalıştırılmışlardır. Fakat yapılan çalışma sadece reel değerli modülasyon işlemlerinde etkin bir şekilde kullanılmıştır çünkü genlik kaydırmalı anahtarlama, ikili faz kaydırmalı anahtarlama, gauss minimum kaydırmalı anahtarlama ve karesel genlik modülasyonu gibi reel değerli modülasyon türleri ikinci dereceden dairesel olmayan sinyaller üretir ve bunların sözde-kovaryans matrisi sıfır değildir. Kompleks modülasyon türleri ise düzenli sinyaller üretir. Bu bahsedilen özelliklerden dolayı reel değerli modülasyon sistemlerinin alıcıları için geniş lineer filtreleme tekniklerine ihtiyaç vardır. (Schober vd., 2004)'de önerilen geniş lineer algoritmalar, kompleks değerli modülasyon sistemlerine uygun değildir ve bu yüzden Jeon vd. (2006) çalışmalarında, DS-CMA alıcıları için yeni bir geniş lineer MOE algoritması önermişlerdir. Bu çalışmadaki en önemli nokta, her ne kadar kompleks değerli modülasyonlar düzenli sinyal üretseler de ikinci dereceden dairesel olmayan girişimlerden veya gürültülerden dolayı yapıları bozulur ve ikinci dereceden dairesel olmayan sinyal yapısı sergilerler. Bu sebepten dolayı geniş lineer filtreleme yöntemleri

bu tür modülasyonlarda ihtiyaç haline gelmektedir. Yapılan analizlerin sonucunda (Jeon vd., 2006); geniş lineer tabanlı tasarım, ikinci dereceden dairesel olmayan kompleks modülasyon yapılarında klasik tasarımlara göre daha iyi başarımlar sergilemiştir ve girişim azaltılmıştır.

Yoon vd. (2006) yapmış oldukları çalışmada, (Gerstacker vd., 2003)'deki çalışmaya benzer şekilde alıcı sinyali elde etmişler ve yeni bir maliyet fonksiyonu kullanarak geniş lineer sinyal işleme tabanlı yeni bir kör çoklu kullanıcı algılama yöntemini geliştirmişlerdir. Yapılan çalışmada geniş lineer model, yapısında hem kovaryans hem de sözde-kovaryans bilgisini içerdiğinden dolayı ikinci dereceden dairesel olmayan sinyaller için bu çalışmada başarımları iyileştirmiştir. (Mirbagheri vd., 2006; Buzzi vd., 2006; Gelli vd., 2000)'deki çalışmalarda da sırasıyla geniş lineer model CDMA'da, kablosuz haberleşmede ve kör geniş lineer çoklu kullanıcı tanıma gibi alanlarda başarımları artırmış ve etkin bir şekilde kullanılmıştır.

Dairesel olmayan veya ikinci-dereceden dairesel olmayan sinyallerin ele alındığı diğer bir alan ise dizi işleme (Array processing) alanıdır (Chevalier ve Blin, 2007; Xu vd., 2013; Song vd., 2014; Chevalier vd., 2009). Dizi işlemenin temel amacı bir sensor dizisi üzerine ilgilenilen bir yada birden fazla çarpan sinyalin geliş yönünü (Direction of arrival) kestirmektir. Şayet burada ilgilenilen sinyal veya girişim ikinci dereceden dairesel olmayan bir sinyal ise ikinci dereceden istatistiksel özellikleri yapısında bulunduran geniş lineer tabanlı teknikler başarımları artırmak için kullanılabilir (Adalı vd., 2004). Chevalier ve Blin (2007) çalışmalarında, bilinmeyen sinyalin en iyi şekilde alınabilmesi için zamanla değişmeyen geniş lineer minimum varyans bozunumsuz cevap ışın şekillendirici önermişlerdir. Buradaki sinyal dairesel olmayan girişimlerden dolayı bozulmaktadır ve dalga şekli bilinmemektedir fakat sinyale ait yönlendirme vektörü bilinmektedir. Bu çalışmada önerilen yöntem sayesinde literatürde dairesel olmayan girişimler için yaygın kullanılan Capon'nun ışın şekillendiricisinin başarımları artırılmıştır. (Xu vd., 2013)'deki çalışmada ise (Chevalier ve Blin, 2007)'deki çalışmanın başarımlarını daha da geliştirmek için köşegen yükleme tekniği kullanılarak yeni bir geniş lineer minimum varyans bozunumsuz cevap ışın şekillendirici algoritması önerilmiştir. (Song vd., 2014; Chevalier vd., 2009)'da ki çalışmalarda, diğer çalışmalarda olduğu gibi ikinci dereceden dairesel olmayan sinyaller için geniş lineer tabanlı algoritmalar başarımları artırmıştır.

Dairesel olmayan ve ikinci dereceden dairesel olamayan sinyallerin yer aldığı diğer bir alanda biyomedikal mühendisliğidir. Dairesel olamayan sinyallere; fonksiyonel manyetik rezonans görüntüleme (Functional magnetic resonance imaging) elektrokardiyografide özniteliklerin çıkarılmasında, Electroencephalography (EEG) kayıtlarından göz kası hareketlerinin çıkarılması vb. bir çok biyomedikal uygulamalarında sıklıkla rastlanmaktadır. Literatürde bu tip sinyalleri inceleyen birçok çalışma mevcuttur (Adali vd., 2011; Li vd., 2011; Li vd., 2010; Zarzoso ve Comon, 2010; Javidi vd., 2009; Javidi vd., 2010; Javidi vd., 2011; Park vd., 2014).

Javidi ve arkadaşları çalışmalarında (Javidi vd., 2009; Javidi vd., 2010; Javidi vd., 2011); dairesel olmayan olasılık dağılımına sahip sinyaller için geniş lineer tabanlı kör kaynak çıkarım algoritmaları önermişlerdir. Bu çalışmada önerilen algoritmalar, gerçek dünya problemi olan EEG işaretinden göz kası aktivitelerinin çıkarımı üzerinde denenmiştir. 10-20 elektrot sistemi kullanılarak 6 adet elektrotun simetrik yerleştirilmesiyle EEG sinyali ölçülmüştür. Bu simetrik yerleştirme sayesinde her bir simetrik elektrottan alınan sinyaller kompleks değerli sinyal olarak değerlendirilmiş ve bu şekilde filtreleme işlemi gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmanın sonucunda; önerilen geniş lineer model tabanlı yaklaşımlar, dairesel olmayan kaynaklar için klasik yöntemlere göre daha yüksek başarımda çalıştırılmıştır. Sonuç olarak yapılan bu çalışmalarda da artırılmış kompleks istatistiğin getirmiş olduğu avantajlar açıkça görülmüştür. Artırılmış kompleks istatistiğin kullanıldığı diğer bir çalışmada, Park ve arkadaşların yapmış olduğu (Park vd., 2014) motor imgeleme görevlerinden dairesel olmayan EEG sinyallerinin sınıflandırılması için artırılmış kompleks istatistik tabanlı yeni bir ortak uzamsal örüntü (Common spatial pattern (CSP)) algoritmasıdır. Bu çalışmada; artırılmış kompleks istatistikler, CSP yönteminin optimal olarak kompleks düzlemde tasarlanması için uygulanmıştır. Yapılan çalışmada, artırılmış kompleks istatistiklerin kullanılmasının temel amacının sözde-kovaryans matrisinin içerdiği bilgiye ulaşmak olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca motor imgeleme görevlerini bir birinden ayırmak için ise güçlü-ilintisizlik dönüşümü (Strong-uncorrelating transform) kullanılmıştır. Bahsedilen dönüşüm kovaryans ve sözde-kovaryans matrisini köşegenleştirmek için kullanılmıştır. Sonuç olarak artırılmış istatistiksel özelliklerin yer aldığı CSP algoritması güçlü-ilintisizlik dönüşümü ile sınıflandırma başarımını artırmıştır.

Son zamanlarda geniş lineer yani artırılmış adaptif kestirim algoritmalarının kullanıldığı ve dairesel olmayan sinyallerin incelendiği diğer bir alanda güç sistemleri (Power systems) alanı olmuştur (Xia vd., 2011a; Xia ve Mandic, 2012; Xia vd., 2012). Bu alanda yapılan çalışmalar, dengesiz üç fazlı güç sistemlerinde ve akıllı şebekelerde (smart grid) geniş lineer tabanlı frekans bileşeninin kestirimi üzerinedir. Xia ve arkadaşlarının yapmış oldukları çalışmalarda (Xia vd., 2011a; Xia ve Mandic, 2012; Xia vd., 2012); öncelikle üç fazlı güç sistemleri  $\alpha\beta$  veya  $\alpha\beta 0$  dönüşümleri kullanılarak kompleks değerli sinyaller elde edilmiştir ve bu sinyallerin dairesel olmama durumu araştırılmıştır. Önerilen artırılmış kompleks istatistik tabanlı adaptif kestirim algoritmaları, dairesel olmayan kompleks değerli güç sinyallerinin frekans kestirimi için klasik kestirim algoritmalarından daha yüksek bir başarımla sergilemiştir. Yapılan bu çalışmalarla, artırılmış istatistikleri ve geniş lineer modelin güç sistemleri alanında başarımla artırmak için rahatlıkla kullanılabilceği gösterilmiştir.

Ayrıca reel sinyaller dönüşüm teknikleri kullanılarak (Örneğin; Fourier dönüşümü) kompleks düzlemde ifade edilebilirse, WL model yani artırılmış istatistik kullanılarak dairesel olmayan kompleks sinyallerin işlenmesinde başarımla artırılabilir (Mandic ve Goh, 2009). WL yani artırılmış istatistik tabanlı modellerde dikkat edilmesi gereken en önemli husus kompleks değerli sinyalin dairesellik derecesidir (Adali vd., 2011). Literatürde bu dairesellik derecesinin hesaplanabilmesi gerekli denklemler yer almaktadır (Xia vd., 2011a; Xia ve Mandic, 2012; Xia vd., 2012). Eğer kompleks değerli sinyalin dairesellik derecesi hesaplandığında elde edilen sonuç sıfır değerine çok yakın ise sinyal dairesel, eğer bir değerine çok yakın ise tam bir kompleks değerli dairesel olmayan sinyal olarak tanımlanmıştır (Adali vd., 2011; Xia vd., 2011a; Xia ve Mandic, 2012; Xia vd., 2012). Bu yüzden geniş lineer tabanlı modeller kullanılacak uygulamaya göre seçilmelidir (Adali vd., 2011). Eğer kompleks değerli sinyal düzenliyse veya daireselse hem lineer hem de geniş lineer tabanlı yaklaşımlar benzer sonuçları sergilerler. Hatta kompleks değerli bir sinyal için dairesellik derecesi veya sinyal gürültü oranı çok küçük ise dairesel modellerin yani lineer yaklaşımların kullanılması daha uygundur aksi durumda bu WL modelin başarımla düşmektedir (Adali vd., 2011).

Artırılmış kompleks istatistik yani geniş lineer model yaklaşımı, adaptif filtreleme algoritmalarında da oldukça yaygın ve etkin bir şekilde kullanılmıştır (Douglas, 2009; Javidi vd., 2008; Mandic vd., 2009; Douglas ve Mandic, 2010; Xia vd., 2010; Jelfs vd.,

2012; Xia vd., 2011a; Goh ve Mandic, 2007; Goh ve Mandic, 2006). Douglas (Douglas, 2009)'da yapmış olduğu çalışmada geniş lineer özyinelemeli en küçük kare (Widely linear recursive least square) algoritmasını adaptif ışın şekillendirme problemi için önermiştir. (Javidi vd., 2008; Mandic vd., 2009)'da yapılan çalışmalarda; rüzgar sinyalinin tahmini için artırılmış kompleks istatistikleri kullanarak artırılmış kompleks değerli en küçük kare (Augmented complex-valued least mean square (ACLMS)) algoritması önerilmiştir. Bu çalışmada gerçek dünya problemi olan rüzgar sinyali, hız ve yön bileşenleri dikkate alınarak kompleks sayı düzleminde ifade edilmiştir ve bu şekilde ACLMS algoritmasının başarımı değerlendirilmiştir. Önerilen ACLMS algoritması, literatürde yaygın kullanılan kompleks değerli CLMS algoritması ile karşılaştırılmış ve CLMS algoritmasına göre yüksek başarımda çalıştırılmıştır. Ayrıca belirtmek gerekir ki literatürde ACLMS algoritmasının uygulandığı, başarımlarının yapıldığı ve kompleks değerli sinyallerin dairesel olup olmama kriterlerinden bahsedildiği birçok çalışma mevcuttur (Javidi vd., 2008; Mandic vd., 2009; Douglas ve Mandic, 2010; Xia vd., 2010; Jelfs vd., 2012). Jelfs ve arkadaşları yapmış oldukları çalışmada (Jelfs vd., 2012), ikinci dereceden dairesel olmayan sinyallerin belirlenmesi için adaptif bir yaklaşım önermişlerdir. Bu çalışmada CLMS ve ACLMS'nin konveks kombinasyonları tabanlı yeni bir hibrit adaptif filtre, bütün kompleks sinyallerin gerçek zamanlı olarak dairesellik (veya dairesel olmama) derecesinin izlenebilmesi ve belirlenebilmesi için tasarlamıştır.

Yukarıda bahsedilen artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerde başarımlarını artırmıştır. Fakat bu önerilen algoritmaların başarımları dairesel sinyallerde ise kendilerinin klasik kompleks değerli karşılıkları ile benzer başarımlar göstermektedir.

Xia vd. (2011b), dairesel ve dairesel olmayan kompleks değerli sinyaller için dağılım adaptif kestirim için (Distributed adaptive estimation) algoritması önermiştir. Önerilen algoritma, hem dairesel hem de dairesel olmayan sinyaller için başarımlarını artırmıştır.

Son zamanlarda, artırılmış kompleks genişletilmiş kalman filtresi (Augmented complex extended Kalman filter (ACEKF)) ve artırılmış kompleks geçek-zamanlı tekrarlı öğrenme (Augmented complex real-time recurrent learning (ACRTRL)); artırılmış kompleks istatistikten ve geniş lineer modellemelerden faydalanılarak (Goh ve Mandic, 2006; Goh ve

Mandic, 2007)'de geliştirilmiştir. Hem ACEKF hem de ACCTRL algoritmaları, genel adaptif filtre mimarisi için elde edilmiştir. Bu önerilen algoritmalar, genel kompleks değerli sinyaller için kendilerinin klasik kompleks değerli karşılıklarından daha iyi bir başarımla sergilemişlerdir. Önerilen ACLMS algoritması (Javidi vd., 2007; Mandic 2009), ACCTRL algoritmasının benzer versiyonu olarak görülse de aslında doğrudan kompleks değerli FIR filtre yapılarında kullanılması için önerilmiştir.

Yukarıda verilen literatür özetinde dairesel ve dairesel olmayan kompleks değerli sinyaller incelenmiştir. Dairesel olmayan veya ikinci dereceden dairesel olmayan kompleks değerli sinyallere ait ikinci dereceden istatistiklerin tamamının ifade edilebilmesi için hem kovaryans hem de sözde kovaryans matrisinin içerdiği bilgi artırılmış kovaryans matrisi içerisine yerleştirilmiştir. Artırılmış istatistikler kullanılarak geliştirilen adaptif filtre algoritmalarında dairesel olmayan (veya ikinci dereceden dairesel olmayan) sinyaller için başarımları artırılmıştır. Literatürde artırılmış istatistiklerin kullanıldığı algoritmalar, geniş lineer tabanlı veya artırılmış kompleks değerli adaptif filtre algoritmaları olarak isimlendirilmiştir.

LMS tipi algoritmalar sistem girişi istatistiksel değerlerine yüksek dereceden bağımlı olmakta ve dolayısıyla sistemin yakınsama dinamiğini sistem giriş ile bağımlı hale getirmektedir. Buda sistemi kısıtlayan bir durum olarak karşımıza çıkmakta ve yakınsama hızını azalmaktadır. Özyinelemeli en küçük kare (Recursive least square (RLS)) algoritması, LMS'ye göre daha hızlı yakınsamasına karşın giriş işaretinin öz-ilişki matrisine (Autocorrelation) bağımlı halde çalışmaktadır. Bu durum çok fazla hesap yükü getirmekle kalmamakta, aynı zamanda sistemi kararsızlığa sokabilmektedir (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2011; Mengüç ve Acır, 2012a; Mengüç ve Acır, 2012b; Mengüç ve Acır, 2013; Acır ve Mengüç, 2013; Mengüç ve Acır, 2014a; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015a; Mengüç ve Acır, 2015b; Mengüç ve Acır, 2015c; Mengüç ve Acır, 2016). Bahsedilen adaptif filtre algoritmaları (LMS, NLMS, RLS), gradyan tabanlı olup, birçok uygulamada başarılı bir şekilde kullanılmasına rağmen, yerel minimum problemi taşıyan yani her zaman tek çözümü garanti edemeyen algoritmalarlardır.

Bu bahsedilen özelliklerin üstesinden gelmek için literatürde, Lyapunov kararlılık teorisi (LKT) tabanlı algoritmalar önerilmiştir (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2011; Mengüç ve Acır, 2012a; Mengüç ve Acır, 2012b; Mengüç ve Acır, 2013; Acır ve Mengüç, 2013; Mengüç ve Acır, 2014a; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015a;

Mengüç ve Acır, 2015b; Mengüç ve Acır, 2015c; Mengüç ve Acır, 2016). Önerilen filtre tasarımlarında, öncelikle bir Lyapunov fonksiyonun tanımlanmıştır. Tanımlanan bu Lyapunov fonksiyonunun, sistemin asimptotik kararlılığını garanti edebilmesi için,  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  özelliğini çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlaması gerekmektedir. Önerilen bu LKT tabanlı algoritmalarda, hata enerji yüzeyi boyunca, Lyapunov kararlılığı sağlanarak, filtre ağırlık katsayıları adaptif olarak güncellenmiş ve böylece, filtre hata sinyali asimptotik olarak sıfıra yakınsamıştır.

(Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2011; Mengüç ve Acır, 2012a; Mengüç ve Acır, 2012b; Mengüç ve Acır, 2015a)'da yer alan çalışmalar; reel düzlemde sinyal işleme uygulamaları olup, sadece izleme algoritması (Tracking algorithm) olarak kullanılmışlardır ve bu yüzden gürültülü ölçümlerin yer aldığı adaptif filtre uygulamalarında bahsi geçen algoritmaların başarımları düşmüştür. Mengüç ve Acır'ın (Mengüç ve Acır, 2013)'de gürültülü ölçümler için önerdiği adım büyüklüğüne sahip LKT tabanlı algoritma, reel düzlemde sistem tanımlama problemine uygulanmıştır. Bu çalışmada önerilen algoritma (Mengüç ve Acır, 2013), literatürde yer alan diğer LKT tabanlı algoritmadan (Man vd., 1998; Seng vd., 2002) daha iyi bir başarımla sergilemiştir ve önerilen algoritma bütün adaptif filtre uygulamaları için genel bir forma getirilmiştir (Mengüç ve Acır, 2013; Acır ve Mengüç, 2013; Mengüç ve Acır, 2015b). Fakat bu bahsedilen algoritmalarda, reel düzlemde filtreleme işlemini yapabilmektedir. Bu yüzden Mengüç ve Acır, kompleks düzlemde filtreleme işlemi yapabilen adım büyüklüğü parametresine sahip LKT tabanlı adaptif filtre algoritmasını (Mengüç ve Acır, 2014b)'deki çalışmada önermişlerdir. Bu çalışmada önerilen CLAF algoritması, dairesel kompleks sinyallerin tahmini için CNLMS algoritmasından daha üstün bir başarımla sergilemiştir. Ayrıca önerilen CLAF algoritması, (Mengüç ve Acır, 2015c)'deki çalışmada dairesel kompleks değerli sistem tanımlama problemi üzerinde de test edilmiş ve tahmin probleminde olduğu gibi sistem tanımlama probleminde de CLMS ve CNLMS algoritmalarından daha iyi bir başarımla sergilemiştir.

Yapılan literatür taramasının sonucunda, dairesel olmayan veya ikinci-dereceden dairesel olmayan kompleks değerli rastgele sinyallerin işlenmesinde artırılmış kompleks istatistiklerin (Augmented complex statistics) uygun olduğu, başarımları artırdığı ve avantajlar sağladığı ortaya konulmuştur. Ayrıca literatürde yer alan çalışmalarda, reel

düzlemde tasarlanan Lyapunov kararlık teorisi tabanlı algoritmaların diğer algoritmalarından daha üstün bir başarımlar sağladığı gösterilmiştir.

Bu tez çalışmasında Lyapunov kararlılık teorisinin sağladığı avantajlar ve artırılmış istatistiklerin dairesel olmayan sinyaller için sunduğu başarımlar kullanılarak, adım büyüklüğüne sahip artırılmış kompleks değerli Lyapunov kararlılık teorisi tabanlı adaptif filtre (Augmented complex valued Lyapunov stability theory based adaptive filter (ACLAF)) algoritması tasarlanmıştır.

ACLAF algoritmasının tasarımı için öncelikle Lyapunov fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada; Lyapunov fonksiyonu  $V(k) = |e(k)|$  olarak seçilmiştir. Tanımlanan bu Lyapunov fonksiyonu ile sistemin kararlılığının garanti edilebilmesi için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  özelliğini çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlaması gerekir. Tanımlanan bu eşitsizlik, önerilen filtre tasarımına ait eniyileme probleminin eşitsizlik kısıtına yerleştirilmiştir. Ayrıca önerilen eniyileme problemine ait maliyet ve kısıt fonksiyonları, hem LKT hem de artırılmış istatistikler göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur. Bu eniyileme problemi Lagrange çarpanlar metodu kullanılarak çözülmüştür. Fakat tasarım aşamasında oluşturulan eniyileme problemine ait Lagrange fonksiyonu kompleks değişkenlerin reel değerli bir fonksiyonu olduğundan Cauchy-Riemann şartlarını sağlayamamaktadır ve bu fonksiyonun doğrudan kompleks düzlemde türevi alınamamaktadır. Bu yüzden kompleks değişkenlerin reel değerli Lagrange fonksiyonununun kompleks değişkenlere göre türevi, literatürde yaygın kullanılan  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz yardımıyla alınmıştır. Lyapunov kararlılık teorisinin sağladığı avantajlar ve artırılmış istatistiklerin dairesel olmayan sinyaller için sunduğu başarımlar kullanılarak, adım büyüklüğüne sahip ACLAF algoritması tasarlanmıştır.

Bahsedilen filtre tasarımı gerçekleştirildikten sonra öncelikle hem ACLAF hem de CLAF algoritmasının Lyapunov analizi yapılmıştır ve her iki algoritmanın adım büyüklüğüne ait kararlılık sınırları hem teorik hem de istatistiksel olarak iki farklı yaklaşımla belirlenmiştir. Son olarak da durağan sinyaller için her iki algoritmanın Wiener çözüme yakınsadığı istatistiksel olarak gösterilmiştir.

Önerilen ACLAF algoritması, tahmin (Prediction) ve sistem tanımlama (System identification) problemleri üzerinde test edilmiştir. (i) Tahmin probleminde, hem

literatürde yaygın kullanılan kompleks değerli sentetik sinyallerin hem de tek tur gerçek ölçümlerden oluşan kompleks değerli rüzgar sinyallerinin bir adım sonrasının tahmini (One step ahead prediction) gerçekleştirilmiştir. (ii) WL sistem tanımlama probleminde ise geniş lineer yürüyen ortalama (Widely linear moving average (WL-MA)) ve lineer yürüyen ortalama (MA) sistemlerinin en iyi ağırlık katsayılarının kestirilmesi amaçlanmıştır.

Benzetim çalışmasında, önerilen ACLAF algoritmasının başarımı; kendisinin lineer karşılığı CLAF, kompleks değerli normalize edilmiş en küçük kare (Complex valued normalized least mean square (CNLMS)), artırılmış kompleks değerli normalize edilmiş en küçük kare (Augmented complex valued normalized least mean square (ACNLMS)), CLMS, ACLMS algoritmaları başarımları ile karşılaştırılmıştır. Tahmin problemlerinde algoritmaların başarımlarını ölçmek için hem ortalama kare hata (Mean square error (MSE)) hem de tahmin kazancı ifadeleri değerlendirilmiştir. Sistem tanımlama problemlerinde ise MSE ve ortalama kare sapma (Mean square deviation (MSD)) ifadeleri kullanılmıştır. Ayrıca algoritmaların başarımları, filtre derecesinin ve adım büyüklüğü parametresinin değişimine göre de incelenmiştir.

Yapılan benzetim sonuçları, artırılmış istatistikler kullanılarak önerilen ACLAF algoritmasının hem dairesel olmayan sinyallerin tahmininde hem de MA ve WL-MA sistemlerine ait parametrelerin kestiriminde diğer adaptif filtre algoritmalarından daha üstün bir başarımlar sergilediğini göstermiştir.

## 1.1 Materyal Metot

Bu bölümde, sırasıyla Lyapunov kararlılık teorisi, kompleks değerli rastgele değişkenler ve vektörlerin istatistiği, kompleks değerli rastgele değişkenler / vektörler için düzenlilik (ikinci dereceden dairesellik) ve dairesellik ifadeleri, artırılmış kompleks istatistik, kompleks değerli sinyallerin ikinci dereceden dairesellik derecelerinin ölçümü ve  $\mathbb{C}$   $\mathbb{R}$  analiz konuları yer almaktadır.

### 1.1.1 Lyapunov kararlılık teorisi

Lyapunov kararlılık teorisi literatürde oldukça çok kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemden aşağıda kısaca bahsedilmiştir.

**Tanım:** Lyapunov fonksiyonu,  $V(\bullet) : \mathfrak{R}^D \rightarrow \mathfrak{R}$ , dinamik bir sistem için denge noktasına belirli bir komşulukta çözüme sahip bir durum uzayı bölgesinde tanımlı olsun (Khalil, 1992);

- i.  $V(0) = 0$
- ii.  $V(k) > 0, \forall k \in D, k \neq 0$
- iii.  $V(k) - V(k-1) = \Delta V(k) \leq 0, \forall k \in D$ .

Öncelikle yukarıdaki tanımda,  $\mathfrak{R}^D$  sistemin çıkış uzayını,  $D$  çözüm uzayını temsil etmektedir. Burada,  $V(\bullet)$ 'nin Lyapunov fonksiyonu olabilmesi için gerek ve yeter şart ilk iki koşulu sağlaması gerekir. Eğer sistem yukarıdaki üç özelliği sağlıyorsa *Lyapunov anlamında kararlı* demektir. Ayrıca, sistem kararlı ve Lyapunov fonksiyonu kesin negatif (Negative definite ( $\Delta V(k) < 0, \forall k \in D$ )) ise bu sistem *Lyapunov anlamında asimptotik kararlıdır*. Aynı zamanda, sistem kararlı ve  $\lim_{k \rightarrow \infty} V(k) = 0$  özelliğini bütün durum uzayı için sağlıyorsa, sisteme *Lyapunov anlamında küresel asimptotik kararlı* denir. Sistem teorisinde küresel asimptotik kararlılık tek çözüme eşdeğer bir kavramdır. Bu sayede seçilen fonksiyonun Lyapunov anlamında kararlılığına bakılarak sistemin kararlı olup olmayacağı anlaşılabilir.

### 1.1.2 Kompleks rastgele değişkenlerin ve vektörlerin istatistiği

Bir kompleks değerli rastgele değişken  $z$  'in ikinci dereceden istatistiksel özelliklerinin tamamen tanımlanabilmesi için varyans ve sözde-varyans (Pseudo-variance veya Complementary variance) tanımlarının, sırasıyla Denklem (1.1) ve (1.2)'de gibi yapılması gerekir.

$$\sigma_z^2 = E\{zz^*\} \quad (1.1)$$

$$\tilde{\sigma}_z^2 = E\{zz\} \quad (1.2)$$

Denklem (1.1), kompleks değerli rastgele değişken  $z$  'in varyansını, Denklem (1.2) ise kompleks değerli rastgele değişken  $z$  'in sözde-varyansını ifade etmektedir.

Bir kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  'in ikinci dereceden istatistiksel özelliklerinin tamamen tanımlanabilmesi için ise Denklem (1.3) ve (1.4)'deki gibi iki adet kovaryans matrisinin tanımlanması gerekmektedir.

$$\mathbf{C}_{zz} = E\{\mathbf{z}\mathbf{z}^H\} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{P}_{zz} = E\{\mathbf{z}\mathbf{z}^T\} \quad (1.4)$$

Denklem (1.3), kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  'in kovaryans matrisini, Denklem (1.4) ise kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  'in sözde-kovaryans matrisini (Pseudo-covariance veya complementary covariance matrix) ifade etmektedir (Neeser ve Massey, 1993; Pavon, 1995; Picinbono ve Bondon, 1997; Schreier ve Scharf, 2003; Mandic ve Goh, 2009, Adali vd., 2011).

- Kompleks değerli  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün dairesel olup olmadığı bilgisine ulaşabilmek için  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün olasılık yoğunluk fonksiyonunun (Probability density function (Pdf)) incelenmesi gerekmektedir (Mandic ve Goh, 2009).

- Kompleks değerli rastgele  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün, düzenli veya ikinci dereceden dairesel (Proper veya second order circular ) olup olmadığı bilgisine ulaşabilmek için ise  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün ikinci dereceden istatistiksel özelliklerinin incelenmesi gerekmektedir (Mandic ve Goh, 2009).

Bölüm 1.1.3’de kompleks değerli rastgele  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün dairesellik (Circularity) ve düzenlilik (Properness) özellikleri detaylı bir şekilde incelenecektir.

### 1.1.3 Kompleks rastgele değişkenler / vektörler için düzenlilik (ikinci dereceden dairesellik) ve dairesellik ifadeleri

Kompleks değerli rastgele değişken  $z = z_r + jz_i$ ’in sözde-varyansı  $\tilde{\sigma}_z^2 = 0$  ise bu  $z$  değişkeni *düzenlidir* yani *ikinci dereceden daireseldir*. Kompleks değerli rastgele değişken  $z$ ’in varyansı ve sözde-varyansı bu sonuçlar doğrultusunda aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\begin{aligned}\sigma_z^2 &= E\{zz^*\} = E\{(z_r + jz_i)(z_r - jz_i)\} \\ &= E\{z_r^2\} + E\{z_i^2\} - \underbrace{2jE\{z_r z_i\}}_0 = \sigma_{z_r}^2 + \sigma_{z_i}^2 > 0\end{aligned}\quad (1.5)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_z^2 &= E\{zz\} = E\{(z_r + jz_i)(z_r + jz_i)\} \\ &= E\{z_r^2\} - E\{z_i^2\} + \underbrace{2jE\{z_r z_i\}}_0 = \sigma_{z_r}^2 - \sigma_{z_i}^2\end{aligned}\quad (1.6)$$

Denklem (1.5)’deki ifadeye göre, kompleks değerli rastgele değişken  $z$ ’in her zaman varyans bilgisi mevcuttur. Denklem (1.6)’da ki ifadeye göre ise; kompleks değerli rastgele değişken  $z$ ’in reel ve imajiner kısımlarının varyansı eşit (yani  $\sigma_{z_r}^2 = \sigma_{z_i}^2$ ) ve  $z$ ’in reel ve imajiner kısımları ilintisiz (yani  $E\{z_r z_i\} = 0$ ) ise  $z$  değişkeni *düzenlidir* yani *ikinci dereceden daireseldir*. Aksi taktirde ise  $z$  değişkeni *düzensizdir* (Improper) yani *ikinci dereceden dairesel değildir* (Mandic ve Goh, 2009; Adali vd., 20011; Trampitsch, 2013).

Benzer şekilde bir kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_N]^T$ 'in ( $z_n = z_{r_n} + jz_{i_n}$ ) sözde-kovaryans matrisi  $\mathbf{P}_{zz} = 0$  ise kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  *düzenlidir* yani *ikinci dereceden daireseldir*. Kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$ 'in covaryans matrisi ve sözde-kovaryans matrisi, bu sonuçlar doğrultusunda incelenecek olursa;

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{zz} &= E \{ \mathbf{z} \mathbf{z}^H \} = E \{ (\mathbf{z}_r + j\mathbf{z}_i)(\mathbf{z}_r - j\mathbf{z}_i)^T \} \\
&= E \{ \mathbf{z}_r \mathbf{z}_r^T \} + E \{ \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^T \} - jE \{ \mathbf{z}_r \mathbf{z}_i^T \} + jE \{ \mathbf{z}_i \mathbf{z}_r^T \} \\
&= \mathbf{C}_{z_r z_r} + \mathbf{C}_{z_i z_i} + j(\mathbf{C}_{z_r z_i}^T - \mathbf{C}_{z_i z_r})
\end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{zz} &= E \{ \mathbf{z} \mathbf{z}^T \} = E \{ (\mathbf{z}_r + j\mathbf{z}_i)(\mathbf{z}_r + j\mathbf{z}_i)^T \} \\
&= E \{ \mathbf{z}_r \mathbf{z}_r^T \} - E \{ \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^T \} + jE \{ \mathbf{z}_r \mathbf{z}_i^T \} + jE \{ \mathbf{z}_i \mathbf{z}_r^T \} \\
&= \mathbf{C}_{z_r z_r} - \mathbf{C}_{z_i z_i} + j(\mathbf{C}_{z_r z_i}^T + \mathbf{C}_{z_i z_r})
\end{aligned} \tag{1.8}$$

ifadeleri elde edilir.

Denklem (1.7) ve (1.8)'de ki ifadelere göre kompleks değerli rastgele  $\mathbf{z}$  vektörünün, reel ve imajiner kısımlarının kovaryansı eşitse (yani  $\mathbf{C}_{z_r z_r} = \mathbf{C}_{z_i z_i}$ ) ve  $\mathbf{z}$ 'in reel ve imajiner bileşenlerinin arasındaki kovaryanslarda birbirinin negatifi (yani  $\mathbf{C}_{z_r z_i} = -\mathbf{C}_{z_i z_r}$ ) ise kompleks değerli rastgele  $\mathbf{z}$  vektörü, *düzenlidir* yani *ikinci dereceden daireseldir* (Adali vd., 20011). Aksi taktirde kompleks değerli rastgele  $\mathbf{z}$  vektörü, *düzensizdir* yani *ikinci dereceden dairesel değildir* (Mandic ve Goh, 2009; Adali vd., 20011; Trampitsch, 2013).

Kompleks değerli değişkenler ve vektörler için düzenlilik tanımının yanı sıra dairesellik tanımının da yapılması gerekir.

*Düzenlilik* veya *ikinci dereceden dairesellik*; kompleks değerli rastgele  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün ikinci dereceden istatistiksel özelliklerini tanımlarken, *dairesellik* ise kompleks değerli rastgele  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ilişkilidir (Mandic ve Goh, 2009; Adali vd., 20011; Trampitsch, 2013).

Bir kompleks değerli rastgele  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün olasılık yoğunluk fonksiyonu bir rotasyon durumunda değişmiyorsa bu kompleks değerli rastgele  $z$  değişkeni veya  $\mathbf{z}$  vektörü *daireseldir*. Ayrıca  $z$  değişkenin veya  $\mathbf{z}$  vektörünün dairesel olabilmesi için ortalamasının sıfır olması gerekir çünkü merkezlenmemiş Pdfler, herhangi bir rotasyon durumunda değişir (Adali vd., 2011; Trampitsch, 2013).

#### 1.1.4 Artırılmış istatistik (Augmented statistics)

Bir önceki bölümlerde ifade edildiği gibi bir kompleks rastgele  $\mathbf{z}$  vektörüne ait ikinci dereceden istatistiksel özelliklerin tamamen tanımlanabilmesi için hem kovaryans hem de sözde-kovaryans matrisinin incelenmesi gerekmektedir (Mandic ve Goh, 2009).

Bu yüzden öncelikle sıfır ortalamaya sahip bir kompleks rastgele  $\mathbf{z}$  vektörüne ait artırılmış kompleks vektör  $\mathbf{z}^a$ 'nın Denklem (1.9)'da ki gibi tanımlanması gerekir (Mandic ve Goh, 2009).

$$\mathbf{z}^a = [\mathbf{z}^T, \mathbf{z}^H]^T \quad (1.9)$$

Daha sonra  $\mathbf{z}$ 'e ait hem kovaryans hem de sözde kovaryans matrisi, artırılmış kovaryans matrisinin içerisinde birleştirilir. Böylece artırılmış kovaryans matrisi  $\mathbf{C}_{\mathbf{z}^a \mathbf{z}^a}$ , Denklem (1.10)'da ki gibi elde edilir (Mandic ve Goh, 2009).

$$\mathbf{C}_{\mathbf{z}^a \mathbf{z}^a} = E \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{z}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}^H & \mathbf{z}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E[\mathbf{z}\mathbf{z}^H] & E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] \\ E[\mathbf{z}^* \mathbf{z}^H] & E[\mathbf{z}^* \mathbf{z}^T] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathbf{z}\mathbf{z}} & \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}^* & \mathbf{C}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}^* \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Denklem (1.10)'da  $\mathbf{C}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}$  kovaryans matrisini,  $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}$  ise sözde-kovaryans matrisini temsil etmektedir. Burada  $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}} = 0$  olması durumunda; kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  *düzenlidir* yani *ikinci dereceden daireseldir*. Aksi durumda kompleks değerli rastgele vektör  $\mathbf{z}$  *düzensizdir* yani *ikinci dereceden dairesel değildir*. Sonuç olarak; artırılmış kovaryans matrisi  $\mathbf{C}_{\mathbf{z}^a \mathbf{z}^a}$ , hem kovaryans hem de sözde kovaryans matrisi bilgisi

içerdiğinden dolayı dairesel ve dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin ikinci dereceden istatistiksel özelliklerinin tamamını kapsamaktadır (Mandic ve Goh, 2009).

Sonuç olarak; artırılmış kompleks istatistik kullanımı, hem dairesel hem de dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin işlenmesi için uygun adaptif filtre tasarımlarına olanak sağlayacağı açık bir şekilde görülebilmektedir.

### 1.1.5 Kompleks değerli sinyallerin ikinci dereceden daireselliğinin ölçümü

Kompleks değerli sinyallerin dairesellik derecelerinin ölçülebilmesi için Denklem (1.11)'deki dairesellik indeksi  $r$ 'nin hesaplanması gerekmektedir (Xia vd., 2011; Xia vd., 2012).

$$r = \frac{|\tilde{\sigma}_z^2|}{\sigma_z^2} \quad (1.11)$$

burada  $\sigma_z^2 = E[z(k)z^*(k)]$  ifadesi kompleks değerli  $z(k)$  sinyaline ait varyansı,  $\tilde{\sigma}_z^2 = E[z(k)z^T(k)]$  ise kompleks değerli  $z(k)$  sinyaline ait sözde-varyansı temsil etmektedir. Ayrıca, dairesellik indeksi 0 ile 1 aralığındadır (yani  $r \in [0, 1]$ ).

- Dairesellik indeksinin sıfır veya sıfıra çok yakın olması durumunda; kompleks değerli  $z(k)$  sinyali *tam bir dairesel sinyaldir*.
- Dairesellik indeksinin sıfırdan büyük olması durumunda; kompleks değerli  $z(k)$  sinyali *dairesel olmayan bir sinyaldir*.

### 1.1.6 CR analiz (CR calculus)

CR analizden bahsedilmeden önce holomorf fonksiyon tanımının yapılması gerekmektedir. Bir holomorf fonksiyon aslında bir veya birden fazla kompleks değişkene sahip bir fonksiyondur. Bir fonksiyonun holomorf fonksiyon olabilmesi için kendisini sağlayan her bir noktanın komşuluğunda türevinin alınabilmesi ve kendisinin Taylor serisine eşit olması gerekir.

Denklem (1.12)'de yer alan  $f(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  holomorf fonksiyonun ( $z$ 'de analitik)  $z$ 'de türevi alınabilmesi için Denklem (1.13) ve (1.14)'de yer alan Cauchy-Riemann şartlarını sağlaması gerekir (Mandic ve Goh, 2009; Xia vd., 2010).

$$f(z) = u(x, y) + jv(x, y) \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.14)$$

Sonuç olarak  $f(z)$  fonksiyonu, kompleks düzlemin açık kümesinde tanımlı bir holomorf fonksiyon ise;

- $f(z)$ 'in türevi vardır ve süreklidir.
- $z$ 'de analiktir.
- Cauchy-Riemann şartlarını sağlar.
- $f(z)$ 'in bütün türevleri mevcuttur ve kendisinin Taylor serisine eşittir.

Kompleks  $f(z)$  fonksiyonun, kompleks düzlemde türevinin alınıp alınmadığının daha iyi anlaşılması için aşağıdaki örnekler incelenebilir.

**Örnek 1:**  $f(z) = (x^2 - y^2) + j2xy$  fonksiyonu Cauchy-Riemann şartlarını sağlar.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(x^2 - y^2)}{\partial x} = 2x \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial(2xy)}{\partial y} = 2x$$

Böylece  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$  şartı sağlanmış olur.

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial(2xy)}{\partial x} = 2y \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial(x^2 - y^2)}{\partial y} = -2y$$

Böylece  $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$  şartı sağlanmış olur.

Cauchy-Riemann şartları sağlandığından dolayı  $f(z)$  fonksiyonu holomorf fonksiyondur ve kompleks türevi alınabilir.

**Örnek 2:**  $f(z) = x^2 + y^2$  fonksiyonu Cauchy-Riemann şartlarını sağlamaz.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(x^2)}{\partial x} = 2x \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial(y^2)}{\partial y} = 2y$$

$\frac{\partial u}{\partial x} \neq \frac{\partial v}{\partial y}$  olduğundan dolayı Cauchy-Riemann'ın (1.7)'deki şartı sağlanamaz.

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial(y^2)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial(x^2)}{\partial y} = 0$$

$\frac{\partial u}{\partial y} \neq -\frac{\partial v}{\partial x}$  olduğundan dolayı Cauchy-Riemann'ın (1.8)'deki şartı sağlanamaz.

Örnek 2'de Cauchy-Riemann şartları sağlanamadığından dolayı  $f(z)$  fonksiyonu holomorf fonksiyon değildir ve kompleks türevi alınmaz.

Reel değerli fonksiyonlarda,  $v(x, y) = 0$  olduğundan Cauchy-Riemann şartları sağlanamaz ve bu yüzden reel değerli fonksiyonlar holomorf ( $z$ 'de analitik) fonksiyon değildir (Örnek 2'den görüldüğü gibi). Ayrıca adaptif filtre tasarımlarında sıklıkla kullanılan maliyet fonksiyonu  $E = (1/2)ee^*$ , kompleks değişkenlerin reel fonksiyonudur. Bu fonksiyon, holomorf fonksiyon değildir ve Cauchy-Riemann şartlarını

sağlamaz. Bu yüzden kompleks değişkenli reel değerli fonksiyonların türevinin alınması için  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılması gerekmektedir.

Bir holomorf fonksiyon ( $f(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ) kendisinin reel ve imajiner bileşenlerinin iki değişkenli (Bivariate) fonksiyonu ( $g(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ) olarak ifade edilebildiğinden dolayı,  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak standart kompleks türevin zorlayıcı şartlarına gerek kalmadan türev alma işlemi gerçekleştirilebilir. Yani  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz; hem  $z$  hem de  $z^*$  bağımlı her hangi bir reel veya kompleks değerli fonksiyonun türevinin alınmasında rahatlıkla kullanılabilir (Mandic ve Goh, 2009; Xia vd., 2010).

Ayrıca kompleks değişkenlere bağlı reel değerli fonksiyonlar, bu çalışmada önerilen adaptif filtre tasarımında yapılan eşitsizlik kısıtlı eniyileme işleminde de karşılaşılmaktadır ve bu çözülmesi gereken önemli bir problemidir. Bu yüzden holomorf olmayan, Cauchy-Reimann şartlarını sağlamayan ve kompleks türevi olmayan bu tip reel değerli kompleks değişkenli fonksiyonların  $\mathbb{R}$ -türevi ve eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi;  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir.

$\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak reel değerli kompleks değişkenli  $f(z)$  fonksiyonun türevinin alınabilmesi için öncelikle  $f(z)$  fonksiyonun,  $f(z) = g(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  fonksiyonu şeklinde ifade edilmesi gerekir. Böylece  $\mathbb{R}$ -türevi ve eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi alınabilir.

Bir kompleks değişkenli reel değerli  $f(z) = f(z, z^*) = g(x, y)$  fonksiyonun  $\mathbb{R}$ -türevi ( $\mathbb{R}$ -derivative) Denklem (1.15)'de ki gibidir.

$$\frac{\partial f}{\partial z} \Big|_{z^*=sabit} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - j \frac{\partial f}{\partial y} \right) \quad (1.15)$$

burada  $\partial f / \partial x$  ve  $\partial f / \partial y$  ifadeleri  $f(z) = f(z, z^*) = g(x, y)$  fonksiyonun kısmi türevlerini temsil etmektedir.

Bir kompleks değişkenli reel değerli  $f(z) = f(z, z^*) = g(x, y)$  fonksiyonun eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi ( $\mathbb{R}^*$ -derivative) ise Denklem (1.16)'da ki gibidir.

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} \Big|_{z=\text{sabit}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + j \frac{\partial f}{\partial y} \right) \quad (1.16)$$

Kompleks analitik fonksiyonlar için  $\mathbb{R}$ -türevi, standart  $\mathbb{C}$ -türevine eşdeğerdir ve  $\mathbb{R}^*$ -türevi ise sıfır olur. Kompleks değişkenlerin reel fonksiyonu için (Örneğin; maliyet fonksiyonu),  $\mathbb{R}^*$ -türevi standart sözde-gradyen (Pseudo-gradient) temsil eder (Mandic ve Goh, 2009; Xia vd., 2010). Böylece, genelleştirilmiş Cauchy-Riemann şartları,  $\partial f / \partial z^* = 0$  olarak ifade edilebilir. Yani kompleks uzayda yapılan stokastik gradyen filtrelemede, gradyen işlemi ağırlık katsayılarının eşleniğine göre yapılır. Ayrıca belirtmek gerekir ki; bu çalışmada önerilen algoritma,  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak türetilmiştir.

$\mathbb{C}\mathbb{R}$  analizin daha iyi anlaşılması için Örnek 3'ün incelenmesinde fayda vardır.

**Örnek 3:** Holomorf olmayan  $f(z) = zz^*$  fonksiyonun ( $z = x + jy \in \mathbb{C}$  ve  $x, y \in \mathbb{R}$ )  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak  $\mathbb{R}$ -türevi ve eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi için  $z = x + jy \in \mathbb{C}$  olduğundan dolayı  $f(z) = x^2 + y^2$  iki değişkenli fonksiyon haline dönüştürülür. Böylece  $f(z) = zz^*$  fonksiyonun  $\mathbb{R}$ -türevi ve eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi aşağıdaki gibi elde edilir.

$\mathbb{R}$ -türevi:

$$\frac{\partial f}{\partial z} \Big|_{z^*=\text{sabit}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - j \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial(x^2 + y^2)}{\partial x} - j \frac{\partial(x^2 + y^2)}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (2x - j2y) = x - jy = z^*$$

Eşlenik  $\mathbb{R}$ -türevi:

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} \Big|_{z=\text{sabit}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + j \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial(x^2 + y^2)}{\partial x} + j \frac{\partial(x^2 + y^2)}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (2x + j2y) = x + jy = z$$

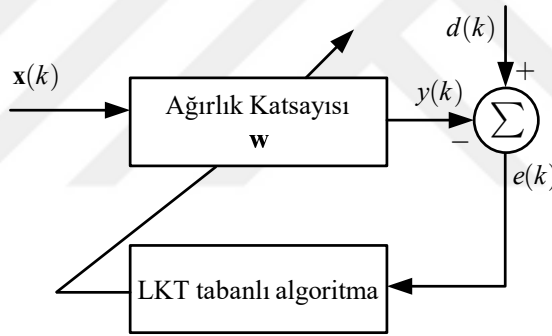
elde edilir.

## BÖLÜM II

### KOMPLEKS DEĞERLİ LKT TABANLI ADAPTİF FİLTRE ALGORİTMASININ TASARIMI

Bu bölümde, kompleks değerli Lyapunov kararlılık teorisi (LKT) tabanlı adaptif filtre (Complex valued Lyapunov stability theory based adaptive filter (CLAF)) algoritması tasarımı gerçekleştirilecektir. Ayrıca önerilen CLAF algoritmasının Lyapunov analizi yapılacak, ardından algoritmanın adım büyüklüğüne ait kararlılık sınırları iki farklı yaklaşımla belirlenecek ve son olarak da algoritmanın durağan sinyaller için Wiener çözüme yakınsadığı gösterilecektir.

#### 2.1 Kompleks Değerli LKT Tabanlı Adaptif Filtre Algoritmasının Tasarımı



Şekil 2.1. Adaptif filtre blok diyagramı

Şekil 2.1’de adaptif filtre blok diyagramı görülmektedir. Burada,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  giriş sinyalini,  $y(k) \in \mathbb{C}$  filtre çıkışını ve  $d(k) \in \mathbb{C}$  ise beklenen sinyali temsil etmektedir. Denklem (2.1)’de yer alan  $e(k) \in \mathbb{C}$  ise filtreye ait kompleks değerli hata sinyalini temsil etmektedir.

$$e(k) = d(k) - y(k) = e^r(k) + je^i(k) \quad (2.1)$$

burada  $j = \sqrt{-1}$ ,  $e^r(k)$  ve  $e^i(k)$  sırasıyla hata sinyaline ait reel ve imajiner kısımları ifade etmektedir.

Kompleks değerli adaptif filtreye ait çıkış sinyali  $y(k)$  ise Denklem (2.2)'de verilmektedir.

$$y(k) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.2)$$

Denklem (2.2)'de yer alan filtreye ait kompleks değerli ağırlık vektörü  $\mathbf{w}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  ve kompleks değerli filtre girişi  $\mathbf{x}(k)$  sırasıyla Denklem (2.3) ve (2.4)'de ifade edilmektedir. Ayrıca Denklem (2.3) ve (2.4)'de yer alan  $M$  ise filtre derecesini temsil etmektedir.

$$\mathbf{w}(k) = [w(k), w(k-1), \dots, w(k-M)]^T \quad (2.3)$$

$$\mathbf{x}(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-M)]^T \quad (2.4)$$

Denklem (2.1)'deki hata fonksiyonu tanımlandıktan sonra, CLAF algoritmasının tasarımı için öncelikle Lyapunov fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada, Lyapunov fonksiyonu  $V(k) = |e(k)| \in \mathbb{R}$  olarak seçilmiştir. Tanımlanan bu Lyapunov fonksiyonu ile sistemin kararlılığının garanti edilebilmesi için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  şartının çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlanması gerekir. Tanımlanan kesin negatiflik şartı  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$ , Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı sağlamak için önerilen eniyileme probleminin eşitsizlik kısıtına yerleştirilmiştir. Yapılacak eniyileme işlemine ait minimize edilecek enerji fonksiyonu ise  $\delta \mathbf{w}^H \delta \mathbf{w}$  fonksiyonudur.  $\delta \mathbf{w}$  ifadesi Denklem (2.5)'de yer almaktadır.

$$\delta \mathbf{w} = \mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1) \quad (2.5)$$

Böylece yapılacak olan adaptif filtre tasarımı, eşitsizlik kısıtlı bir eniyileme problemi haline dönüştürülür. Bahsedilen eniyileme problemi ise;

Minimize edilecek maliyet fonksiyonu;

$$\mathbf{w}_0 = \text{Argmin}(\delta \mathbf{w}^H \delta \mathbf{w})$$

Kısıt fonksiyonu;

$$\Delta V(k) = |e(k)| - |e(k-1)| < 0 \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\mathbf{w}_0 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , bulunması amaçlanan en iyi (optimum) ağırlık katsayıları vektörünü temsil etmektedir.

Denklem (2.6)'da tanımlanan eniyileme problemi Lagrange çarpanlar teoremi kullanılarak çözülebilir. Öncelikle eniyileme problemine ait Lagrange fonksiyonun Denklem (2.7)'deki tanımlanması gerekir.

$$F(\mathbf{w}(k), \lambda) = (\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1))^H (\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1)) + \lambda (|e(k)| - |e(k-1)|) \quad (2.7)$$

$$F(\mathbf{w}(k), \lambda) = (\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1))^H (\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1)) + \lambda \left[ |(d(k) - \mathbf{w}(k)^T \mathbf{x}(k))| - |(d(k-1) - \mathbf{w}(k-1)^T \mathbf{x}(k-1))| \right] \quad (2.8)$$

burada negatif olmayan değişken  $\lambda$ , Lagrange çarpanını temsil etmektedir. Tanımlanan bu eniyileme probleminin çözülebilmesi için Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{w}(k), \lambda)$ 'nın  $\mathbf{w}(k)$  ve  $\lambda$ 'ya göre kısmi türevlerinin sonuçları sıfıra eşitlenir. Böylece eniyileme şartları *Durum I* ve *Durum II*, sırasıyla Denklem (2.9) ve (2.12)'deki gibi elde edilir.

$$\text{Durum I: } \frac{\partial F(\mathbf{w}(k), \lambda)}{\partial \mathbf{w}(k)} = 0 \quad (2.9)$$

*Durum I* çözüldüğünde;

$$\frac{\partial F(\mathbf{w}(k), \lambda)}{\partial \mathbf{w}(k)} = 2(\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1)) - 2\lambda [\text{sign}(e(k)) \mathbf{x}^*(k)] = 0 \quad (2.10)$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}(k-1)}{\text{sign}(e(k)) \mathbf{x}^*(k)} \quad (2.11)$$

elde edilir.

$$\text{Durum 2: } \frac{\partial F(\mathbf{w}(k), \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad (2.12)$$

*Durum 2* çözüldüğünde;

$$\frac{\partial F(\mathbf{w}(k), \lambda)}{\partial \lambda} = |e(k)| - |e(k-1)| = 0 \quad (2.13)$$

$$|e(k)| = |e(k-1)| \quad (2.14)$$

ifadesi elde edilir.

Denklem (2.14)'de Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{w}(k), \lambda)$ 'nın  $\lambda$ 'ya göre kısmi türevinin sifira eşitlenip çözümlenmesinin sonucunda; hata fonksiyonun  $k$  ve  $k-1$  anındaki mutlak değer ifadeleri eşit çıkmaktadır ( $|e(k)| = |e(k-1)|$ ). Fakat Denklem (2.6)'da yer alan kısıt fonksiyonu,  $\Delta V(k) = |e(k)| - |e(k-1)| < 0$  olduğundan dolayı bu eşitsizliğin her zaman sağlanabilmesi için hata fonksiyonu  $|e(k)|$ ;  $\kappa \in [0, 1)$  parametresi kullanılarak Denklem (2.15)'de ki gibi yeniden düzenlenir.

$$|e(k)| = \kappa |e(k-1)|, \quad 0 \leq \kappa < 1 \quad (2.15)$$

Böylece algoritmanın Lyapunov anlamında kararlılığı yani  $\Delta V(k) = \kappa |e(k-1)| - |e(k-1)| < 0$  şartı  $\kappa \in [0, 1)$  için her zaman sağlanmış olur. Ayrıca Denklem (2.15)'de  $\kappa$ , adaptasyon kazanç oranının temsil etmektedir (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015b).

**Teorem 2.1:** Adaptasyon kazanç oranı  $0 \leq \kappa < 1$  aralığında seçilmesi durumunda; Denklem (3.26)'da yer alan kompleks değerli hata sinyali  $|e(k)| = \sqrt{e_r^2(k) + e_i^2(k)}$ , asimptotik olarak sifira yakınsar.

**İspat:**

$$\begin{aligned} |e(1)| &= \kappa |e(0)| \\ |e(2)| &= \kappa |e(1)| = \kappa^2 |e(0)| \\ &\vdots \\ |e(k)| &= \lim_{k \rightarrow \infty} \kappa^k |e(0)| = 0, \quad 0 \leq \kappa < 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Teorem 2.1'den görüldüğü gibi hata sinyali  $|e(k)|$ ;  $\kappa \in [0,1)$  için  $k$ 'nın sonsuz değere ulaşması durumunda asimptotik olarak sifira yakınsar (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015b).

*Durum 1* ve *Durum 2*'de elde edilen Denklem (2.12) ve (2.15)'deki ifadeler Denklem (2.10)'da yerine yazıldığında LKT tabanlı kompleks değerli ağırlık vektörü güncelleme kuralı Denklem (2.17)'de ki gibi elde edilir.

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (2.17)$$

Denklem (2.17)'de yer alan  $\alpha(k) \in \mathbb{C}$ , ön kestirim hatasını (*Priori* estimation error) ifade etmekte olup Denklem (2.18)'de ki gibi tanımlanmaktadır.

$$\alpha(k) = d(k) - \mathbf{w}(k-1)^T \mathbf{x}(k) \quad (2.18)$$

*CLAF* algoritmasının Lyapunov analizi

**Teorem 2.2:**  $\kappa \in [0,1)$  olmak üzere CLAF algoritması her zaman Lyapunov anlamında kararlılığı sağlar.

**İspat:** Teoremin ispatı için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  şartının çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlanması gerekmektedir.

LKT tabanlı ağırlık vektörü güncelleme kuralı ve Lyapunov fonksiyonu  $V(k) = |e(k)|$  kullanılarak,  $\Delta V(k)$  ifadesi:

$$\begin{aligned}
\Delta V(k) &= V(k) - V(k-1) \\
&= |e(k)| - |e(k-1)| \\
&= |d(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)| - |e(k-1)| \\
&= \left| d(k) - \mathbf{x}^T(k) \left( \mathbf{w}(k-1) + \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k-1) - \frac{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( \alpha(k) - (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( \alpha(k) - \alpha(k) + \kappa|e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= |\kappa|e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k))| - |e(k-1)| \\
&= \kappa|e(k-1)| - |e(k-1)| = (\kappa - 1)|e(k-1)| \tag{2.19}
\end{aligned}$$

$$\Delta V(k) = -(1 - \kappa)|e(k-1)|, \quad 0 \leq \kappa < 1 \text{ ve } \forall k \tag{2.20}$$

elde edilir.

Böylece CLAF algoritması, çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için Lyapunov anlamında asimptotik kararlıdır.

**Açıklama 2.1:** Önerilen algoritmanın kararlı duruma (Steady-state) yakınsama hızının ve izleme kabiliyetinin (Tracking capability) kontrol edilebilmesi (Haykin, 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014b, Mengüç ve Acır, 2015b) için adım büyüklüğü  $\mu$  parametresi kullanılır. Böylece CLAF algoritmasına ait kompleks değerli ağırlık vektörü güncelleme kuralı  $\mu$  parametresi kullanılarak Denklem (2.21)'deki gibi yeniden elde edilir.

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \tag{2.21}$$

**Açıklama 2.2:** Ayrıca önerilen algoritma,  $\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^*(k) \neq 0$  kısıtı altında çalışmalıdır. Tekillığe sebep olan bu kısıttan kurtulmak için mümkün olduğunca küçük pozitif  $\varepsilon$  sabiti ile ağırlık vektörü güncelleme kuralı Denklem (2.22)'deki gibi yazılır (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013).

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \varepsilon} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (2.22)$$

### **CLAF Algoritması:**

#### Parametreler:

- M: Filtre derecesi.
- $\varepsilon \ll 1$ ,  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$
- $0 \leq \kappa < 1$  ve  $0 < \mu < 2$ .

**Başlatım:** Eğer  $\mathbf{w}(k)$  ağırlık vektörüne ait başlangıç bilgisi mevcut ise, bu bilgi  $\mathbf{w}(0)$  için yaklaşık bir değer seçmek için kullanılır. Aksi durumda  $\mathbf{w}(0) = 0$  olarak ayarlanır.

#### Veri:

$\{x_k, d_k\}_{k=1}^K$ :  $\mathbf{x}(k)$  filtre giriş sinyali,  $d(k)$  beklenen sinyal.

- $\alpha(k) = d(k) - \mathbf{w}^T(k-1)\mathbf{x}(k)$
- $\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \varepsilon} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k))$
- $y(k) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)$
- $e(k) = d(k) - y(k)$

$k = 1, 2, \dots$  için hesaplanır.

Önerilen CLAF algoritması, sabit parametrelerle başlatıldıktan sonra, giriş-çıkış vektörleri mevcut ise başarılı bir şekilde çalıştırılabilir.

## 2.2 CLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesi

Ortalamada yakınsaklık (Convergence in the mean) için CLAF algoritmasına ait adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırlarının belirlenmesi gerekir. Ancak bağımsızlık varsayımları (Independence assumptions) kullanılacak olursa CLAF algoritmasının yakınsama analizi matematiksel olarak yapılabilir. Yani ağırlık vektörü  $\mathbf{w}(k)$ , giriş vektörü  $\mathbf{x}(k)$ 'dan istatistiksel olarak bağımsızdır ve  $k \neq l$  için  $\{d(k), \mathbf{x}(k)\}$  ifadesi  $\{d(l), \mathbf{x}(l)\}$  ifadesinden bağımsızdır (Hayes, 1996; Haykin, 2002). Bu varsayımlar kullanılarak CLAF algoritmasının adım büyüklüğünün alt ve üst sınırları belirlenecektir. Öncelikle beklenen sinyal  $d(k)$ , Denklem (2.23)'deki gibi en genel halde ifade edilecek olursa;

$$d(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}_o + n(k) \quad (2.23)$$

burada  $\mathbf{w}_o$  en iyi ağırlık vektörünü (Optimal weight vector),  $n(k)$  ise  $\mathbf{x}(k)$ 'dan bağımsız, sıfır ortalamalı ve  $\sigma_n^2$  varyanslı bir kompleks değerli beyaz gauss gürültüyü temsil etmektedir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

Denklem (2.23)'de tanımlanan beklenen sinyal ifadesi  $d(k)$ , Denklem (2.21)'in içerisinde yazılarak Denklem (2.24) elde edilir.

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}^*(k)} \left( \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}_o + n(k) - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}(k-1) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \quad (2.24)$$

En iyi ağırlık vektörü  $\mathbf{w}_o$ , Denklem (2.24)'ün her iki tarafından çıkarılarak ağırlık hata vektörü (Weight error vector)  $\mathbf{c}(k) = \mathbf{w}(k-1) - \mathbf{w}_o$  ifadesi, Denklem (2.25)'deki gibi elde edilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}_o &= \mathbf{w}(k-1) - \mathbf{w}_o + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \left( \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}_o + n(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k-1) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
\mathbf{c}(k) &= \mathbf{c}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \left( -\mathbf{x}^T(k)\mathbf{c}(k-1) + n(k) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
\mathbf{c}(k) &= \mathbf{c}(k-1) - \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)\mathbf{x}^T(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \mathbf{c}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} n(k) - \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \kappa^k |e(0)| \text{sign}(\alpha(k))
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Elde edilen Denklem (2.25)'in her iki tarafının beklenen değer (Expected value) ifadesi alınacak olursa (Hayes, 1996; Haykin, 2002);

$$\begin{aligned}
E\{\mathbf{c}(k)\} &= E\{\mathbf{c}(k-1)\} - \mu \frac{E\{\mathbf{x}^*(k)\mathbf{x}^T(k)\}}{E\{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)\}} E\{\mathbf{c}(k-1)\} \\
&\quad + \mu \frac{E\{\mathbf{x}^*(k)n(k)\}}{E\{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)\}} - \mu \kappa^k |e(0)| \text{sign}(\alpha(k)) \frac{E\{\mathbf{x}^*(k)\}}{E\{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)\}}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

ifadesi elde edilir. Burada zaman indeksi  $k$ 'nın sonsuza gitmesi ve adaptasyon kazanç oranı  $\kappa \in [0,1)$  olması durumunda; Teorem 2.1'de yer aldığı gibi  $\kappa^k |e(0)|$  ifadesi sıfıra eşit olur ve daha sonra bağımsızlık varsayımı Denklem (2.26)'ya uygulandığında;

$$E\{\mathbf{c}(k)\} = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{R}^*}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \right) E\{\mathbf{c}(k-1)\} \tag{2.27}$$

ifadesi elde edilir. Burada  $\mathbf{R}$ , öz ilinti matrisini temsil etmektedir.  $\mathbf{R}$  hermit (Hermitian) ve pozitif yarı tanımlı (Positive semidefinite) olduğu için birimsel dönüşüm (Unitary transformation) kullanılarak köşegen matris (Diagonal matrix) haline Denklem (2.28)'deki gibi dönüştürülebilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T \tag{2.28}$$

burada  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ ,  $\mathbf{R}$ 'nin pozitif öz değerlerinden oluşan köşegen matrisi temsil etmektedir.  $\mathbf{Q}$  ise ilgili öz vektörlerin matrisini tanımlamaktadır ve

$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$  'dir (Hayes, 1996; Haykin, 2002). Ağırlık hata vektörü  $\mathbf{c}(k)$ ,  $\mathbf{Q}$  matrisi kullanılarak  $\mathbf{c}'(k) = \mathbf{Q}\mathbf{c}(k)$  şeklinde döndürülür (Hayes, 1996; Haykin, 2002) ve böylece Denklem (2.27) aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$\mathbf{c}'(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{\Lambda}}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \right) \mathbf{c}'(k-1) \quad (2.29)$$

Denklem (2.29)'da eşitliğin sağ tarafı köşegen olduğundan, CLAF algoritmasının  $n$ th doğal modu (Natural mode) Denklem (2.30)'daki gibi ifade edilebilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{c}'_n(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \right) \mathbf{c}'_n(k-1), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.30)$$

Burada  $\lambda_n$ ,  $\mathbf{R}$  'nin  $n$ th öz değerini temsil etmektedir.  $\mathbf{c}'_n(k)$  ifadesi,  $\mathbf{c}'_n(0)$  gibi bir başlangıç değerine sahip olduğu düşünülecek olursa,  $\mathbf{c}'_n(k)$  'nin çözümü kolaylıkla Denklem (2.31)'deki ifadeden elde edilebilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{c}'_n(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \right)^k \mathbf{c}'_n(0), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.31)$$

$\mathbf{w}(k-1)$  'in; en iyi çözüm olan  $\mathbf{w}_o$  'a yakınsaması için  $k$  sonsuza giderken, ağırlık hata vektörünün sıfıra yakınsaması gerekmektedir. Bu yüzden bu durum sadece ve sadece  $\left| \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \right| < 1$  şartı altında sağlanabilir. Yakınsamanın en hızlı modu, maksimum öz değer  $\lambda_n$  ile tanımlanabildiği için CLAF algoritmasının ortalama yakınsaklık şartı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$0 < \mu < 2 \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)}{\lambda_{\max}} \approx 2 \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)}{\text{Tr}(\mathbf{R}^*)} \quad (2.32)$$

$$0 < \mu < 2 \quad (2.33)$$

Sonuç olarak, CLAF algoritmasının ortalamada yakınsak olabilmesi için adım büyüklüğü  $\mu$  parametresinin 0 ile 2 arasında seçilmesi gerekmektedir.

### 2.3 CLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesine Yeni Bir Yaklaşım

CLAF algoritmasının kararlılık sınırlarının belirlenmesi için adım büyüklüğünün alt ve üst sınırlarının belirlenmesi gerekir. Bir önceki istatistiksel yaklaşımın aksine bu bölümde daha basit bir yaklaşım sunulacaktır. Öncelikle Denklem (2.1)'de yer alan kompleks değerli hata fonksiyonu  $e(k)$ , ağırlık vektörü güncelleme kuralı kullanılarak yazıldığında;

$$\begin{aligned}
e(k) &= d(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) \\
&= d(k) - \mathbf{x}^T(k) \left( \mathbf{w}(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
&= \left( d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k-1) - \mu \frac{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
&= (\alpha(k) - \mu(|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k))) \\
&= (\alpha(k) - \mu\alpha(k) + \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k))) \\
e(k) &= \alpha(k) \underbrace{\left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right| \right) \right]}_{<1}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

ifadesi elde edilir. Burada hata fonksiyonu  $e(k)$  'nın genliği, ön kestirim hatası  $\alpha(k)$  'nın genliğinden küçüktür ( $|e(k)| < |\alpha(k)|$ ) (Mandic ve Cahmbers, 2000). Bu şartın her zaman sağlanabilmesi için Denklem (2.34)'de yer alan kare parantez ifadesinin mutlak değerinin her zaman 1'den küçük olması gerekir. Böylece adım büyüklüğü  $\mu$  'ye ait alt ve üst sınır bandı aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$\left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right| \right) \right] < 1 \tag{2.35}$$

$$-1 < \left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right| \right) \right] < 1 \quad (2.36)$$

Denklem (2.36)'da yer alan ifade gerekli işlemler yapıldıktan sonra  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırları Denklem (2.37)'deki gibi elde edilir.

$$0 < \mu < \frac{2}{1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right|} \quad (2.37)$$

Denklem (2.37)'de yer alan adım büyüklüğünün üst sınırını, bütün  $k$  değerleri için kararlılığı sağlayacak bir nümerik üst sınıra sabitlemesi gerekir. Bu yüzden Denklem (2.37)'de yer alan üst sınırının,  $k$  değeri sonsuza yaklaşırken limitine bakılması gerekir. Böylece Teorem 2.1 kullanılarak, adım büyüklüğüne ait üst sınır basit bir şekilde Denklem (2.38)'de ki gibi elde edilir.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right|} = \frac{2}{1 - \kappa^k \left| \frac{e(0)}{\alpha(k)} \right|} = 2 \quad (2.38)$$

Yapılan işlemlerin sonucunda, CLAF algoritmasına ait adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün alt ve üst sınır Denklem (2.39)'da ki gibi elde edilir.

$$0 < \mu < 2 \quad (2.39)$$

## 2.4 CLAF Algoritmasının Wiener Çözümü

Adaptif filtre algoritmaları, hem durağan (Stationary) hem de durağan olmayan (Nonstationary) ortamlarda filtreleme işlemi yapabilmektedirler. Adaptif filtre algoritmaları; *durağan olmayan ortamlarda*, ortamın istatistiksel değişimini takip ederken, *durağan ortamlarda* ise ortalama kare anlamında (Mean square sense) en iyi Wiener çözüme yakınsar (Haykin, 2002).

Bu bölümde, önerilen CLAF algoritmasının durağan sinyaller için en iyi Wiener çözüme yakınsadığı teorik olarak gösterilecektir.

**Açıklama 2.3:** CLAF algoritmasının durağan sinyaller için en iyi Wiener çözüme yakınsadığının gösterilebilmesi için Denklem (2.21)'de verilen ağırlık vektörü güncelleme kuralının beklenen değer ifadesinin, Denklem (3.40)'da ki gibi alınması gerekmektedir.

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right\} \quad (2.40)$$

Denklem (2.40)'da  $\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) = \mathbf{w}(\infty)$  olduğunda yani zaman indeksi  $k$ , sonsuz değere yaklaştığında, hem ağırlık güncellemesi  $\Delta \mathbf{w}(k) = \mathbf{0}$  olur hem de Teorem 2.1'e göre beklenen değer içerisindeki hata sinyali  $\kappa |e(k-1)| = \kappa^k |e(0)| = 0$  olur. Böylece;

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k) &= \mathbf{w}(k-1) + \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \alpha(k) \right\} \\ \Delta \mathbf{w}(k) = 0 &= \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^*(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k)} \alpha(k) \right\} \\ 0 &= E \left\{ \frac{\mathbf{x}(k)}{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)} (d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k-1))^* \right\} \\ 0 &= E \left\{ \frac{d^*(k)\mathbf{x}(k)}{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)} \right\} - E \left\{ \frac{\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)}{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)} \right\} \mathbf{w}(k-1) \end{aligned} \quad (2.41)$$

ifadesi elde edilir. Burada özilinti matrisi (Auto correlation matrix)  $E \{ \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \} = \mathbf{R}$ , çapraz ilinti vektörü (Corros-correlation vector)  $E \{ d^*(k)\mathbf{x}(k) \} = \mathbf{p}$  ve öz ilinti matrisinin izi (Trace)  $E \{ \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k) \} = \text{Tr}(\mathbf{R})$  ifadeleri kullanılarak Denklem (2.41) yeniden yazılacak olursa, Denklem (2.42)'deki ifade elde edilir.

$$\frac{\mathbf{R}}{\text{Tr}(\mathbf{R})} \mathbf{w} = \frac{\mathbf{p}}{\text{Tr}(\mathbf{R})}$$

$$\mathbf{R}\mathbf{w} = \mathbf{p}$$

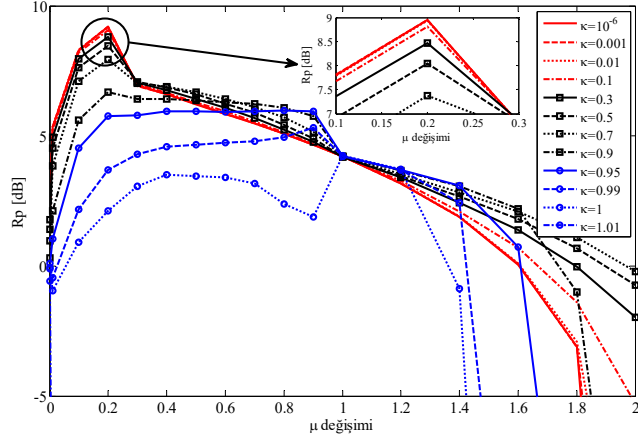
$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (2.42)$$

Böylece CLAF algoritmasının durağan sinyaller için Wiener çözüme yakınsadığı gösterilmiştir. Burada  $E \left\{ \frac{\mathbf{x}(k)}{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)} \alpha^*(k) \right\} = 0$  şartı, dikgenlik (Orthogonality) şartını ifade etmektedir. Yani CLAF algoritması en iyi çözüme yakınsadığı zaman, ön kestirim hatası  $\alpha(k)$  ile giriş vektörü  $\mathbf{x}(k)$  birbirine diktir (Orthogonal) ( $\alpha(k) \perp \mathbf{x}(k)$ ).

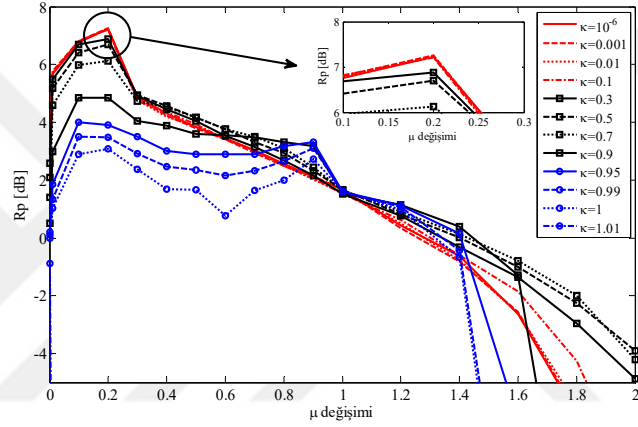
## 2.5 CLAF Algoritmasının Farklı Adaptasyon Kazanç Oranı ve Adım Büyüklüğü Değerleri için Kararlılık Analizi

Yapılan kararlılık analizlerinin sonucunda, CLAF algoritmasına ait adaptasyon kazanç oranı  $\kappa$  ve adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırları belirlenmiştir. Önerilen algoritmanın Lyapunov kararlılık analizi yapılarak adaptasyon kazanç oranı  $\kappa$ 'nın alt ve üst sınırı  $0 \leq \kappa < 1$  olacak şekilde bulunmuştur. Böylece  $\kappa$ 'nın bu belirlenen aralıkta seçilmesi durumunda CLAF algoritmasının her zaman Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı garanti ettiği teorik olarak gösterilmiştir. Ayrıca CLAF algoritmasının ortalama yakınsaklık analizinin sonucunda ise adım büyüklüğü parametresi  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırları  $0 < \mu < 2$  olacak şekilde bulunmuştur. Böylece  $\mu$ 'nün bu belirlenen aralıkta seçilmesi durumunda teorik olarak algoritmanın ortalama yakınsak olduğu gösterilmiştir. Fakat literatürde de bahsedildiği gibi adım büyüklüğüne sahip olan algoritmalarda kullanılan  $\mu$  parametresi genellikle pratik uygulamalarda  $0 < \mu < 1$  olarak seçilmektedir (Haykin, 2002; Apolinorio vd., 2009; Paleologu vd., 2008; Paleologu vd., 2008). Çünkü bu parametrenin 1'den büyük olması bu tip algoritmaların yakınsama kabiliyetini etkilemekte ve filtre çıkışında osilasyona sebep olmaktadır (Haykin, 2002).

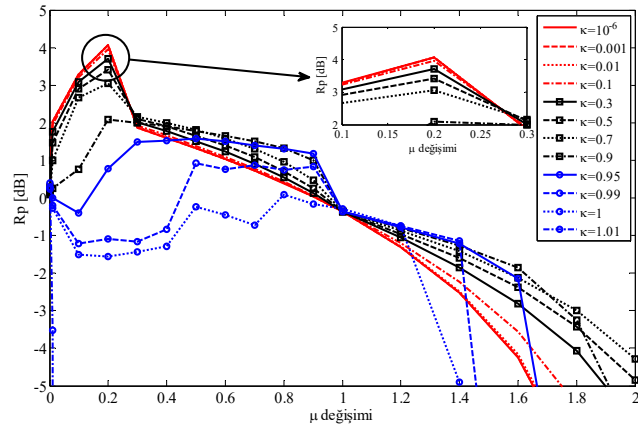
Şekil 2.2 ve 2.3'de CLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerlerinde özbağlanımlı (Autoregressive (AR)), özbağlanımlı yürüyen ortalama (Autoregressive Moving Average (ARMA)), Ikeda ve rüzgar sinyalleri için standart tahmin kazancı (dB) (Standard Prediction gain ( $R_p$ )) değişimi yer almaktadır.



(a)

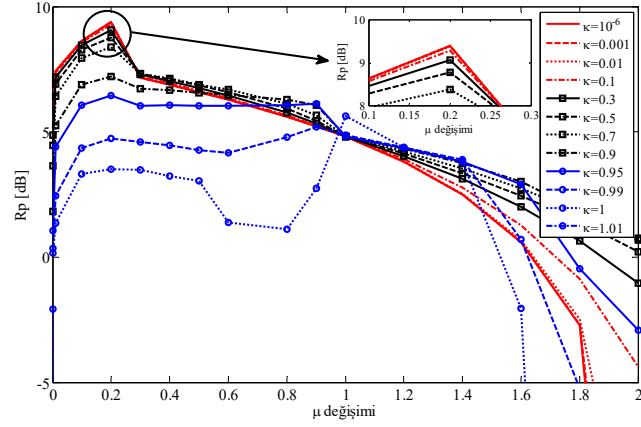


(b)

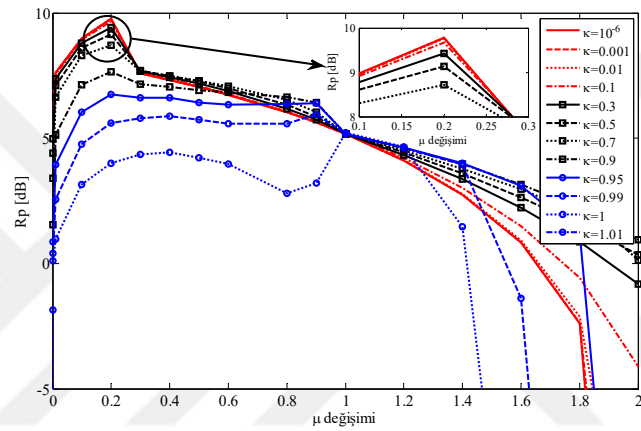


(c)

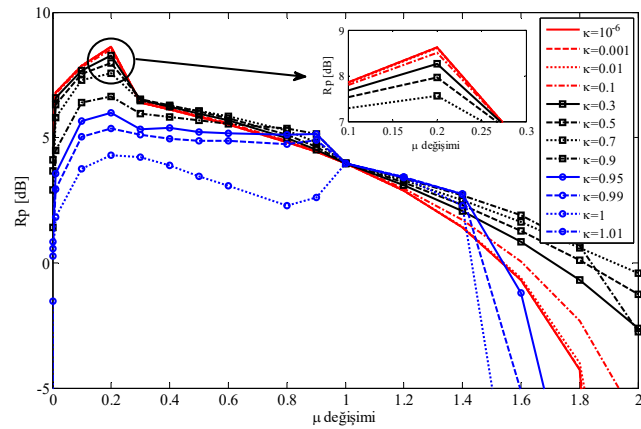
**Şekil 2.2.** CLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel kompleks değerli AR(4) sinyal b) Dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan kompleks değerli Ikeda



(a)



(b)



(c)

**Şekil 2.3.** CLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3

Bu çalışmada CLAF algoritması, AR(4), ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyallerinin bir sonraki adımını tahmin edecek şekilde çalıştırılmıştır. Bu yüzden başarımlar ölçütü olarak algoritmanın  $R_p = 10 \log(\sigma_y^2 / \sigma_e^2)$  (dB) kazancı incelenmiştir. Verilen sinyallere ait denklemler ise Bölüm 4’de yer almaktadır. Burada FIR filtre derecesi  $M = 4$  olarak seçilmiştir. Ayrıca Bölüm 4’de, farklı filtre derecelerine göre de algoritmanın başarımlarını değerlendirilmiştir.

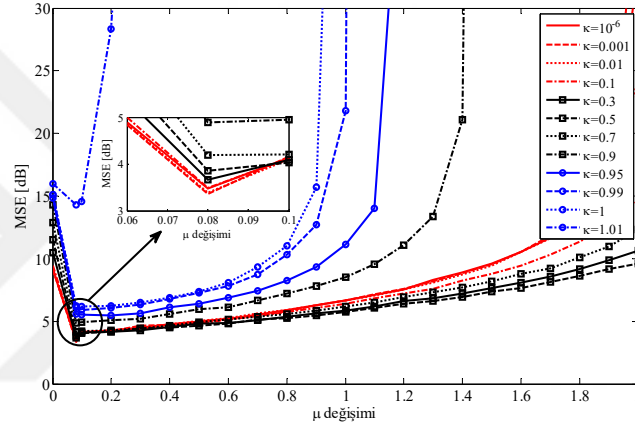
Şekil 2.2 ve 2.3’den görüldüğü gibi  $\kappa$ ’nın sıfıra yakın yani çok küçük seçilmesi durumunda; CLAF algoritması yaklaşık  $\mu = 0.2$  değerinde bütün sinyaller için maksimum  $R_p$  (dB) kazancı sağlamaktadır.

$0 < \mu \leq 1$  aralığında,  $\kappa$  değerinin  $10^{-6}$ ’dan 1.01’e kadar adım adım artırılması durumunda algoritmanın  $R_p$  (dB) başarımının düştüğü Şekil 2.2 ve 2.3’den görülmektedir.  $\kappa = 1$  ve  $\kappa = 1.01$  değerlerinde önerilen algoritma Lyapunov anlamında kararlılığı garanti etmediğinden dolayı algoritma kararsız bir davranış sergilemektedir. Hatta  $\kappa = 1.01$  değerinde bütün uygulamalar için CLAF algoritması, doğrudan kararsız bir davranış sergilemekte ve tahmin kazancı hızla düşmektedir. Bu bahsedilen sonuçlar, yapılan Lyapunov analizinin sonucunda bulunan  $0 \leq \kappa < 1$  aralığının doğruluğunu göstermektedir.  $1 < \mu \leq 2$  aralığında ise  $\mu = 1$ ’den sonra  $R_p$  (dB) başarımı hızla düşmektedir. Ayrıca  $1 < \mu \leq 2$  için  $0.9 \leq \kappa < 1$  aralığında  $R_p$  (dB) başarımı ani bir düşüş gösterirken,  $10^{-6} \leq \kappa < 0.9$  aralığında daha yumuşak bir düşüş göstermektedir.

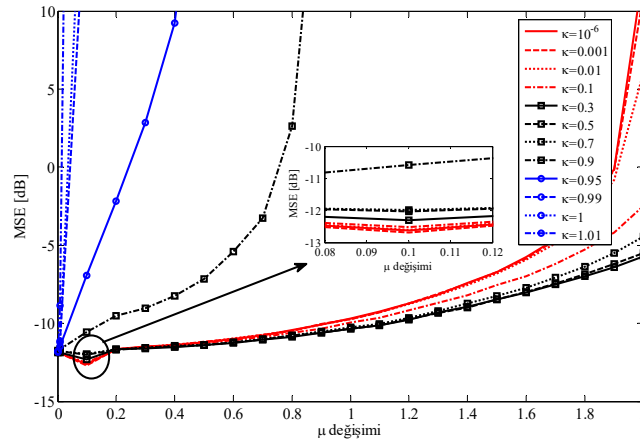
Şekil 2.4’de ise CLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerlerinde WL-MA ve lineer MA sistem tanımlama problemleri için MSE (dB) başarımının değişimi incelenmektedir. Şekil 2.4’den görüldüğü gibi  $\kappa$ ’nın sıfıra yakın yani çok küçük seçilmesi durumunda CLAF algoritması, her iki uygulama içinde  $\mu = 0.1$ ’e yakın değerlerde en düşük MSE değerini göstermektedir.  $0 < \mu \leq 1$  aralığında,  $\kappa$  değerinin  $10^{-6}$ ’dan 1.01’e kadar adım adım artırılması durumunda her iki uygulama içinde algoritmanın başarımının düştüğü Şekil 2.4’den rahatlıkla görülebilmektedir.  $\kappa$ ’nın 1’e yakın değerler seçilmesinde ve  $\mu$ ’nün 1’e yaklaşmasında; önerilen algoritma, her iki problem içinde Lyapunov anlamında kararlılığı garanti etmediğinden dolayı algoritma

kararsız bir davranış sergilemektedir. Hatta  $\kappa = 1.01$  değerinde ise CLAF algoritması doğrudan kararsız bir davranış sergilemekte ve MSE (dB) değeri hızla yükselmektedir. Bu bahsedilen sonuçlar, yapılan Lyapunov analizinin sonucunda bulunan  $0 \leq \kappa < 1$  aralığının doğruluğunu göstermektedir.  $1 < \mu \leq 2$  aralığında ise  $\kappa$ 'nın küçük seçilmesi durumunda;  $\mu$ , 2 değerine yaklaştıkça her iki uygulama içinde MSE (dB) değeri hızla yükselmektedir.

Sonuç olarak, yapılan bu benzetimler  $\mu$  ve  $\kappa$ 'nın alt ve üst sınırlarının belirlenmesi için yapılan analizlerin doğruluğunu göstermiştir.



(a)



(b)

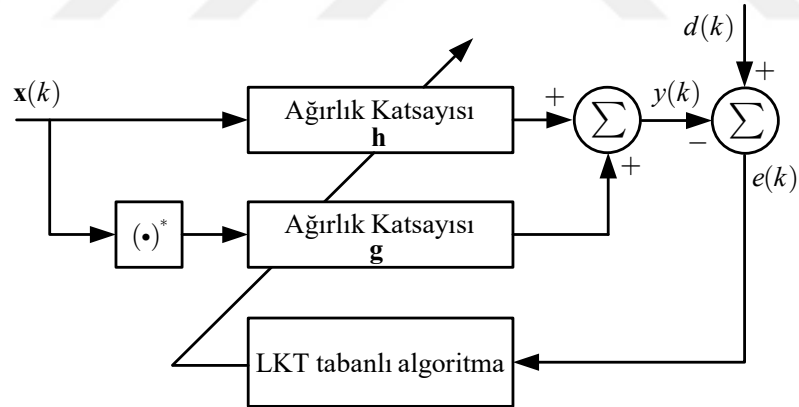
**Şekil 2.4.** Sistem tanımlama probleminde CLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için MSE (dB) başarımının değişimi a) WL-MA(4) sistem b) Lineer MA(1) sistem

## BÖLÜM III

### ARTIRILMIŞ KOMPLEKS DEĞERLİ LKT TABANLI ADAPTİF FİLTRE ALGORİTMASININ TASARIMI

Bu bölümde;  $\mathbb{C}$  düzlemde dairesel ve dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin filtrelenmesi için artırılmış kompleks değerli Lyapunov kararlılık teorisi (LKT) tabanlı adaptif filtre (Augmented complex valued Lyapunov stability theory based adaptive filter (ACLAF)) algoritmasının tasarımı gerçekleştirilecektir. Ayrıca önerilen ACLAF algoritmasının Lyapunov analizi yapılacak, ardından algoritmanın adım büyüklüğüne ait kararlılık sınırları iki farklı yaklaşımla belirlenecek ve son olarak da durağan olmayan sinyaller için algoritmanın Wiener çözüme yakınsadığı istatistiksel olarak gösterilecektir.

#### 3.1 Artırılmış Kompleks Değerli LKT Tabanlı Adaptif Filtre Algoritmasının Tasarımı



Şekil 3.1. Geniş lineer model tabanlı adaptif filtre blok diyagramı

Şekil 3.1’de geniş lineer model tabanlı adaptif filtre blok diyagramı görülmektedir. Burada,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  giriş sinyalini,  $y(k) \in \mathbb{C}$  filtre çıkışını ve  $d(k) \in \mathbb{C}$  ise beklenen sinyali temsil etmektedir. Geniş lineer filtreye ait  $e(k) \in \mathbb{C}$  kompleks değerli hata sinyali ise Denklem (3.1)’de verilmektedir.

$$e(k) = d(k) - y(k) = e^r(k) + je^i(k) \quad (3.1)$$

burada  $j = \sqrt{-1}$ ,  $e^r(k)$  ve  $e^i(k)$  sırasıyla hata sinyaline ait reel ve imajiner kısımları ifade etmektedir.

Geniş lineer kompleks değerli adaptif filtreye ait çıkış sinyali  $y(k)$  ise Denklem (3.2)'de verilmektedir.

$$y(k) = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}(k) \quad (3.2)$$

burada  $\mathbf{h}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  geniş lineer filtreye ait standart ağırlık vektörünü,  $\mathbf{g}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  ise eşlenik ağırlık vektörünü temsil etmektedirler.

Kompleks değerli filtre girişi  $\mathbf{x}(k)$ , Denklem (3.3)'teki gibi ifade edilir. Denklem (3.3)'te yer alan  $M$  ise filtre derecesini temsil etmektedir.

$$\mathbf{x}(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-M)]^T \quad (3.3)$$

Denklem (3.1)'deki hata fonksiyonu tanımlandıktan sonra ACLAF algoritmasının tasarımı için öncelikle Lyapunov fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada Lyapunov fonksiyonu olarak  $V(k) = |e(k)| \in \mathbb{R}$  fonksiyonu seçilmiştir. Tanımlanan bu Lyapunov fonksiyonu ile sistemin kararlılığının garanti edilebilmesi için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  özelliğinin çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlanması gerekir. Tanımlanan bu eşitsizlik, önerilen filtre tasarımına ait eniyileme probleminin eşitsizlik kısıtına yerleştirilmiştir. Yapılacak eniyileme işleminde minimize edilecek enerji fonksiyonu ise  $\delta \mathbf{h}^H \delta \mathbf{h} + \delta \mathbf{g}^H \delta \mathbf{g}$  fonksiyonudur.  $\delta \mathbf{h}$  ve  $\delta \mathbf{g}$  ifadeleri sırasıyla Denklem (3.4) ve (3.5)'de verilmektedir.

$$\delta \mathbf{h} = \mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1) \quad (3.4)$$

$$\delta \mathbf{g} = \mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1) \quad (3.5)$$

Dolayısıyla yapılacak olan artırılmış kompleks istatistik tabanlı adaptif filtre tasarımı, eşitsizlik kısıtlı bir eniyileme problemine dönüştürülür. Bu eniyileme problemi;

*Minimize edilecek maliyet fonksiyonu;*

$$\mathbf{w}_o^a = [\mathbf{h}_o^T, \mathbf{g}_o^T]^T = \text{Argmin}(\delta \mathbf{h}^H \delta \mathbf{h} + \delta \mathbf{g}^H \delta \mathbf{g})$$

*Kısıt fonksiyonu;*

$$\Delta V(k) = |e(k)| - |e(k-1)| < 0 \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\mathbf{w}_o^a = [\mathbf{h}_o^T, \mathbf{g}_o^T]^T \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$ , bulunması amaçlanan en iyi artırılmış ağırlık katsayıları vektörünü temsil etmektedir. En iyi  $\mathbf{w}_o^a$  vektörü; en iyi eşlenik ağırlık vektörü  $\mathbf{g}_o \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , ve en iyi standart ağırlık vektörü  $\mathbf{h}_o \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , içerisinde bulundurulur.

Denklem (3.6)'da yer alan eniyileme problemi Lagrange çarpanlar teoremi kullanılarak çözülecek olursa; öncelikle Lagrange fonksiyonun, Denklem (3.7)'deki gibi oluşturulması gerekmektedir.

$$F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda) = (\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1))^H (\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)) + (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1))^H (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)) + \lambda (|e(k)| - |e(k-1)|) \quad (3.7)$$

$$F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda) = \|\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)\|_2^2 + \|\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)\|_2^2 + \lambda (|e(k)| - |e(k-1)|) \quad (3.8)$$

burada negatif olmayan değişken  $\lambda$ , Lagrange çarpanını temsil etmektedir.

Tanımlanan Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda): \mathbb{C} \mapsto \mathbb{R}$ , kompleks değişkenlerin reel değerli bir fonksiyon olduğundan Cauchy-Riemann şartları sağlanamaz yani bu fonksiyonun doğrudan  $\mathbb{C}$  düzlemde türevi alınmaz. Bu yüzden kompleks değişkenlerin reel değerli Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)$ 'nın kompleks değişkenlere göre türevinin alınabilmesi için  $\mathbb{C} \mathbb{R}$  analiz kullanılması gerekir.

$\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz kullanılarak Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)$ 'nın  $\mathbf{h}^*(k)$ ,  $\mathbf{g}^*(k)$  ve  $\lambda$ 'ya göre kısmi türevlerinin sonuçları sıfıra eşitlenir. Böylece eniyileme şartları Denklem (3.9), (3.10) ve (3.11)'deki gibi elde edilir.

$$\text{Durum 1: } \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial \mathbf{h}^*(k)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{h}^*(k))^r} - \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{h}^*(k))^i} \right) = 0 \quad (3.9)$$

$$\text{Durum 2: } \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial \mathbf{g}^*(k)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{g}^*(k))^r} - \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{g}^*(k))^i} \right) = 0 \quad (3.10)$$

$$\text{Durum 3: } \frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.11)$$

Denklem (3.9) ve (3.10)'da yer alan  $(\bullet)^r$  ve  $(\bullet)^i$  sırasıyla kompleks türevin reel ve imajiner bileşenlerini temsil etmektedir. Denklem (3.9) ve (3.10)'da yer alan  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)$  fonksiyonu, reel ve imajiner bileşenlerine göre Denklem (3.1) kullanılarak Denklem (3.12)'deki gibi yeniden yazılır.

$$\begin{aligned} F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda) &= (\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1))^H (\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)) + (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1))^H (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \left| (d^*(k) - \mathbf{h}^H(k) \mathbf{x}^*(k) - \mathbf{g}^H(k) \mathbf{x}(k)) \right| \lambda \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \left| (d(k) - \mathbf{h}^T(k) \mathbf{x}(k) - \mathbf{g}^T(k) \mathbf{x}^*(k)) \right| \lambda^* \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[ \left| (d^*(k-1) - \mathbf{h}^H(k-1) \mathbf{x}^*(k-1) - \mathbf{g}^H(k-1) \mathbf{x}(k-1)) \right| \lambda \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[ \left| (d(k-1) - \mathbf{h}^T(k-1) \mathbf{x}(k-1) - \mathbf{g}^T(k-1) \mathbf{x}^*(k-1)) \right| \lambda^* \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Denklem (3.12) yazıldıktan sonra *Durum 1* çözümlerse; Denklem (3.13) ve (3.14)'deki ifadeler elde edilir.

$$\frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{h}^*(k))^r} = \mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1) - \frac{1}{2} \mathbf{x}^*(k) \text{sign}(e(k)) \lambda \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial (\mathbf{h}^*(k))^i} = j(\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)) - \frac{j}{2} \mathbf{x}^*(k) \text{sign}(e(k)) \lambda = 0 \quad (3.14)$$

Denklem (3.13) ve (3.14)'deki ifadeler *Durum 1*'de yerine yazıldığında,  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)$  fonksiyonunun  $\mathbf{h}^*(k)$ 'ya göre kısmi türevi;

$$\frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial \mathbf{h}^*(k)} = \mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1) - \frac{1}{2} \mathbf{x}^*(k) \text{sign}(e(k)) \lambda = 0 \quad (3.15)$$

elde edilir.

Böylece standart ağırlık vektörü  $\mathbf{h}(k)$  ifadesi Denklem (3.16)'daki gibi elde edilir.

$$\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^*(k) \text{sign}(e(k)) \lambda \quad (3.16)$$

Aynı işlemler *Durum 2* için yapılacak olursa eşlenik ağırlık vektörü  $\mathbf{g}(k)$  ifadesi Denklem (3.17)'de ki gibi elde edilir.

$$\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1) = \frac{1}{2} \mathbf{x}(k) \text{sign}(e(k)) \lambda \quad (3.17)$$

Denklem (3.16),  $\mathbf{x}^T(k)$  ile Denklem (3.17) ise  $\mathbf{x}^H(k)$  ile çarpıldığında, Denklem (3.18) ve (3.19)'da yer alan ifadeler elde edilir.

$$\mathbf{x}^T(k) (\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}^*(k) \text{sign}(e(k)) \lambda \quad (3.18)$$

$$\mathbf{x}^H(k) (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^H(k) \mathbf{x}(k) \text{sign}(e(k)) \lambda \quad (3.19)$$

Denklem (3.18) ve (3.19) taraf tarafa toplandığında Lagrange çarpanı  $\lambda$ , Denklem (3.20)'deki gibi elde edilir.

$$\lambda = \frac{2(\mathbf{x}^T(k)(\mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1)) + \mathbf{x}^H(k)(\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)))}{(\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k))\text{sign}(e(k))} \quad (3.20)$$

Denklem (3.20)'deki ifadenin pay kısmına  $d(k)$  eklenip çıkarılırsa;

$$\lambda = \frac{2((d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}(k-1) - \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}(k-1)) - (d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}(k) - \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}(k)))}{(\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k))\text{sign}(e(k))} \quad (3.21)$$

ifadesi elde edilir. Lagrange çarpanı  $\lambda$ 'nın daha basit bir şekilde ifade edilebilmesi için ön kestirim hatası  $\alpha(k) \in \mathbb{C}$ 'nin Denklem (3.22)'deki gibi tanımlanması gerekir.

$$\alpha(k) = d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}(k-1) - \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}(k-1) \quad (3.22)$$

Denklem (3.1) ve (3.22) kullanılarak Lagrange çarpanı  $\lambda$ , Denklem (3.23)'deki gibi yeniden elde edilir.

$$\lambda = \frac{2(\alpha(k) - e(k))}{(\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k))\text{sign}(e(k))} \quad (3.23)$$

*Durum 3* çözüldüğünde ise;

$$\frac{\partial F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)}{\partial \lambda} = |e(k)| - |e(k-1)| = 0 \quad (3.24)$$

$$|e(k)| = |e(k-1)| \quad (3.25)$$

ifadeleri elde edilir.

Denklem (3.25)'de, Lagrange fonksiyonu  $F(\mathbf{h}(k), \mathbf{g}(k), \lambda)$ 'nın  $\lambda$ 'ya göre kısmi türevinin sifıra eşitlenip çözülmesinin sonucunda; hata fonksiyonun  $k$  ve  $k-1$  anındaki mutlak değer ifadeleri eşit çıkmaktadır ( $|e(k)| = |e(k-1)|$ ). Fakat Denklem (3.6)'da yer

alan kısıt fonksiyonu,  $\Delta V(k) = |e(k)| - |e(k-1)| < 0$  olduğundan dolayı, bu eşitsizliğin her zaman sağlanabilmesi için hata fonksiyonu  $|e(k)|$ ;  $\kappa \in [0,1)$  parametresi kullanılarak Denklem (3.26)'da ki gibi yeniden düzenlenir.

$$|e(k)| = \kappa |e(k-1)|, \quad 0 \leq \kappa < 1 \quad (3.26)$$

Böylece algoritmanın Lyapunov anlamında kararlılığı yani  $\Delta V(k) = \kappa |e(k-1)| - |e(k-1)| < 0$  şartı  $\kappa \in [0,1)$  için her zaman sağlanmış olur. Ayrıca Denklem (3.26)'da  $\kappa$ , adaptasyon kazanç oranının temsil etmektedir (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015b).

**Teorem 3.1:** Adaptasyon kazanç oranı  $\kappa$ 'nın,  $0 \leq \kappa < 1$  aralığında seçilmesi durumunda; Denklem (3.26)'da yer alan hata sinyali  $|e(k)| = \sqrt{e_r^2(k) + e_i^2(k)}$ , asimptotik olarak sifira yakınsar.

**İspat:**

$$\begin{aligned} |e(1)| &= \kappa |e(0)| \\ |e(2)| &= \kappa |e(1)| = \kappa^2 |e(0)| \\ &\vdots \\ |e(k)| &= \lim_{k \rightarrow \infty} \kappa^k |e(0)| = 0, \quad 0 \leq \kappa < 1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Teorem 3.1'den görüldüğü gibi hata sinyali  $|e(k)|$ ;  $\kappa \in [0,1)$  için  $k$ 'nın sonsuz değere ulaşması durumunda asimptotik olarak sifira yakınsar (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014b; Mengüç ve Acır, 2015b).

*Durum 1*, *Durum 2* ve *Durum 3*'ün çözümlerinden elde edilen Denklem (3.23) ve (3.26), Denklem (3.16)'da yerine yazıldığında LKT tabanlı standart ağırlık vektörü  $\mathbf{h}(k)$  güncelleme kuralı Denklem (3.28)'de ki gibi elde edilir.

$$\mathbf{h}(k) = \mathbf{h}(k-1) + \frac{\mathbf{x}^*(k)}{(\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k))} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (3.28)$$

*Durum 1, Durum 2 ve Durum 3*'ün çözümlerinden elde edilen Denklem (3.23) ve (3.26), Denklem (3.17)'de yerine yazıldığında LKT tabanlı eşlenik ağırlık vektörü  $\mathbf{g}(k)$  güncelleme kuralı Denklem (3.29)'da ki gibi elde edilir.

$$\mathbf{g}(k) = \mathbf{g}(k-1) + \frac{\mathbf{x}(k)}{(\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}^*(k) + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k))} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (3.29)$$

elde edilir.

Denklem (3.28) ve (3.29)'dan elde edilen LKT tabanlı standart  $\mathbf{h}(k)$  ve eşlenik  $\mathbf{g}(k)$  ağırlık vektörleri, artırılmış kompleks değerli ağırlık katsayısı vektörü  $\mathbf{w}^a(k) \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$  içerisinde birleştirilirse; LKT tabanlı artırılmış ağırlık vektörü güncelleme kuralı;

$$\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\|\mathbf{x}^a(k)\|_2^2} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (3.30)$$

elde edilir. Burada  $\mathbf{x}^a(k) = [\mathbf{x}^T(k), \mathbf{x}^H(k)] \in \mathbb{C}^{2M \times 1}$ , artırılmış giriş vektörünü ifade etmektedir.

*ACLAF algoritmasının Lyapunov analizi:*

Bu bölümde, önerilen ACLAF algoritmasının Lyapunov analizi aşağıdaki teorem kullanılarak yapılacaktır.

**Teorem 3.2:**  $\kappa \in [0,1)$  olmak üzere ACLAF algoritması her zaman Lyapunov anlamında kararlılığı sağlar.

**İspat:** Teoremin ispatı için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  şartının çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlanması gerekmektedir.

LKT tabanlı artırılmış ağırlık vektörü güncelleme kuralı ve Lyapunov fonksiyonu  $V(k) = |e(k)|$  kullanılarak,  $\Delta V(k)$  ifadesi:

$$\begin{aligned}
\Delta V(k) &= V(k) - V(k-1) \\
&= |e(k)| - |e(k-1)| \\
&= |d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}(k) - \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}(k)| - |e(k-1)| \\
&= |d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}^a(k)| - |e(k-1)| \\
&= \left| d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k) \left( \mathbf{w}^a(k-1) + \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}^a(k-1) - \frac{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( \alpha(k) - (|\alpha(k)| - \kappa|e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \left( \alpha(k) - \alpha(k) + \kappa|e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \right| - |e(k-1)| \\
&= \left| \kappa|e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right| - |e(k-1)| \\
&= \kappa|e(k-1)| - |e(k-1)| = (\kappa - 1)|e(k-1)| \tag{3.31}
\end{aligned}$$

$$\Delta V(k) = -(1 - \kappa)|e(k-1)| < 0, \quad 0 \leq \kappa < 1 \text{ ve } \forall k. \tag{3.32}$$

elde edilir. Böylece ACLAF algoritması, çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için Lyapunov anlamında asimptotik kararlıdır.

**Açıklama 3.1:** Önerilen algoritmanın kararlı duruma yakınsama hızının ve izleme kabiliyetinin kontrol edilebilmesi (Haykin, 2002; Mengüç ve Acır, 2013; Mengüç ve Acır, 2014a; Mengüç ve Acır, 2015b) için adım büyüklüğü  $\mu$  parametresi kullanılır. Böylece ACLAF algoritmasına ait artırılmış kompleks değerli ağırlık vektörü güncelleme kuralı; adım büyüklüğü  $\mu$  parametresi kullanılarak Denklem (3.33)'de ki gibi yeniden yazılır.

$$\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\|\mathbf{x}^a(k)\|_2^2} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (3.33)$$

**Açıklama 3.2:** Ayrıca önerilen ACLAF algoritması,  $\|\mathbf{x}^{a*}(k)\|_2^2 \neq 0$  kısıtı altında çalışmalıdır. Tekillığe sebep olan bu kısıttan kurtulmak için mümkün olduğunca küçük pozitif  $\varepsilon$  sabiti kullanılarak artırılmış ağırlık vektörü güncelleme kuralı, Denklem (3.34)'de ki gibi yeniden yazılır (Man vd., 1998; Seng vd., 2002; Mengüç ve Acır, 2013).

$$\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\|\mathbf{x}^a(k)\|_2^2 + \varepsilon} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \quad (3.34)$$

### **ACLAF Algoritması:**

#### **Parametreler:**

- M: Filtre derecesi.
- $\varepsilon \ll 1$ ,  $\varepsilon \in \mathfrak{R}^+$
- $0 \leq \kappa < 1$  ve  $0 < \mu < 2$ .

**Başlatım:** Eğer  $\mathbf{w}^a(k)$  artırılmış ağırlık vektörüne ait başlangıç bilgisi mevcut ise, bu bilgi  $\mathbf{w}^a(0)$  için yaklaşık bir değer seçmek için kullanılır. Aksi durumda  $\mathbf{w}^a(0) = \mathbf{0}$  olarak ayarlanır.

#### **Veri:**

$\mathbf{x}^a(k) = [\mathbf{x}^T(k), \mathbf{x}^H(k)]$ , filtreye ait artırılmış giriş sinyali  $d(k)$  ise beklenen sinyaldir.

- $\alpha(k) = d(k) - \mathbf{w}^{aT}(k-1)\mathbf{x}^a(k)$
- $\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\|\mathbf{x}^a(k)\|_2^2 + \varepsilon} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k))$
- $y(k) = \mathbf{w}^{aT}(k)\mathbf{x}^a(k)$
- $e(k) = d(k) - y(k)$

$k = 1, 2, \dots$  için hesaplanır.

Önerilen ACLAF algoritması, sabit parametreler ile başlatıldıktan sonra, giriş-çıkış vektörleri mevcut ise başarılı bir şekilde çalıştırılabilir.

### 3.2 ACLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesi

Ortalamada yakınsaklık için ACLAF algoritmasına ait adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırının belirlenmesi gerekir. Ancak bağımsızlık varsayımları kullanılacak olursa ACLAF algoritmasının yakınsama analizi matematiksel olarak yapılabilir. Yani artırılmış ağırlık vektörü  $\mathbf{w}^a(k)$ , artırılmış giriş vektörü  $\mathbf{x}^a(k)$ 'dan istatistiksel olarak bağımsızdır ve  $k \neq l$  için  $\{d(k), \mathbf{x}^a(k)\}$  ifadesi  $\{d(l), \mathbf{x}^a(l)\}$  ifadesinden bağımsızdır (Hayes, 1996; Haykin 2002). Bu varsayımlar kullanılarak ACLAF algoritmasının adım büyüklüğünün alt ve üst sınırları belirlenecektir. Öncelikle beklenen sinyal  $d(k)$  Denklem (3.35)'deki gibi en genel halde ifade edilecek olursa;

$$d(k) = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{h}_o + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{g}_o + n(k) = \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}_o^a + n(k) \quad (3.35)$$

burada  $\mathbf{w}_o^a = [\mathbf{h}_o^T, \mathbf{g}_o^T]^T$  en iyi artırılmış ağırlık vektörünü,  $n(k)$  ise  $\mathbf{x}(k)$ 'dan bağımsız, sıfır ortalamalı ve  $\sigma_n^2$  varyanslı bir kompleks değerli beyaz gauss gürültüyü temsil etmektedir.

Denklem (3.35)'de tanımlanan beklenen sinyal ifadesi, Denklem (3.33)'ün içerisinde yazılacak olur ise Denklem (3.36)'deki ifade elde edilir.

$$\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \left( \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}_o^a + n(k) - \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}^a(k-1) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \quad (3.36)$$

En iyi artırılmış ağırlık vektörü  $\mathbf{w}_o^a$ , Denklem (3.36)'nın her iki tarafından çıkarılarak, artırılmış ağırlık hata vektörü (Augmented weight error vector)  $\mathbf{c}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) - \mathbf{w}_o^a$

ifadesi gerekli işlemler yapıldıktan sonra Denklem (3.37)'deki gibi elde edilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}^a(k) - \mathbf{w}_0^a &= \mathbf{w}^a(k-1) - \mathbf{w}_0^a \\
&+ \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \left( \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}_0^a + n(k) - \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}^a(k-1) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
\mathbf{c}^a(k) &= \mathbf{c}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \left( -\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{c}^a(k-1) + n(k) - \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\
\mathbf{c}^a(k) &= \mathbf{c}^a(k-1) - \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)\mathbf{x}^{aT}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \mathbf{c}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} n(k) \\
&- \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \kappa^k |e(0)| \text{sign}(\alpha(k))
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Denklem (3.37)'nin her iki tarafının beklenen değer ifadesi alınacak olursa (Hayes, 1996; Haykin, 2002);

$$\begin{aligned}
E\{\mathbf{c}^a(k)\} &= E\{\mathbf{c}^a(k-1)\} - \mu \frac{E\{\mathbf{x}^{a*}(k)\mathbf{x}^{aT}(k)\}}{E\{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)\}} E\{\mathbf{c}^a(k-1)\} \\
&+ \mu \frac{E\{\mathbf{x}^{a*}(k)n(k)\}}{E\{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)\}} - \mu \kappa^k |e(0)| \text{sign}(\alpha(k)) \frac{E\{\mathbf{x}^{a*}(k)\}}{E\{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)\}}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

ifadesi elde edilir. Burada zaman indeksi  $k$ 'nın sonsuza gitmesi ve adaptasyon kazanç oranı  $\kappa \in [0,1)$  aralığında olması durumunda; Teorem 3.1'de yer aldığı gibi  $\kappa^k |e(0)|$  ifadesi sifira eşit olur ve daha sonra bağımsızlık varsayımı Denklem (3.38)'e uygulandığında;

$$E\{\mathbf{c}^a(k)\} = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \right) E\{\mathbf{c}^a(k-1)\} \tag{3.39}$$

ifadesi elde edilir. Burada  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*$ , artırılmış ilinti matrisini temsil etmektedir.  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*$  hermit ve pozitif yarı tanımlı olduğu için birimsel dönüşüm kullanılarak köşegen matris haline Denklem (3.40)'da ki gibi dönüştürülebilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^* = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \quad (3.40)$$

burada  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}$ 'nin pozitif öz değerlerinden oluşan köşegen matrisi temsil etmektedir.  $\mathbf{Q}$  ise ilgili öz vektörlerin matrisini tanımlamaktadır ve  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ 'dir (Hayes, 1996; Haykin, 2002). Artırılmış ağırlık hata vektörü  $\mathbf{c}^a(k)$ ,  $\mathbf{Q}$  matrisi kullanılarak  $\mathbf{c}^{a'}(k) = \mathbf{Q} \mathbf{c}^a(k)$  şeklinde döndürülür. Böylece Denklem (3.39), aşağıdaki gibi yeniden yazılır (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{c}^{a'}(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{\Lambda}}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \right) \mathbf{c}^{a'}(k-1) \quad (3.41)$$

Denklem (3.41)'de eşitliğin sağ tarafı köşegen olduğundan, ACLAF algoritmasının  $n$ th doğal modu Denklem (3.42)'de ki gibi ifade edilebilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{c}_n^{a'}(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \right) \mathbf{c}_n^{a'}(k-1), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3.42)$$

Burada  $\lambda_n$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}$ 'nin  $n$ th öz değerini temsil etmektedir.  $\mathbf{c}_n^{a'}(k)$ ;  $\mathbf{c}_n^{a'}(0)$  gibi bir başlangıç değerine sahip olduğu düşünülürse,  $\mathbf{c}_n^{a'}(k)$ 'nin çözümü Denklem (3.43)'de gibi elde edilir (Hayes, 1996; Haykin, 2002).

$$\mathbf{c}_n^{a'}(k) = \left( \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \right)^k \mathbf{c}_n^{a'}(0), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3.43)$$

$\mathbf{w}^a(k-1)$ 'in en iyi çözüm olan  $\mathbf{w}_0^a$ 'a yakınsaması için  $k$  sonsuza giderken artırılmış ağırlık hata vektörünün sıfıra yakınsaması gerekmektedir. Bu yüzden bu durum sadece

ve sadece  $\left| \mathbf{I} - \mu \frac{\lambda_n}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \right| < 1$  şartında sağlanabilir. Yakınsamanın en hızlı modu,

maksimum öz değer  $\lambda_n$  ile tanımlanabildiği için ACLAF algoritmasının ortalamada yakınsaklık şartı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$0 < \mu < 2 \frac{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)}{\lambda_{\max}} \approx 2 \frac{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}^*)} \quad (3.44)$$

$$0 < \mu < 2 \quad (3.45)$$

Sonuç olarak, ACLAF algoritmasının ortalamada yakınsak olabilmesi için adım büyüklüğü  $\mu$  parametresinin 0 ile 2 arasında seçilmesi gerekmektedir.

### 3.3 ACLAF Algoritmasının Adım Büyüklüğüne ait Kararlılık Sınırlarının Belirlenmesine Yeni Bir Yaklaşım

ACLAF algoritmasının kararlılık sınırlarının belirlenmesi için adım büyüklüğünün alt ve üst sınırlarının belirlenmesi gerekir. Bir önceki istatistiksel yaklaşımın aksine bu bölümde daha basit bir yaklaşım sunulacaktır. Öncelikle Denklem (3.1)'de yer alan kompleks değerli hata fonksiyonu  $e(k)$ , artırılmış ağırlık vektörü güncelleme kuralı kullanılarak yazıldığında, Denklem (3.46) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) - \mathbf{w}^{aT}(k) \mathbf{x}^a(k) \\ &= d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k) \left( \mathbf{w}^a(k-1) + \mu \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k) \mathbf{x}^{a*}(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\ &= \left( d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k) \mathbf{w}^a(k-1) - \mu \frac{\mathbf{x}^{aT}(k) \mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k) \mathbf{x}^{a*}(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right) \\ &= (\alpha(k) - \mu (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k))) \\ &= (\alpha(k) - \mu \alpha(k) + \kappa |e(k-1)| \text{sign}(\alpha(k))) \\ e(k) &= \alpha(k) \underbrace{\left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \frac{|e(k-1)|}{|\alpha(k)|} \right) \right]}_{<1} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Denklem (3.46)'da hata fonksiyonu  $e(k)$ 'nın genliği, ön kestirim hatası  $\alpha(k)$ 'nın genliğinden küçüktür ( $|e(k)| < |\alpha(k)|$ ) (Mandic ve Cahmbers, 2000). Bu şartın her zaman sağlanabilmesi için, Denklem (3.46)'da yer alan kare parantez ifadesinin mutlak

değerinin her zaman 1'den küçük olması gerekir. Böylece adım büyüklüğü  $\mu$ 'ye ait alt ve üst sınır bandı aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$\left[ \left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right| \right) \right] \right] < 1 \quad (3.47)$$

$$-1 < \left[ \left[ 1 - \mu \left( 1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right| \right) \right] \right] < 1 \quad (3.48)$$

Denklem (3.48)'de yer alan ifade gerekli işlemler yapıldıktan sonra,  $\mu$ 'nün ait alt ve üst sınırları Denklem (3.49)'da elde edilir.

$$0 < \mu < \frac{2}{1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right|} \quad (3.49)$$

Denklem (3.49)'da yer alan adım büyüklüğünün üst sınırını, bütün  $k$  değerlerinde kararlılığı sağlayacak bir nümerik üst sınıra sabitlemesi gerekir. Bu yüzden Denklem (3.49)'da yer alan üst sınırın,  $k$  değeri sonsuza yaklaşırken limitine bakılması gerekir. Böylece Teorem 3.1 kullanılarak, adım büyüklüğüne ait üst sınır bandı basit bir şekilde Denklem (3.50)'de ki gibi elde edilir.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - \kappa \left| \frac{e(k-1)}{\alpha(k)} \right|} = \frac{2}{1 - \kappa^k \left| \frac{e(0)}{\alpha(k)} \right|} = 2 \quad (3.50)$$

Yapılan işlemlerin sonucunda, ACLAF algoritmasına ait adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün ait alt ve üst sınırı Denklem (3.51)'de ki gibi elde edilir.

$$0 < \mu < 2 \quad (3.51)$$

### 3.4 ACLAF Algoritmasının Wiener Çözümü

Bu bölümde ACLAF algoritmasının durağan sinyaller için en iyi Wiener çözüme yakınsadığı istatistiksel olarak gösterilecektir.

**Açıklama 3.3:** ACLAF algoritmasının durağan sinyaller için en iyi Wiener çözüme yakınsadığını teorik olarak gösterilebilmesi için Denklem (3.33)'de verilen ağırlık vektörü güncelleme kuralının beklenen değer ifadesinin, Denklem (3.52)'deki gibi alınması gerekmektedir.

$$\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) + \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} (|\alpha(k)| - \kappa |e(k-1)|) \text{sign}(\alpha(k)) \right\} \quad (3.52)$$

Denklem (3.52)'de  $\mathbf{w}^a(k) = \mathbf{w}^a(k-1) = \mathbf{w}^a(\infty)$  olduğunda yani zaman indeksi  $k$ , sonsuz değere yaklaştığında; hem ağırlık güncellemesi  $\Delta \mathbf{w}^a(k) = \mathbf{0}$  olur hem de Teorem 3.1'e göre beklenen değer içerisindeki hata sinyali  $\kappa |e(k-1)| = \kappa^k |e(0)| = 0$  olur. Böylece;

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^a(k) &= \mathbf{w}^a(k-1) + \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \alpha(k) \right\} \\ \Delta \mathbf{w}^a(k) = 0 &= \mu E \left\{ \frac{\mathbf{x}^{a*}(k)}{\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^{a*}(k)} \alpha(k) \right\} \\ 0 &= E \left\{ \frac{(d(k) - \mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{w}^a(k-1))^* \mathbf{x}^a(k)}{\mathbf{x}^{aH}(k)\mathbf{x}^a(k)} \right\} \\ 0 &= E \left\{ \frac{d^*(k)\mathbf{x}^a(k)}{\mathbf{x}^{aH}(k)\mathbf{x}^a(k)} \right\} - E \left\{ \frac{\mathbf{x}^a(k)\mathbf{x}^{aH}(k)}{\mathbf{x}^{aH}(k)\mathbf{x}^a(k)} \right\} \mathbf{w}^a(k-1) \end{aligned} \quad (3.53)$$

ifadesi elde edilir. Burada artırılmış kovaryans matrisi (Augmented covariance matrix)

$E\{\mathbf{x}^a(k)\mathbf{x}^{aH}(k)\} = \mathbf{C}_{\mathbf{x}^a\mathbf{x}^a}$ , çapraz ilinti vektörü (Cross-correlation vector)

$E\{d^*(k)\mathbf{x}^a(k)\} = \mathbf{p}_{d,\mathbf{x}^a}$  ve artırılmış öz ilinti matrisinin izi (Trace)

$E\{\mathbf{x}^{aH}(k)\mathbf{x}^a(k)\} = \text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a\mathbf{x}^a})$  ifadeleri kullanılarak Denklem (3.53) yeniden yazılacak

olursa;

$$\frac{\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a}}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a})} \mathbf{w}^a = \frac{\mathbf{p}_{d, \mathbf{x}^a}}{\text{Tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a})}$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a} \mathbf{w}^a = \mathbf{p}_{d, \mathbf{x}^a}$$

$$\mathbf{w}^a = (\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a})^{-1} \mathbf{p}_{d, \mathbf{x}^a} \quad (3.54)$$

ifadeleri elde edilir ve burada  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}^a \mathbf{x}^a} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^* & \mathbf{C}^* \end{bmatrix}$  ve  $\mathbf{p}_{d, \mathbf{x}^a} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{d, \mathbf{x}} \\ \mathbf{P}_{d, \mathbf{x}} \end{bmatrix}$ , dir.

Denklem (3.54)'de yer alan ifadenin elde edilmesi sonucunda; ACLAF algoritmasının, durağan sinyaller için Wiener çözüme yakınsadığı gösterilmiştir. Böylece  $E \left\{ \frac{\mathbf{x}^a(k)}{\mathbf{x}^{aH}(k) \mathbf{x}^a(k)} \alpha^*(k) \right\} = 0$  şartı, dikgenlik (Orthogonality) şartını ifade etmiştir. Yani ACLAF algoritması en iyi çözüme yakınsadığı zaman, ön kestirim hatası  $\alpha(k)$  ile artırılmış giriş vektörü  $\mathbf{x}^a(k)$  birbirine diktir (Orthogonal) ( $\alpha(k) \perp \mathbf{x}^a(k)$ ).

### 3.5 ACLAF Algoritmasının Farklı Adaptasyon Kazanç Oranı ve Adım Büyüklüğü Değerleri için Kararlılık Analizi

Yapılan kararlılık analizlerinin sonucunda, ACLAF algoritmasına ait adaptasyon kazanç oranı  $\kappa$  ve adım büyüklüğü  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırları belirlenmiştir. Önerilen algoritmanın Lyapunov kararlılık analizi yapılarak adaptasyon kazanç oranı  $\kappa$ 'nın alt ve üst sınırı  $0 \leq \kappa < 1$  olacak şekilde bulunmuştur. Böylece  $\kappa$ 'nın bu belirlenen aralıkta seçilmesi durumunda ACLAF algoritmasının her zaman Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı garanti ettiği gösterilmiştir.

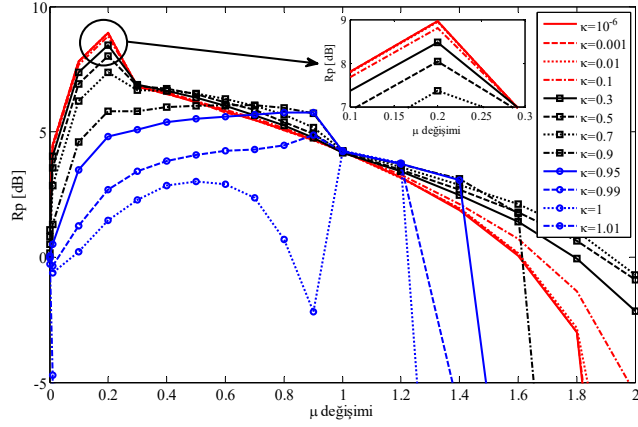
Ayrıca ACLAF algoritmasının ortalama yakınsaklık analizinin sonucunda ise adım büyüklüğü parametresi  $\mu$ 'nün alt ve üst sınırları  $0 < \mu < 2$  olacak şekilde bulunmuştur. Böylece  $\mu$ 'nün bu belirlenen aralıkta seçilmesi durumunda önerilen algoritmanın teorik olarak ortalama yakınsak olduğu gösterilmiştir. Fakat literatürde de bahsedildiği gibi adım büyüklüğüne sahip olan algoritmalarda kullanılan  $\mu$  parametresi genellikle pratik

uygulamalarda  $0 < \mu < 1$  aralığında seçilmektedir (Haykin, 2002; Apolinorio vd., 2009; Paleologu vd., 2008; Paleologu vd., 2008). Çünkü bu parametrenin 1'den büyük olması bu tip algoritmaların yakınsama kabiliyetini etkilemekte ve filtre çıkışında osilasyona sebep olmaktadır (Haykin, 2002).

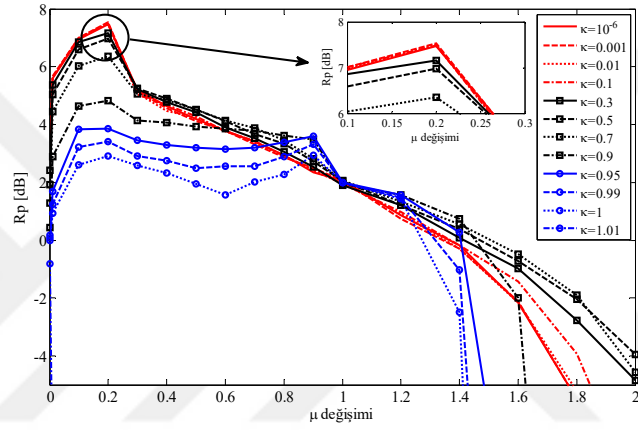
Şekil 3.2 ve 3.3'de; ACLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerlerinde AR(4), ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyalleri için  $R_p$  (dB) değişimi yer almaktadır. Bu çalışmada ACLAF algoritması, AR(4), ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyallerinin bir sonraki adımını tahmin edecek şekilde çalıştırılmıştır. Bu yüzden başarımlar ölçütü olarak algoritmanın  $R_p = 10 \log(\sigma_y^2 / \sigma_e^2)$  (dB) kazancı incelenmiştir. Verilen sinyallere ait denklemler ise Bölüm 4'de yer almaktadır. Burada FIR filtre derecesi  $M = 4$  olarak sabitlenmiştir.

Şekil 3.2 ve 3.3'den görüldüğü gibi  $\kappa$ 'nın sıfıra yakın yani çok küçük seçilmesi durumunda; ACLAF algoritması yaklaşık  $\mu = 0.2$  değerinde bütün sinyaller için maksimum  $R_p$  (dB) kazancı sağlamaktadır.

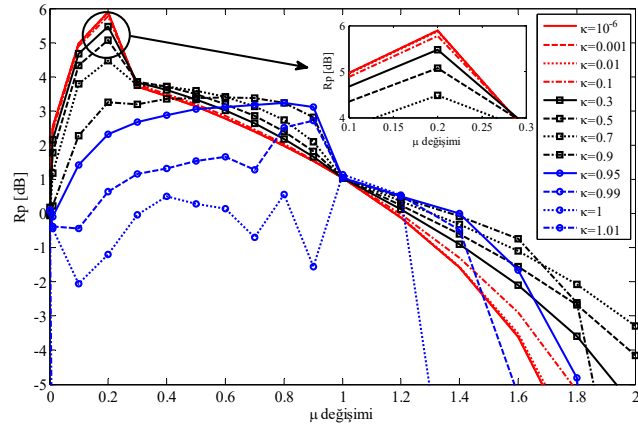
$0 < \mu \leq 1$  aralığında,  $\kappa$  değerinin  $10^{-6}$ 'dan 1.01'e kadar adım adım artırılması durumunda algoritmanın  $R_p$  (dB) başarımının düştüğü Şekil 3.2 ve 3.3'den görülmektedir.  $\kappa = 1$  ve  $\kappa = 1.01$  değerlerinde önerilen algoritma Lyapunov anlamında kararlılığı garanti etmediğinden dolayı algoritma kararsız bir davranış sergilemektedir. Hatta  $\kappa = 1.01$  değerinde bütün uygulamalar için ACLAF algoritması, doğrudan kararsız bir davranış sergilemekte ve tahmin kazancı hızla düşmektedir. Bu bahsedilen sonuçlar, yapılan Lyapunov analizinin sonucunda bulunan  $0 \leq \kappa < 1$  aralığının doğruluğunu göstermektedir.  $1 < \mu \leq 2$  aralığında ise  $\mu = 1$ 'değerinden sonra  $R_p$  (dB) başarımı hızla düşmektedir. Ayrıca  $1 < \mu \leq 2$  için  $0.9 \leq \kappa < 1$  aralığında  $R_p$  (dB) başarımı ani bir düşüş gösterirken,  $10^{-6} \leq \kappa < 0.9$  aralığında daha yumuşak bir düşüş göstermektedir.



(a)

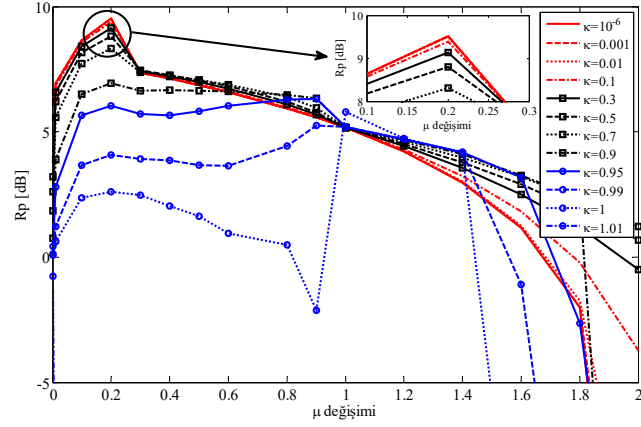


(b)

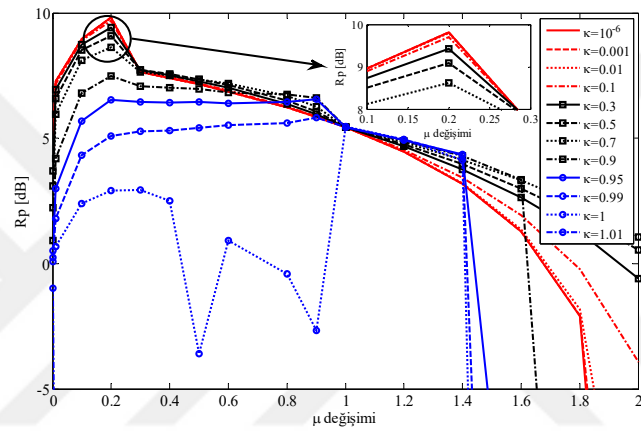


(c)

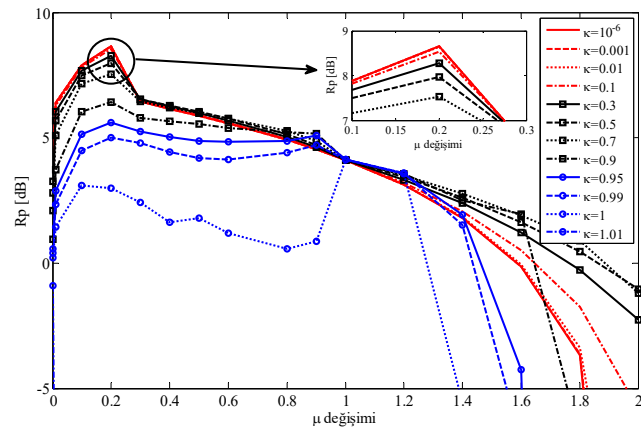
**şekil 3.2.** ACLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel kompleks değerli AR (4) sinyal b) Dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan kompleks değerli Ikeda sinyali



(a)

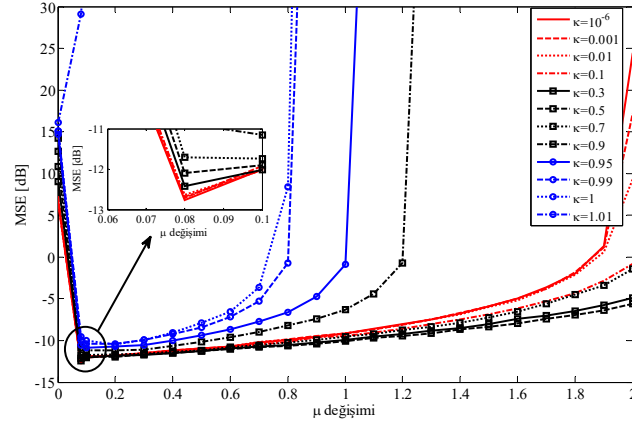


(b)

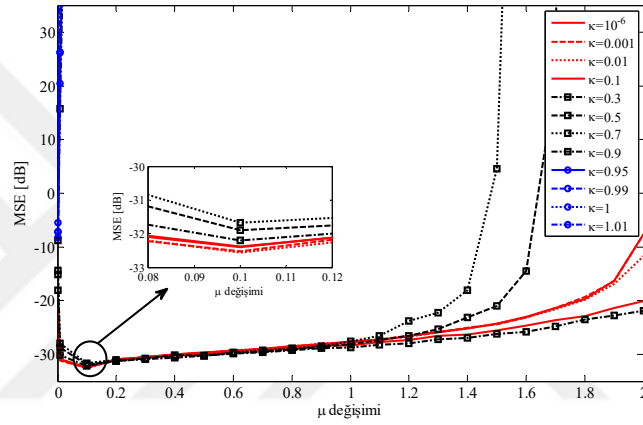


(c)

**Şekil 3.3.** ACLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için tahmin kazancı (dB) değişimi a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3



(a)



(b)

**Şekil 3.4.** Sistem tanımlama probleminde ACLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerleri için MSE (dB) başarımının değişimi a) WL-MA(4) sistem b) Lineer MA(1) sistem

Şekil 3.4’de ACLAF algoritmasının farklı  $\mu$  ve  $\kappa$  değerlerinde WL-MA ve lineer MA sistem tanımlama problemleri için MSE (dB) başarımının değişimi incelenmektedir.

Şekil 3.4’den görüldüğü gibi  $\kappa$ ’nın sifıra yakın yani çok küçük seçilmesi durumunda ACLAF algoritması, her iki uygulama içinde  $\mu = 0.1$ ’e yakın değerlerde en düşük MSE değerini göstermektedir.  $0 < \mu \leq 1$  aralığında,  $\kappa$  değerinin  $10^{-6}$ ’dan 1.01’e kadar adım artırılması durumunda her iki uygulama içinde algoritmanın başarımının düştüğü Şekil 3.4’den rahatlıkla görülebilmektedir.  $\kappa$ ’nın 1’e yakın değerler seçilmesinde ve  $\mu$ ’nün 1’e yaklaşmasında; önerilen algoritma, her iki problem içinde Lyapunov

anlamında kararlılığı garanti etmediğinden dolayı algoritma kararsız bir davranış sergilemektedir. Hatta  $\kappa = 1.01$  değerinde ise ACLAF algoritması doğrudan kararsız bir davranış sergilemekte ve MSE (dB) değeri hızla yükselmektedir. Bu bahsedilen sonuçlar, yapılan Lyapunov analizinin sonucunda bulunan  $0 \leq \kappa < 1$  aralığının doğruluğunu göstermektedir.  $1 < \mu \leq 2$  aralığında ise  $\kappa$ 'nın küçük seçilmesi durumunda;  $\mu$ , 2 değerine yaklaştıkça her iki uygulama içinde MSE (dB) değeri hızla yükselmektedir.

Sonuç olarak; yapılan bu benzetimler,  $\mu$  ve  $\kappa$ 'nın alt ve üst sınırlarının belirlenmesi için yapılan analizlerin doğruluğunu göstermiştir.



## BÖLÜM IV

### BENZETİM SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde, artırılmış istatistikler kullanılarak tasarlanan ACLAF algoritmasının başarımına ait benzetim sonuçları yer almaktadır. Önerilen ACLAF algoritmasının başarımı; CLAF, CLMS, CNLMS, ACLMS ve ACNLMS algoritmalarıyla karşılaştırılarak adaptif tahmin ve sistem tanımlama problemleri üzerinde test edilmiş ve yorumlanmıştır. Ayrıca bu bölümde yer alan bütün algoritmalar, MATLAB'da kodlanmış, Intel(R) Core(TM) i7-4500 CPU işlemciye ve 2.40 GHz işlemci hızına sahip kişisel bilgisayarda çalıştırılmıştır. Bölüm 4.1 ve 4.2'de, sırasıyla adaptif tahmin ve sistem tanımlama problemine ait benzetim sonuçlarına ve yorumlara yer verilmiştir.

#### 4.1 Adaptif Tahmin Problemi (Adaptive Prediction Problem)

Benzetim çalışmasında bir FIR filtreye ait ağırlık katsayıları vektörü; ACLAF, CLAF, ACLMS, CLMS, ACNLMS ve CNLMS algoritmaları kullanılarak güncellenmiştir. Algoritmalar bir adım sonrası tahmin (One step ahead prediction) etmek üzere, sentetik ve gerçek dünya veri seti olan rüzgar sinyalleri olmak üzere altı adet sinyal üzerinde karşılaştırmalı olarak çalıştırılmıştır. Yapılan çalışmada, literatürde yaygın kullanılan AR(4), ARMA(4,1), Ikeda sinyalleri (Mandic ve Goh, 2009) ve son olarak da gerçek dünya veri seti olan rüzgar sinyalleri kullanılmıştır (The wind data, 2015). Ayrıca çalışmada kullanılan her bir sinyal, 5000 adet veriye sahiptir. AR(1), ARMA(4,1) ve Ikeda sinyalleri için algoritmalar bağımsız olarak 500 kez çalıştırılıp ortalaması alınarak sonuçlar elde edilmiştir.

Literatürde yaygın kullanılan AR(4), ARMA(4,1), Ikeda sinyallerinin denklemleri aşağıda verilmektedir.

AR(4) süreci (Mandic ve Goh, 2009);

$$y(k) = 1.79y(k-1) - 1.85y(k-2) + 1.27y(k-3) - 0.41y(k-4) + n(k) \quad (4.1)$$

burada  $n(k)$ , birim varyanslı kompleks beyaz Gauss gürültüyü temsil etmektedir.

ARMA(4,1) süreci;

$$y(k) = 0.7y(k-1) + 2n(k) + 0.5n^*(k) + n(k-1) + 0.9n^*(k-1) \quad (4.2)$$

burada  $n(k)$ , birim varyanslı iki kat (Doubly) kompleks beyaz Gauss gürültüyü temsil etmektedir (Xia vd, 2011b).

Ikeda haritası (Douglas, 2009);

$$\begin{aligned} x(k+1) &= 1 + u(x(k) \cos[t(k)] - y(k) \sin[t(k)]) \\ y(k+1) &= u(x(k) \sin[t(k)] + y(k) \cos[t(k)]) \end{aligned}$$

burada  $u = 0.8$  olarak seçilir ve

$$t(k) = 0.4 - \frac{6}{1 + x^2(k) + y^2(k)} \quad (4.3)$$

(The wind data, 2015)'de yer alan dairesel olmayan rüzgar sinyalleri; rüzgarın hız ve yön bilgisini içeren Rüzgar sinyali-1, Rüzgar sinyali-2 ve Rüzgar sinyali-3; sırasıyla alçak, orta ve yüksek dinamikliğe sahip gerçek veri setleridir. Kompleks düzlemde rüzgar sinyali  $w(k)$ , Denklem (4.4)'deki gibi ifade edilir.

$$w(k) = |v(k)| e^{j\Phi(k)} \quad (4.4)$$

burada  $v(k)$  rüzgarın hızını,  $\Phi(k)$  'da yönünü temsil eder.

Ayrıca algoritmaların başarımları, standart tahmin kazancı  $R_p$  (dB) (Mandic and Goh, 2009), MSE ve MSD anlamında değerlendirilmiştir.

Standart tahmin kazancı  $R_p$  (dB);

$$R_p = 10 \log \frac{\sigma_y^2}{\sigma_e^2} \quad (4.5)$$

burada  $\sigma_y^2$  kompleks değerli sinyale ait varyansı,  $\sigma_e^2$  ise filtreye ait kompleks değerli hata sinyalinin varyansını temsil etmektedir.

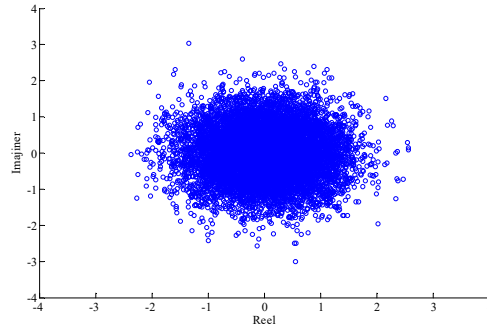
MSD ifadesi ise;

$$MSD = \|\mathbf{w}_o - \mathbf{w}\|^2 \quad (4.6)$$

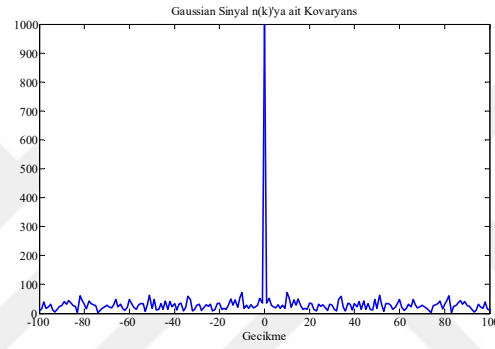
burada  $\mathbf{w}_o$  sistemin gelecek ağırlık katsayısı vektörünü,  $\mathbf{w}$  ise kestirilen ağırlık katsayısı vektörünü temsil etmektedir.

Algoritmaların başarımları karşılaştırılmadan önce benzetim çalışmasında kullanılan sinyallerin kovaryans ve sözde-kovaryans fonksiyonları incelenmiştir. Ayrıca bahsedilen sinyallerin dairesellik dereceleri, Bölüm I'de yer alan  $r = \frac{|\tilde{\sigma}_z^2|}{\sigma_z^2}$  denklemi kullanılarak hesaplanmıştır (burada  $\sigma_z^2$  ifadesi kompleks değerli  $z(k)$  sinyaline ait varyansı,  $\tilde{\sigma}_z^2$  ise kompleks değerli  $z(k)$  sinyaline ait sözde-varyansı temsil etmektedir.). Böylece verilen sinyalin dairesel olup olmadığı bilgisine ulaşılmıştır.

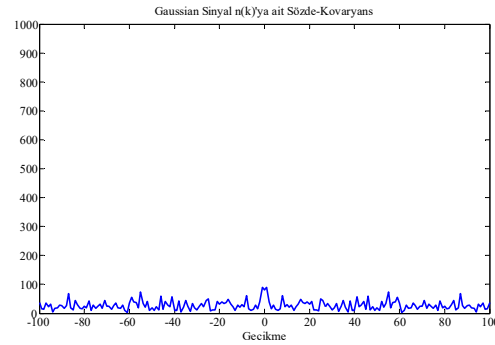
#### 4.1.1 Birim varyanslı, sıfır ortalamalı kompleks beyaz Gauss gürültü ( $n(k)$ )



(a)



(b)

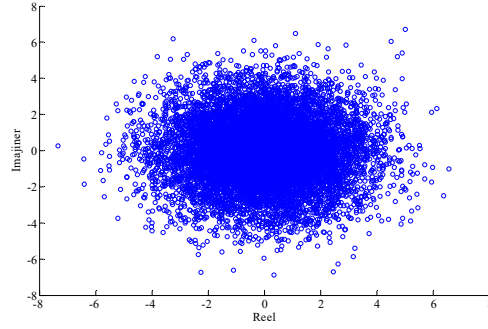


(c)

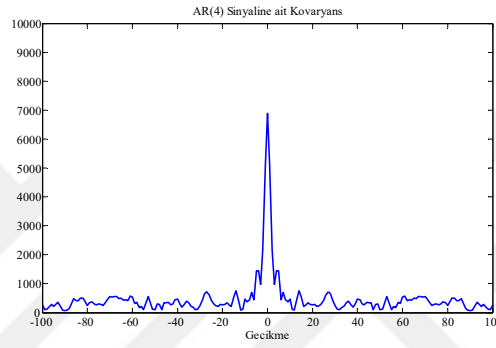
**Şekil 4.1.** a) Birim varyanslı, sıfır ortalamalı kompleks Gauss gürültü sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

Kompleks değerli  $n(k)$  gürültüsünün dairesellik derecesi,  $r = \frac{|\hat{\sigma}_z^2|}{\sigma_z^2}$  denklemi kullanılarak  $r = 0.0033$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi sıfıra yakın olduğundan ve sözde-kovaryans bilgisi mevcut olmadığından  $n(k)$  sinyali dairesel bir sinyaldir.

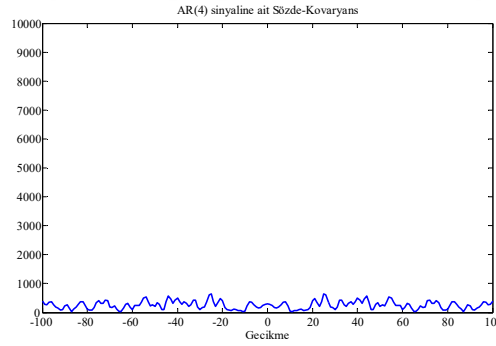
#### 4.1.2 Dairesel AR(4) süreci



(a)



(b)

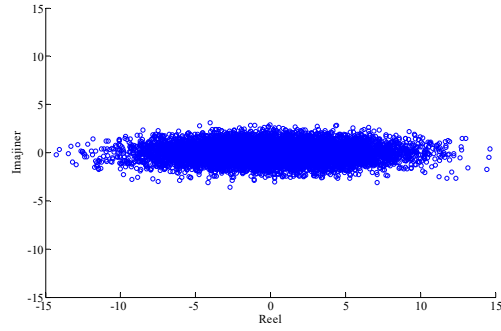


(c)

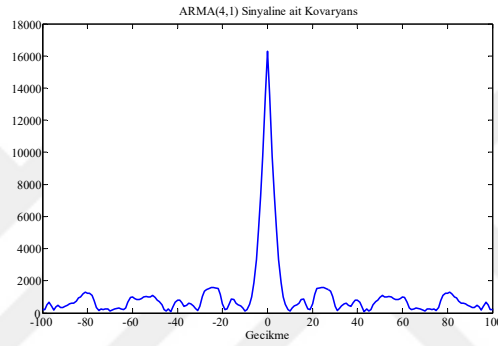
**Şekil 4.2.** a) Dairesel AR(4) sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

AR(4) süreci, birim varyanslı kompleks değerli beyaz Gauss  $n(k)$  gürültü kullanılarak üretilmiştir. Dairesellik derecesi  $r = 0.0030$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi sıfıra yakın olduğundan ve sözde-kovaryans bilgisi mevcut olmadığından AR(4) süreci dairesel bir sinyaldir.

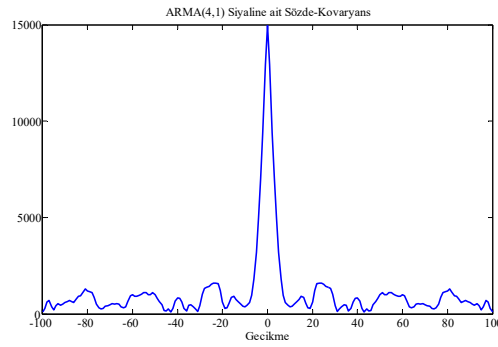
### 4.1.3 Dairesel olmayan ARMA(4,1) süreci



(a)



(b)

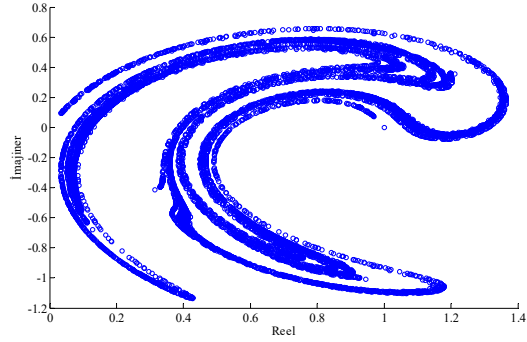


(c)

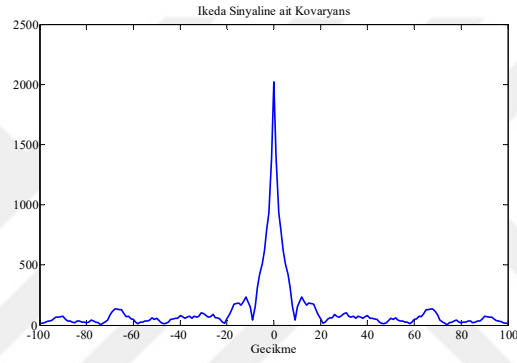
**Şekil 4.3.** a) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

ARMA(4,1) süreci; birim varyanslı kompleks değerli beyaz Gauss  $n(k)$  gürültü kullanılarak üretilmiş olup, dairesellik derecesi  $r = 0.9156$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi bire yakın olduğundan ve sözde-kovaryans bilgisi mevcut olduğundan ARMA(4,1) süreci dairesel olmayan bir sinyaldir.

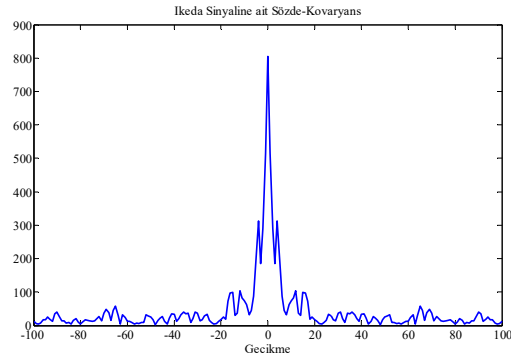
#### 4.1.4 Dairesel olmayan Ikeda sinyali



(a)



(b)

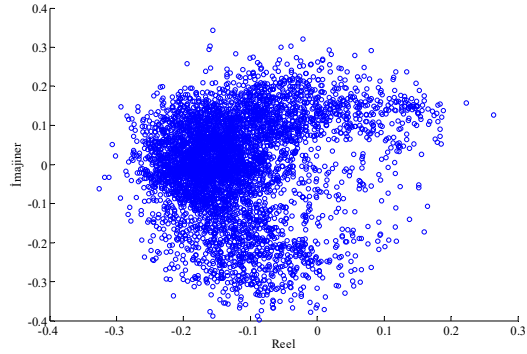


(c)

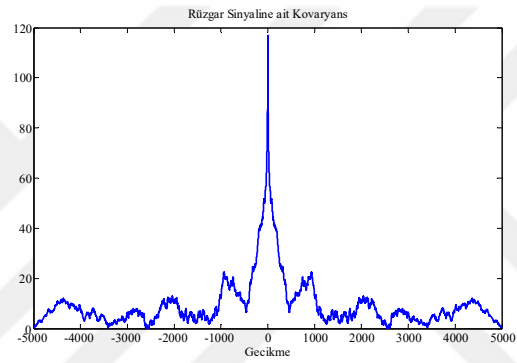
**Şekil 4.4.** a) Ikeda sinyali b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

Denklem (4.3) kullanılarak üretilmiş olan Ikeda sinyaline ait dairesellik derecesi  $r = 0.345$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi bire yakın olduğundan ve sözde-kovaryans fonksiyonu sıfır olmadığından verilen Ikeda sinyali dairesel olmayan bir sinyaldir.

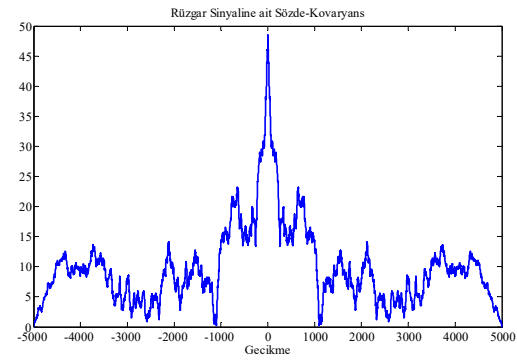
#### 4.1.5 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1



(a)



(b)

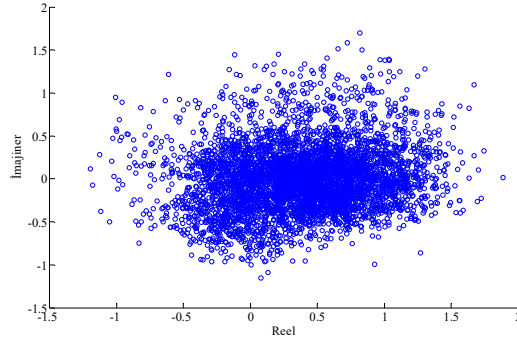


(c)

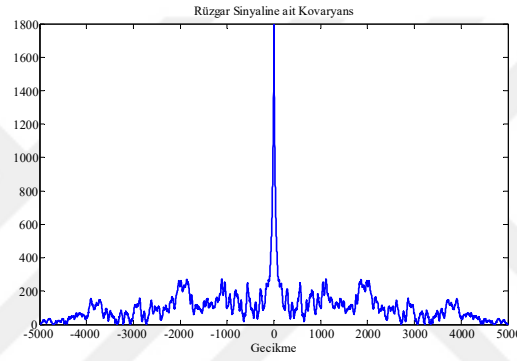
Şekil 4.5. a) Rüzgar sinyali-1 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

Düşük dinamikli rüzgar sinyaline ait dairesellik derecesi  $r = 0.1591$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi bire yakın olduğundan ve sözde-kovaryans fonksiyonu sıfır olmadığından ölçülen bu sinyal dairesel olmayan bir sinyaldir.

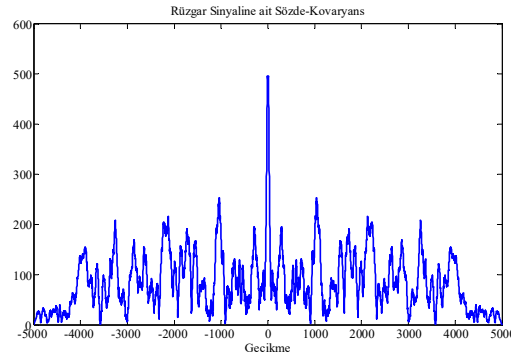
#### 4.1.6 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2



(a)



(b)

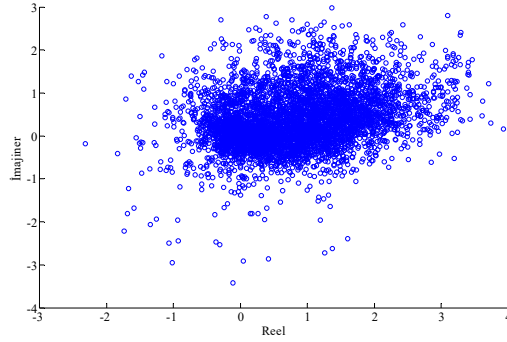


(c)

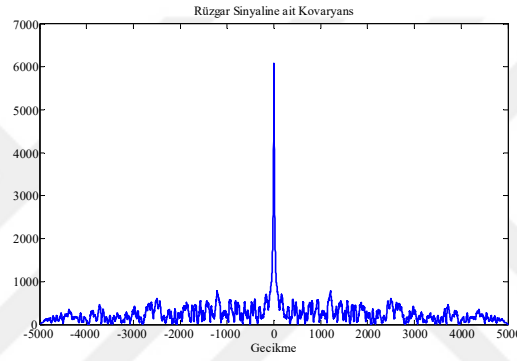
**Şekil 4.6.** a) Rüzgar sinyali-2 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

Orta dinamikli rüzgar sinyaline ait dairesellik derecesi  $r = 0.4543$  olarak ölçülmüştür. Bu sinyalin dairesellik indeksi bire yakın olduğundan ve sözde-kovaryans fonksiyonu sıfır olmadığından ölçülen bu sinyal dairesel olmayan bir sinyaldir.

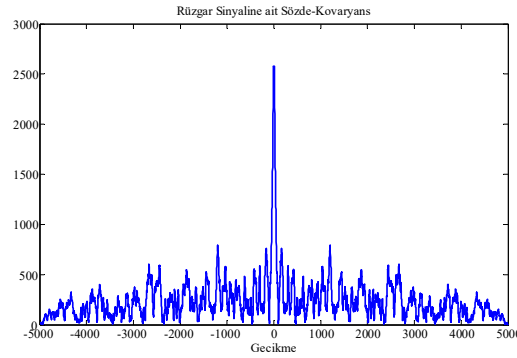
#### 4.1.7 Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3



(a)



(b)



(c)

**Şekil 4.7.** a) Rüzgar sinyali-3 b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

Yüksek dinamikli rüzgar sinyaline ait dairesellik derecesi  $r = 0.6223$  olarak ölçülmüştür. Hem dairesellik indeksi bire yakın olduğundan ve hem de sözde-kovaryans fonksiyonu sıfır olmadığından ölçülen bu sinyal dairesel olmayan bir sinyaldir.

Şekil 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 ve 4.7’de, benzetim çalışmasında kullanılan sinyallerin kovaryans ve sözde-kovaryans fonksiyonuna ait grafikler yer almaktadır. Bu iki fonksiyon; ikinci dereceden istatistiklerin tamamını tanımlamaktadır ve sinyallerin dairesel olup olmadığı hakkında bilgi vermektedir. Şekil 4.1’den görüldüğü gibi kompleks değerli beyaz Gauss gürültünün kovaryans fonksiyonu, sadece gecikme  $m = 0$  için sıfır değildir. Fakat hem sözde-kovaryans fonksiyonu hem de dairesellik derecesi sıfıra çok yakın olduğundan bu sinyal dairesel bir sinyaldir. Şekil 4.2’de, dairesel kompleks değerli beyaz Gauss gürültü kullanılarak üretilen AR(4) sürecinin kovaryans fonksiyonu sıfır değil iken hem sözde-kovaryans fonksiyonu hem de dairesellik derecesi sıfıra yakındır. Bu yüzden AR(4) sinyali dairesel bir sinyaldir. Şekil 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 ve 4.7’de ise ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyallerinin hem kovaryans hem de sözde-kovaryans fonksiyonları sıfır değildir. Ayrıca bu sinyallerin dairesellik dereceleri de sıfırdan büyüktür. Bu yüzden ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyalleri dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerdir.

Sonuç olarak, kompleks değerli sinyaller için hem ikinci dereceden istatistiksel özelliklerin tamamına (kovaryans ve sözde-kovaryans fonksiyonları) bakılarak hem de dairesellik derecesi ölçülerek bu tip sinyallerin dairesel olup olmadığı bilgisine ulaşılmıştır.

Çizelge 4.1 ve 4.2’de farklı sinyaller için ACLAF, CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına ait  $R_p$  (dB) tahmin kazançları yer almaktadır. Burada ACLAF, CLAF, ACNLMS ve CNLMS algoritmalarına ait adım büyüklüğü  $\mu = 0.2$  seçilirken, ACLMS ve CLMS algoritmalarının adım büyüklüğü ise  $\mu = 0.02$  olarak seçilmiştir (Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’e göre). Ayrıca Bölüm II ve III’de yapılan analizler sonucunda; ACLAF ve CLAF algoritmalarının adaptasyon kazanç parametresi  $\kappa = 10^{-6}$  olarak belirlenmiştir ve 4’üncü dereceden FIR filtre yapısı kullanılmıştır.

Çizelge 4.1 ve 4.2’den görüldüğü gibi; önerilen ACLAF algoritması, dairesel olmayan sinyallerin tahmininde CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına göre tahmin kazancı  $R_p$  (dB) cinsinden daha yüksek bir başarımla sergilemektedir. Fakat dairesel olan AR(4) sinyal için artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların (ACLAF,

ACLMS ve ACNLMS) başarımları; sinyale ait sözde-kovaryans bilgisinin olmamasından ve artırılmış istatistiğin algoritmalara getirmiş olduğu iki kat filtre derecesi yükünden dolayı lineer tabanlı algoritmalara (CLAF, CLMS ve CNLMS) göre düşmektedir.

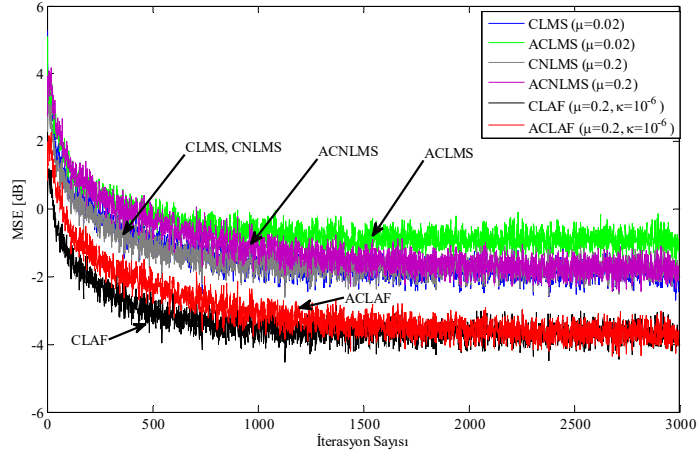
Çizelge 4.1’de algoritmaların  $R_p$  (dB) tahmin kazancı sonuçları 500 ortalama ile elde edildiğinden dolayı aynı çizelgede sonuçlara ait standart sapma (SS) bilgileri ayrıca verilmiştir. Çizelge 4.1’de yer alan SS bilgilerine göre algoritmaların sonuçları her bir çalıştırma için düşük SS değerleri göstermektedir. Elde edilen bu düşük SS sonuçları; her bir çalıştırmada algoritmalar tarafından elde edilen  $R_p$  (dB) değerlerinin, çizelgede yer alan ortalama  $R_p$  (dB) değerlerine oldukça yakın olduğunu göstermektedir. Ayrıca belirtmek gerekir ki benzetim çalışmasında kullanılan rüzgar sinyalleri tek tur ölçümler olduğundan dolayı, algoritmaların  $R_p$  (dB) tahmin kazancına ait SS değeri hesaplanamaz ve bu yüzden rüzgar sinyallerine ait çizelgelerde, SS değeri yer almamaktadır. Yapılan bu benzetim sonuçları, artırılmış istatistikler kullanılarak tasarlanan ACLAF algoritmasının dairesel olmayan gerçek dünya problemlerine kolayca uygulanabileceğini göstermektedir.

**Çizelge 4.1.** AR(4), ARMA(4,1) ve Ikeda sinyalleri için algoritmaların  $R_p$  (dB) tahmin kazançları

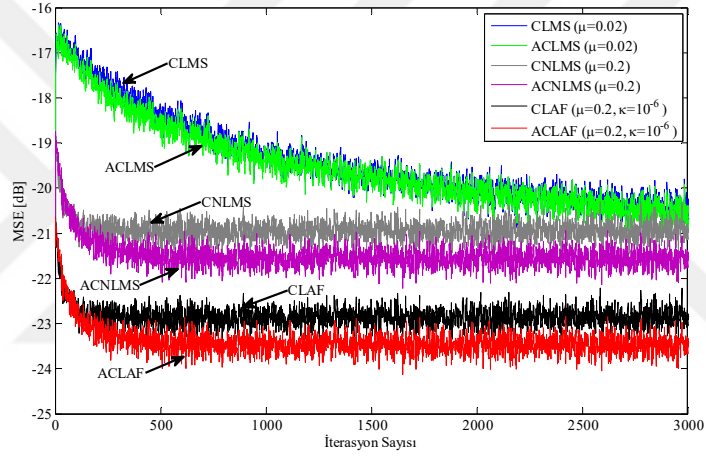
Algoritmalar		AR(4) (Dairesel, $r = 0.0030$ )	ARMA(4,1) (Dairesel Olmayan, $r = 0.9156$ )	Ikeda (Dairesel Olmayan, $r = 0.3445$ )
Lineer	CLMS	7.0466 ( $\pm 0.062$ )	3.3233 ( $\pm 0.127$ )	2.1841 ( $\pm 0.052$ )
	CNLMS	7.0765 ( $\pm 0.077$ )	4.8390 ( $\pm 0.117$ )	2.1736 ( $\pm 0.061$ )
	CLAF	<b>9.0023 (<math>\pm 0.076</math>)</b>	<b>6.7673 (<math>\pm 0.116</math>)</b>	<b>4.1109 (<math>\pm 0.060</math>)</b>
WL	ACLMS	6.4050 ( $\pm 0.062$ )	3.6635 ( $\pm 0.130$ )	3.8429 ( $\pm 0.057$ )
	ACNLMS	6.6806 ( $\pm 0.077$ )	5.3090 ( $\pm 0.121$ )	3.9326 ( $\pm 0.058$ )
	ACLAF	<b>8.6034 (<math>\pm 0.076</math>)</b>	<b>7.2369 (<math>\pm 0.120</math>)</b>	<b>5.8592 (<math>\pm 0.054</math>)</b>

**Çizelge 4.2.** Farklı rüzgar sinyalleri için algoritmaların  $R_p$  (dB) tahmin kazançları

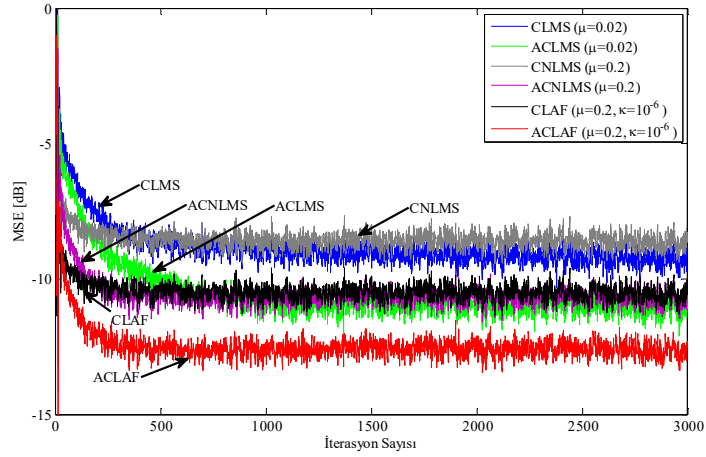
Algoritmalar		Rüzgar-1 (Dairesel Olmayan, $r = 0.1591$ )	Rüzgar-2 (Dairesel Olmayan, $r = 0.4543$ )	Rüzgar-3 (Dairesel Olmayan, $r = 0.6223$ )
Lineer	CLMS	7.0430	6.9421	5.9335
	CNLMS	7.4449	7.8389	6.6761
	CLAF	<b>9.3729</b>	<b>9.7662</b>	<b>8.6036</b>
WL	ACLMS	7.0618	6.9507	5.9909
	ACNLMS	7.5760	7.8757	6.7167
	ACLAF	<b>9.5140</b>	<b>9.8138</b>	<b>8.6545</b>



(a)



(b)



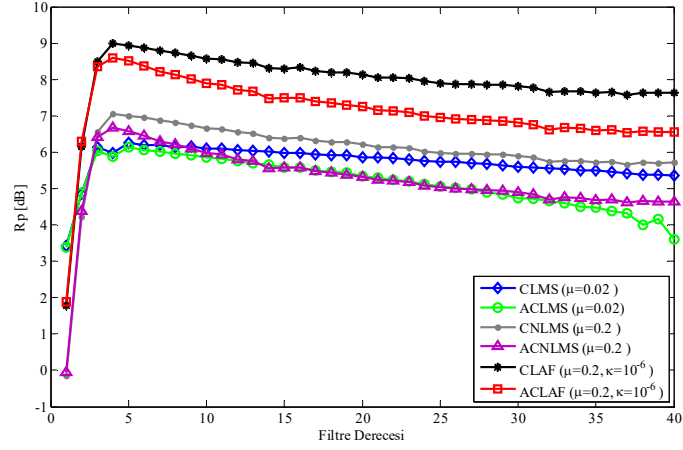
(c)

**Şekil 4.8.** Algoritmaların MSE (dB) başarımı a) Dairesel AR(4) sinyali b) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan Ikeda sinyali

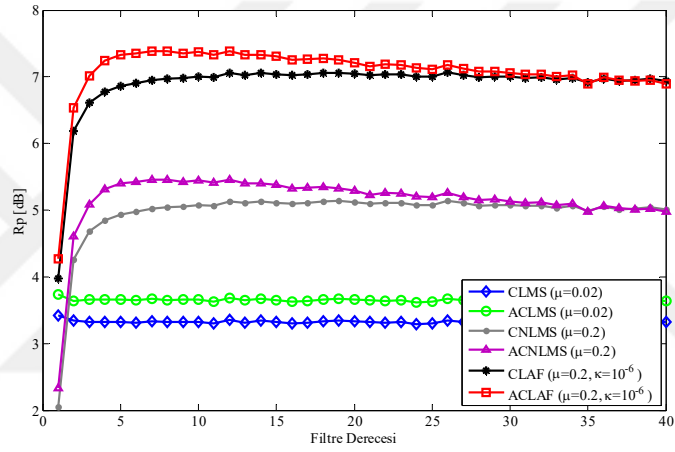
Şekil 4.8’de, dairesel AR(4), dairesel olmayan ARMA(4,1) ve Ikeda sinyalleri için algoritmalara ait MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Şekil 4.8 (a)’dan görüldüğü gibi, dairesel AR(4) sinyali için artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), kendilerinin lineer modeli (CLAF, CNLMS ve CLMS) olan algoritmalarından daha düşük bir MSE başarımları sergilemektedirler. AR(4) sinyali dairesel bir sinyal olduğundan dolayı bu beklenen bir başarımdır. Şekil 4.8 (a)’da, CLAF algoritması kararlı duruma (steady-state) 1000 iterasyonda yakınsarken, ACLAF algoritması yaklaşık olarak 1500 iterasyonda kararlı duruma yakınsamaktadır. Ayrıca bu iki algoritmanın kararlı durum hataları, yaklaşık olarak -3.5 dB civarlarındadır.

Şekil 4.8 (b) ve (c)’de ise dairesel olmayan ARMA(4,1) ve Ikeda sinyalleri için geniş lineer model tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), kendilerinin lineer eşleniklerinden (CLAF, CNLMS ve CLMS) daha yüksek bir MSE (dB) başarımları göstermektedirler. Önerilen ACLAF algoritması ise; her iki dairesel olmayan sinyal içinde CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına göre daha iyi bir MSE (dB) başarımları sergilediği açık bir şekilde görülmektedir.

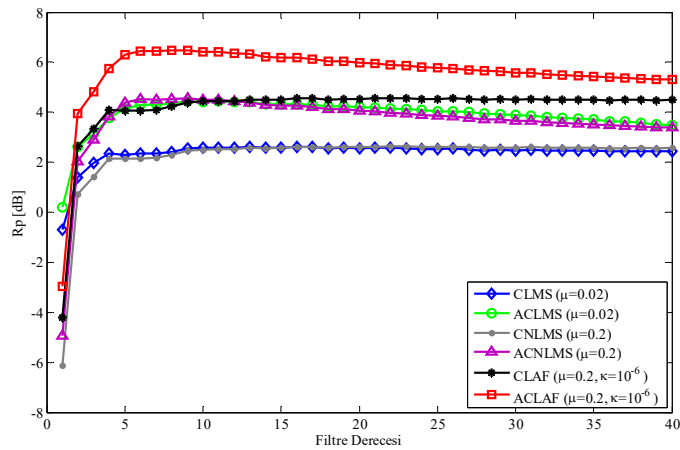
Yapılan bu çalışmada, rüzgar sinyalleri tek tur ölçüm olduğundan algoritmaların MSE (dB) başarımları açık bir şekilde gözlemlenememektedir. Bu yüzden Şekil 4.8’de, rüzgar sinyalleri için algoritmaların MSE (dB) grafiklerine yer verilmemiştir.



(a)



(b)



(c)

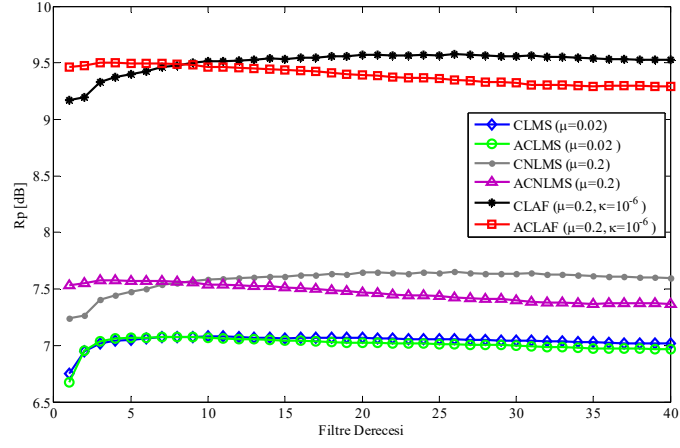
**Şekil 4.9.** Algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre  $R_p$  (dB) başarımı a) Dairesel AR(4) sinyali b) Dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali c) Dairesel olmayan Ikeda sinyali

Şekil 4.9 ve 4.10’da dairesel ve dairesel olmayan sinyaller için algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre  $R_p$  (dB) tahmin kazancı başarımı incelenmiştir.

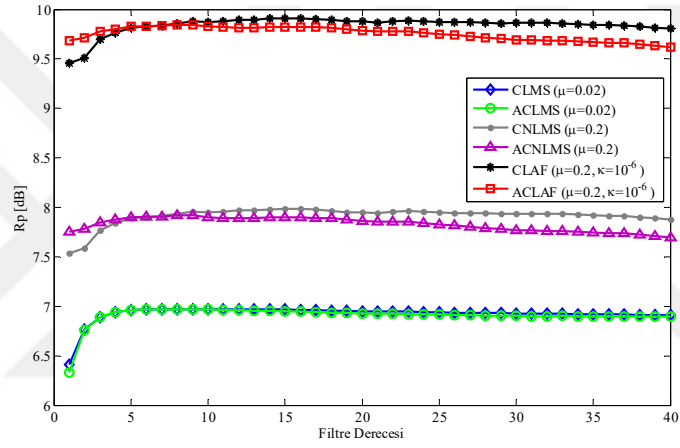
Şekil 4.9 (a)’da dairesel AR(4) sinyali için bütün algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımı; 4’üncü filtre derecesine kadar artarken, 4’üncü filtre derecesinden sonra düşmektedir ve bütün algoritmalar en iyi başarımını 4’üncü filtre derecesinde göstermektedirler. Burada CLAF algoritması,  $M = 4$  ve daha üstü filtre derecelerinde diğer algoritmalarından daha üstün bir  $R_p$  (dB) başarımı sergilemektedir. Şekil 4.9 (a)’dan görüldüğü gibi dairesel olmayan AR(4) sinyalinin tahmini için filtre derecesinin yüksek seçilmesi bütün algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımını düşürmektedir.

Şekil 4.9 (b)’de ise dairesel olmayan ARMA(4,1) sinyali için ACLAF ve ACNLMS algoritmalarının  $R_p$  (dB) başarımı, yaklaşık olarak 8’inci filtre derecesine kadar artarken, 8’inci filtre derecesinden sonra bu algoritmaların başarımları kendilerinin lineer eşleniklerine yaklaşmaktadır. Bunun temel sebebi ise ACLAF ve ACNLMS algoritmalarının, CLAF ve CNLMS algoritmalarına göre iki kat filtre derecesi yüküne sahip olmalarıdır. Yapılan bu benzetimde, filtre derecesi değişiminden en az etkilenen algoritmalar ise ACLMS ve CLMS algoritmalarıdır. Belirtmek gerekir ki önerilen ACLAF algoritması, yaklaşık olarak 30’uncu filtre derecesine kadar diğer algoritmalarından daha üstün bir  $R_p$  (dB) başarımı göstermektedir.

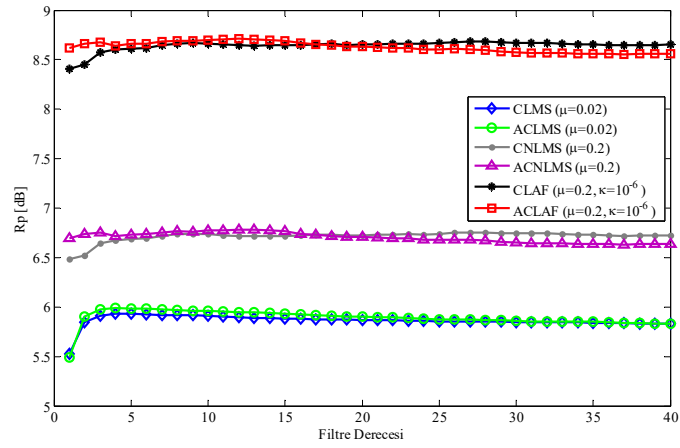
Şekil 4.9 (c)’de ise dairesel olmayan Ikeda sinyali içinde ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmalarının  $R_p$  (dB) başarımı, yaklaşık olarak 8’inci filtre derecesine kadar artarken, 8’inci filtre derecesinden sonra bu algoritmaların başarımında azda olsa düşüş olduğu gözlemlenmektedir. Fakat filtre derecesinin yükselmesine rağmen artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, kendilerinin lineer eşleniklerinden daha üstün bir  $R_p$  (dB) başarımı sergilemektedirler. Ayrıca belirtmek gerekir ki önerilen ACLAF algoritması, filtre derecesinin artmasına rağmen diğer algoritmalarından daha üstün bir  $R_p$  (dB) başarımı elde etmektedir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 4.10. Algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre  $R_p$  (dB) başarımı a) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-1 b) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-2 c) Dairesel olmayan rüzgar sinyali-3

Şekil 4.10 (a)'dan görüldüğü gibi dairesel olmayan düşük dinamikli rüzgar sinyali için ACLAF algoritmasının  $R_p$  (dB) başarımı; yaklaşık 8'inci filtre derecesine kadar diğer algoritmalarından daha yüksekken, 8'inci filtre derecesinden sonra bu algoritmanın  $R_p$  (dB) başarımı kendisinin lineer eşleniğine (CLAF) göre düşmektedir. Benzer durum ACNLMS, ACLMS, CNLMS ve CLMS algoritmaları içinde Şekil 4.10 (a)'dan gözlemlenmektedir.

Şekil 4.10 (b)'de, önerilen ACLAF algoritmasının  $R_p$  (dB) başarımı; dairesel olmayan orta dinamikli rüzgar sinyali için yaklaşık 5'inci filtre derecesine kadar diğer algoritmalarından daha yüksekken, 5'inci filtre derecesinden sonra bu algoritmanın  $R_p$  (dB) başarımı kendisinin lineer eşleniğine (CLAF) göre düşmektedir. Benzer durum ACNLMS ve CNLMS içinde Şekil 4.10 (b)'den görülmektedir. Fakat bu sinyal için ACLMS algoritması, CLMS algoritması ile yaklaşık olarak benzer başarımları göstermektedir ve her iki algoritmada filtre derecesinden az etkilenmektedir. Ayrıca bu iki algoritmanın başarımı, diğer algoritmalarından oldukça düşük seviyededir.

Şekil 4.10 (c)'de ise önerilen ACLAF algoritmasının  $R_p$  (dB) başarımı; dairesel olmayan yüksek dinamikli rüzgar sinyali için yaklaşık 16'ıncı filtre derecesine kadar diğer algoritmalarından daha yüksekken, 16'ıncı filtre derecesinden sonra bu algoritmanın  $R_p$  (dB) başarımı kendisinin lineer eşleniğine (CLAF) göre düşmektedir. Benzer durum ACNLMS, ACLMS, CNLMS ve CLMS algoritmaları içinde Şekil 4.10 (c)'den rahatlıkla görülebilmektedir.

Sonuç olarak yapılan bu benzetim çalışmalarında; filtre derecesinin belirli bir filtre derecesinden sonraki artışı, dairesel sinyallerin tahmininde bütün algoritmalarda  $R_p$  (dB) başarımının düşümüne sebep olurken, dairesel olmayan sinyallerin tahmininde ise sadece artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımının düşmesine sebep olduğu sonucuna varılmıştır. WL model tabanlı yani artırılmış istatistik kullanılarak tasarlanan algoritmaların (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS) başarımlarının, kendilerinin eşleniklerinin (CLAF, CNLMS ve CLMS) başarımlarına yaklaşması veya düşük olmasının temel sebebi ise bu algoritmaların, lineer eşleniklerinden iki kat daha fazla

ağırlık katsayısı kullanarak filtreleme işlemi yapmalarındır (Jahanchahi vd., 2014, Neto vd., 2010). Bu yüzden artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların ortalama kare hataları, lineer eşleniklerine göre daha fazla olmaktadır (Jahanchahi vd., 2014, Neto vd., 2010).

Ayrıca önerilen ACLAF algoritmasının başarımını daha iyi değerlendirebilmek için adım büyüklüğü  $\mu$  'nün, algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımına etkisi Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8'de incelenmiştir. Yapılan bu çalışmada, filtre derecesi  $M = 4$ 'e sabitlenerek, farklı  $\mu$  değerleri için  $R_p$  (dB) kazançları elde edilmiştir ve ACLAF ve CLAF algoritmalarının adaptasyon kazan oranı,  $\kappa = 10^{-6}$  olarak seçilmiştir.

**Çizelge 4.3.** AR(4) sinyali için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	1.523 ( $\pm 0.047$ )	0.366 ( $\pm 0.011$ )	0.363 ( $\pm 0.009$ )	1.523 ( $\pm 0.046$ )	0.190 ( $\pm 0.006$ )	0.194 ( $\pm 0.004$ )
$\mu=0.0005$	3.424 ( $\pm 0.059$ )	1.391 ( $\pm 0.031$ )	1.385 ( $\pm 0.030$ )	3.417 ( $\pm 0.059$ )	0.814 ( $\pm 0.021$ )	0.815 ( $\pm 0.021$ )
$\mu=0.001$	4.308 ( $\pm 0.055$ )	2.198 ( $\pm 0.039$ )	2.194 ( $\pm 0.038$ )	4.293 ( $\pm 0.053$ )	1.401 ( $\pm 0.030$ )	1.402 ( $\pm 0.027$ )
$\mu=0.005$	6.177 ( $\pm 0.054$ )	4.402 ( $\pm 0.051$ )	4.434 ( $\pm 0.049$ )	6.108 ( $\pm 0.053$ )	3.458 ( $\pm 0.043$ )	3.488 ( $\pm 0.031$ )
$\mu=0.01$	6.901 ( $\pm 0.071$ )	5.258 ( $\pm 0.068$ )	5.334 ( $\pm 0.069$ )	6.349 ( $\pm 0.069$ )	4.383 ( $\pm 0.065$ )	4.458 ( $\pm 0.062$ )
$\mu=0.02$	<b>7.046 (<math>\pm 0.062</math>)</b>	6.145 ( $\pm 0.070$ )	6.309 ( $\pm 0.065$ )	<b>6.405 (<math>\pm 0.062</math>)</b>	5.252 ( $\pm 0.066$ )	5.415 ( $\pm 0.061$ )
$\mu=0.04$	6.966 ( $\pm 0.064$ )	6.389 ( $\pm 0.080$ )	7.232 ( $\pm 0.079$ )	5.019 ( $\pm 1.001$ )	6.048 ( $\pm 0.074$ )	6.390 ( $\pm 0.073$ )
$\mu=0.06$	6.842 ( $\pm 0.310$ )	6.539 ( $\pm 0.074$ )	7.717 ( $\pm 0.074$ )	-10.52 ( $\pm 12.43$ )	6.384 ( $\pm 0.068$ )	7.009 ( $\pm 0.062$ )
$\mu=0.08$	5.283 ( $\pm 1.340$ )	6.702 ( $\pm 0.094$ )	8.017 ( $\pm 0.093$ )	-71.03 ( $\pm 37.73$ )	6.424 ( $\pm 0.096$ )	7.436 ( $\pm 0.088$ )
$\mu=0.1$	-4.735 ( $\pm 7.556$ )	6.972 ( $\pm 0.086$ )	8.279 ( $\pm 0.083$ )	-484 ( $\pm 173$ )	6.604 ( $\pm 0.083$ )	7.788 ( $\pm 0.082$ )
$\mu=0.2$	-539 ( $\pm 170$ )	<b>7.076 (<math>\pm 0.077</math>)</b>	<b>9.002 (<math>\pm 0.076</math>)</b>	Kararsız	<b>6.680 (<math>\pm 0.077</math>)</b>	<b>8.603 (<math>\pm 0.076</math>)</b>
$\mu=0.3$	Kararsız	6.938 ( $\pm 0.084$ )	7.943 ( $\pm 0.082$ )	Kararsız	6.612 ( $\pm 0.093$ )	7.815 ( $\pm 0.092$ )
$\mu=0.5$	Kararsız	6.191 ( $\pm 0.112$ )	6.198 ( $\pm 0.111$ )	Kararsız	6.113 ( $\pm 0.113$ )	6.119 ( $\pm 0.111$ )
$\mu=1$	Kararsız	4.208 ( $\pm 0.111$ )	4.208 ( $\pm 0.110$ )	Kararsız	4.226 ( $\pm 0.131$ )	4.246 ( $\pm 0.133$ )
$\mu=2$	Kararsız	-27.78 ( $\pm 1.878$ )	-1.444 ( $\pm 0.586$ )	Kararsız	-24.82 ( $\pm 1.427$ )	-14.31 ( $\pm 0.523$ )

**Çizelge 4.4.** ARMA(4,1) sinyali için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	0.458 ( $\pm 0.030$ )	0.573 ( $\pm 0.021$ )	0.568 ( $\pm 0.022$ )	0.676 ( $\pm 0.047$ )	0.431 ( $\pm 0.020$ )	0.427 ( $\pm 0.019$ )
$\mu=0.0005$	1.615 ( $\pm 0.075$ )	2.014 ( $\pm 0.064$ )	2.005 ( $\pm 0.062$ )	1.990 ( $\pm 0.089$ )	1.624 ( $\pm 0.060$ )	1.627 ( $\pm 0.058$ )
$\mu=0.001$	2.335 ( $\pm 0.100$ )	2.892 ( $\pm 0.096$ )	2.887 ( $\pm 0.095$ )	2.701 ( $\pm 0.113$ )	2.446 ( $\pm 0.098$ )	2.447 ( $\pm 0.095$ )
$\mu=0.005$	3.037 ( $\pm 0.104$ )	3.693 ( $\pm 0.088$ )	4.728 ( $\pm 0.085$ )	3.354 ( $\pm 0.109$ )	4.418 ( $\pm 0.090$ )	4.451 ( $\pm 0.089$ )
$\mu=0.01$	3.311 ( $\pm 0.109$ )	3.754 ( $\pm 0.115$ )	5.236 ( $\pm 0.114$ )	3.433 ( $\pm 0.112$ )	4.653 ( $\pm 0.115$ )	5.132 ( $\pm 0.111$ )
$\mu=0.02$	<b>3.323 (<math>\pm 0.127</math>)</b>	3.813 ( $\pm 0.125$ )	5.585 ( $\pm 0.124$ )	<b>3.663 (<math>\pm 0.130</math>)</b>	4.886 ( $\pm 0.127$ )	5.655 ( $\pm 0.125$ )
$\mu=0.04$	3.305 ( $\pm 0.128$ )	3.902 ( $\pm 0.127$ )	5.853 ( $\pm 0.126$ )	3.591 ( $\pm 0.129$ )	5.039 ( $\pm 0.130$ )	6.088 ( $\pm 0.129$ )
$\mu=0.06$	3.212 ( $\pm 0.124$ )	4.090 ( $\pm 0.128$ )	6.024 ( $\pm 0.125$ )	3.494 ( $\pm 0.126$ )	5.097 ( $\pm 0.131$ )	6.329 ( $\pm 0.130$ )
$\mu=0.08$	3.145 ( $\pm 0.118$ )	4.324 ( $\pm 0.121$ )	6.144 ( $\pm 0.119$ )	3.392 ( $\pm 0.121$ )	5.171 ( $\pm 0.127$ )	6.491 ( $\pm 0.126$ )
$\mu=0.1$	3.021 ( $\pm 0.093$ )	4.508 ( $\pm 0.098$ )	6.219 ( $\pm 0.098$ )	3.334 ( $\pm 0.090$ )	5.290 ( $\pm 0.105$ )	6.600 ( $\pm 0.103$ )
$\mu=0.2$	2.999 ( $\pm 0.110$ )	<b>4.839 (<math>\pm 0.117</math>)</b>	<b>6.767 (<math>\pm 0.116</math>)</b>	3.099 ( $\pm 1.022$ )	<b>5.309 (<math>\pm 0.121</math>)</b>	<b>7.236 (<math>\pm 0.120</math>)</b>
$\mu=0.3$	2.173 ( $\pm 0.749$ )	4.408 ( $\pm 0.127$ )	5.414 ( $\pm 0.123$ )	-7.286 ( $\pm 4.437$ )	4.932 ( $\pm 0.141$ )	5.937 ( $\pm 0.141$ )
$\mu=0.5$	0.858 ( $\pm 1.736$ )	3.533 ( $\pm 0.140$ )	3.539 ( $\pm 0.141$ )	-106 ( $\pm 65$ )	4.099 ( $\pm 0.143$ )	4.105 ( $\pm 0.131$ )
$\mu=1$	-87.87 ( $\pm 41.28$ )	1.433 ( $\pm 0.150$ )	1.432 ( $\pm 0.145$ )	Kararsız	2.068 ( $\pm 0.151$ )	2.068 ( $\pm 0.143$ )
$\mu=2$	Kararsız	-30.69 ( $\pm 1.893$ )	-17.72 ( $\pm 0.520$ )	Kararsız	-27.79 ( $\pm 1.428$ )	-17.09 ( $\pm 0.621$ )

**Çizelge 4.5.** Ikeda sinyali için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	0.227 ( $\pm 0.017$ )	0.098 ( $\pm 0.007$ )	0.099 ( $\pm 0.006$ )	0.298 ( $\pm 0.022$ )	0.073 ( $\pm 0.006$ )	0.074 ( $\pm 0.005$ )
$\mu=0.0005$	0.830 ( $\pm 0.035$ )	0.287 ( $\pm 0.025$ )	0.288 ( $\pm 0.024$ )	1.470 ( $\pm 0.043$ )	0.194 ( $\pm 0.020$ )	0.195 ( $\pm 0.019$ )
$\mu=0.001$	1.300 ( $\pm 0.047$ )	0.486 ( $\pm 0.037$ )	0.488 ( $\pm 0.036$ )	2.177 ( $\pm 0.050$ )	0.400 ( $\pm 0.033$ )	0.402 ( $\pm 0.033$ )
$\mu=0.005$	2.015 ( $\pm 0.043$ )	1.504 ( $\pm 0.042$ )	1.539 ( $\pm 0.041$ )	3.745 ( $\pm 0.045$ )	1.746 ( $\pm 0.052$ )	1.779 ( $\pm 0.051$ )
$\mu=0.01$	2.120 ( $\pm 0.051$ )	1.960 ( $\pm 0.050$ )	2.040 ( $\pm 0.049$ )	3.804 ( $\pm 0.052$ )	2.445 ( $\pm 0.053$ )	2.522 ( $\pm 0.050$ )
$\mu=0.02$	<b>2.184 (<math>\pm 0.052</math>)</b>	2.073 ( $\pm 0.050$ )	2.453 ( $\pm 0.048$ )	<b>3.842 (<math>\pm 0.057</math>)</b>	3.142 ( $\pm 0.053$ )	3.308 ( $\pm 0.052$ )
$\mu=0.04$	2.015 ( $\pm 0.054$ )	2.100 ( $\pm 0.052$ )	2.800 ( $\pm 0.051$ )	3.794 ( $\pm 0.057$ )	3.618 ( $\pm 0.051$ )	4.065 ( $\pm 0.051$ )
$\mu=0.06$	1.934 ( $\pm 0.061$ )	2.114 ( $\pm 0.058$ )	2.997 ( $\pm 0.057$ )	3.326 ( $\pm 0.069$ )	3.621 ( $\pm 0.056$ )	4.452 ( $\pm 0.053$ )
$\mu=0.08$	1.026 ( $\pm 0.057$ )	2.152 ( $\pm 0.054$ )	3.151 ( $\pm 0.053$ )	2.772 ( $\pm 0.072$ )	3.798 ( $\pm 0.058$ )	4.715 ( $\pm 0.055$ )
$\mu=0.1$	1.836 ( $\pm 0.069$ )	2.166 ( $\pm 0.065$ )	3.315 ( $\pm 0.063$ )	2.158 ( $\pm 0.085$ )	3.841 ( $\pm 0.059$ )	4.949 ( $\pm 0.058$ )
$\mu=0.2$	0.784 ( $\pm 0.071$ )	<b>2.173 (<math>\pm 0.061</math>)</b>	<b>4.110 (<math>\pm 0.060</math>)</b>	-5.702 ( $\pm 0.543$ )	<b>3.932 (<math>\pm 0.058</math>)</b>	<b>5.859 (<math>\pm 0.054</math>)</b>
$\mu=0.3$	-0.602 ( $\pm 0.079$ )	1.917 ( $\pm 0.060$ )	2.921 ( $\pm 0.060$ )	-1264 ( $\pm 169$ )	3.717 ( $\pm 0.058$ )	3.922 ( $\pm 0.057$ )
$\mu=0.5$	-512 ( $\pm 173$ )	1.378 ( $\pm 0.064$ )	1.384 ( $\pm 0.064$ )	Kararsız	3.127 ( $\pm 0.060$ )	3.134 ( $\pm 0.059$ )
$\mu=1$	Kararsız	-0.314 ( $\pm 0.063$ )	-0.314 ( $\pm 0.063$ )	Kararsız	1.032 ( $\pm 0.065$ )	1.032 ( $\pm 0.065$ )
$\mu=2$	Kararsız	-30.74 ( $\pm 1.762$ )	-17.68 ( $\pm 0.484$ )	Kararsız	-28.22 ( $\pm 1.293$ )	-18.19 ( $\pm 0.601$ )

**Çizelge 4.6.** Rüzgar sinyali-1 için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	1.405	1.719	1.705	1.130	0.708	0.702
$\mu=0.0005$	4.057	4.446	4.437	3.450	2.599	2.586
$\mu=0.001$	4.936	5.254	5.251	4.556	3.817	3.808
$\mu=0.005$	6.498	6.866	6.901	6.490	6.166	6.198
$\mu=0.01$	7.040	7.037	7.418	7.001	6.851	6.929
$\mu=0.02$	<b>7.043</b>	7.040	7.810	<b>7.061</b>	6.905	7.504
$\mu=0.04$	7.041	7.174	8.125	7.058	7.024	7.973
$\mu=0.06$	7.030	7.179	8.313	7.040	7.109	8.240
$\mu=0.08$	6.952	7.250	8.470	6.956	7.131	8.449
$\mu=0.1$	6.831	7.308	8.618	6.847	7.427	8.636
$\mu=0.2$	6.524	<b>7.444</b>	<b>9.372</b>	6.745	<b>7.576</b>	<b>9.514</b>
$\mu=0.3$	6.265	7.166	7.170	6.638	7.358	7.561
$\mu=0.5$	6.170	6.590	6.595	-129.0	6.856	6.861
$\mu=1$	-117.7	4.811	4.811	Kararsız	5.174	5.174
$\mu=2$	Kararsız	-28.05	-13.45	Kararsız	-24.66	-13.02

**Çizelge 4.7.** Rüzgar sinyali-2 için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	0.782	1.522	1.510	0.880	0.891	0.884
$\mu=0.0005$	2.904	4.418	4.403	2.897	3.086	3.072
$\mu=0.001$	4.175	5.502	5.497	4.033	4.332	4.323
$\mu=0.005$	6.307	7.074	7.110	6.284	6.549	6.582
$\mu=0.01$	6.902	7.329	7.610	6.940	7.174	7.253
$\mu=0.02$	<b>6.942</b>	7.477	8.048	<b>6.950</b>	7.554	7.823
$\mu=0.04$	6.808	7.468	8.418	6.820	7.559	8.308
$\mu=0.06$	6.779	7.597	8.630	6.732	7.642	8.574
$\mu=0.08$	6.638	7.684	8.803	6.662	7.660	8.778
$\mu=0.1$	6.461	7.754	8.964	6.654	7.749	8.978
$\mu=0.2$	5.787	<b>7.838</b>	<b>9.766</b>	5.833	<b>7.875</b>	<b>9.813</b>
$\mu=0.3$	4.823	7.589	7.592	4.342	7.650	7.653
$\mu=0.5$	4.400	7.037	7.042	-50.49	7.144	7.148
$\mu=1$	-58.09	5.170	5.174	-2451	5.407	5.447
$\mu=2$	-2394	-28.03	-14.63	Kararsız	-29.21	-14.626

**Çizelge 4.8.** Rüzgar sinyali-3 için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	0.694	1.317	1.307	0.898	0.864	0.857
$\mu=0.0005$	2.519	3.648	3.639	2.644	2.779	2.769
$\mu=0.001$	3.545	4.501	4.498	3.467	3.716	3.712
$\mu=0.005$	5.322	5.435	6.270	5.359	5.619	5.651
$\mu=0.01$	5.833	5.721	6.803	5.890	6.001	6.380
$\mu=0.02$	<b>5.933</b>	6.272	7.144	<b>5.990</b>	6.255	6.925
$\mu=0.04$	5.892	6.399	7.400	5.825	6.380	7.330
$\mu=0.06$	5.776	6.529	7.563	5.740	6.516	7.549
$\mu=0.08$	5.765	6.588	7.708	5.720	6.601	7.720
$\mu=0.1$	5.731	6.640	8.350	5.717	6.666	8.475
$\mu=0.2$	5.601	<b>6.676</b>	<b>8.603</b>	5.690	<b>6.716</b>	<b>8.643</b>
$\mu=0.3$	5.550	6.602	7.406	5.303	6.442	7.445
$\mu=0.5$	5.380	5.833	5.837	-93.56	5.871	5.875
$\mu=1$	-104.9	3.969	3.969	-2561	4.121	4.121
$\mu=2$	-2507	-28.01	-15.38	Kararsız	-25.37	-15.69

Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’de, dairesel ve dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin bir adım sonraki değerinin tahmini için algoritmaların farklı  $\mu$  değerlerindeki  $R_p$  (dB) kazançları yer almaktadır. Çizelgelerden görüldüğü gibi bütün algoritmaların başarımları,  $\mu$  değişiminden oldukça fazla etkilenmektedir. Hem ACLAF ve CLAF algoritmalarının bu tez çalışmasında yer alan kararlık analizlerinde hem de ACNLMS, ACLMS, CNLMS ve CNLMS algoritmaları için literatürde yer alan kararlılık analizlerinde, adım büyüklüğü  $\mu$  parametresinin, algoritmaların yakınsama hızını ve kararlılığını kontrol ettiği ortaya konulmuştur. ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları hem dairesel hem de dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin tahmininde, en iyi  $R_p$  (dB) kazancını yaklaşık olarak  $\mu = 0.2$  değerinde elde ettiği rahatlıkla çizelgelerden gözlemlenebilmektedir. Aksine ACLMS ve CLMS algoritmaları ise en iyi  $R_p$  (dB) kazancını, yaklaşık olarak  $\mu = 0.02$  değerinde elde etmektedir.

Önerilen ACLAF algoritması (yaklaşık olarak  $\mu = 0.2$  değerinde), dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyalleri için diğer algoritmalarından daha yüksek bir  $R_p$  (dB) kazancı elde etmiştir. Fakat dairesel olmayan AR(4) kompleks sinyalinin tahmininde en yüksek  $R_p$  (dB) başarımlarını ise, önerilen CLAF algoritması (yaklaşık olarak  $\mu = 0.2$  değerinde) göstermiştir.

Ayrıca belirtmek gerekir ki Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’de; ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları için teorik olarak yapılan ortalamada yakınsaklık analizlerini doğrulayan sonuçların elde edildiğini yani bu bahsedilen algoritmaların kararlılığını garanti eden  $0 < \mu < 2$  kararlılık sınırlarının doğrulandığı çizelgelerden görülebilmektedir. Çünkü bu algoritmalar,  $\mu = 2$  değerinde kararsız davranış (yani  $R_p < 0$ ) sergilemişlerdir (Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’den gözlemlenebildiği gibi).

ACLMS ve CLMS algoritmaları ise yüksek  $\mu$  değerlerinde sırasıyla  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^a(k)]$  ve  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)]$  kararlılık sınırlarını sağlayamadıklarından (Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’den gözlemlenebildiği gibi) kararsız durum sergilemişlerdir. Çünkü bu bahsedilen algoritmaların kararlı olabilmeleri için gerekli olan  $\mu$  üst sınır değeri, giriş vektörünün gücüne bağlıdır. Ayrıca belirtmek gerekir ki ACLMS algoritmasının giriş vektörü  $\mathbf{x}^a(k)$ , hem  $\mathbf{x}(k)$  hem de  $\mathbf{x}^*(k)$  değerini içerdiğinden dolayı kararlılık için gerekli olan  $\mu$  üst sınır değeri CLMS algoritmasına göre daha düşüktür. Bu yüzden ACLMS algoritması, CLMS’ye göre daha küçük  $\mu$  değerlerinde kararsız davranış sergilemeye başladığı Çizelge 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8’den rahatlıkla gözlemlenebilmektedir.

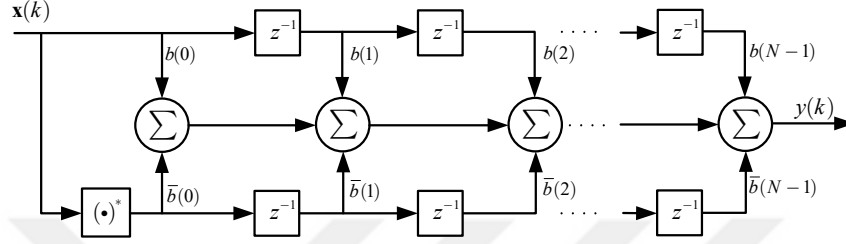
Ayrıca Çizelge 4.3, 4.4 ve 4.5’de, algoritmaların  $R_p$  (dB) tahmin kazancına ait standart sapma (SS) bilgileri yer almaktadır. Çizelge 4.3, 4.4 ve 4.5’den görüldüğü gibi bütün algoritmalar, yukarıda bahsedilen kararlılık sınırlarının sağlanması durumunda düşük SS değeri gösterirken, kararlılık için gerekli olan üst sınır bandının aşılması durumunda daha yüksek SS değeri göstermişlerdir.

#### 4.2 Sistem Tanımlama Problemi (System Identification Problem)

Bu bölümde; önerilen ACLAF algoritmasının başarımı, WL-MA(4) ve lineer MA(1) sistem tanımlama problemleri üzerinde karşılaştırmalı olarak test edilmiş ve yorumlanmıştır. Bölüm 4.2.1’de WL-MA(4) sisteme Bölüm 4.2.2’de ise lineer MA(1) sisteme ait benzetim sonuçları yer almaktadır.

#### 4.2.1 Kompleks değerli geniş lineer sistem tanımlama problemi

Benzetim çalışmasında 4'üncü dereceden WL-MA(4) sistemin katsayıları; ACLAF, CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmaları kullanılarak kestirilmiştir. Algoritmaların sonuçları, bağımsız olarak 500 kez çalıştırılıp ortalaması alınarak elde edilmiştir.



Şekil 4.11. WL-MA(4) sisteme ait blok diyagram

Şekil 4.11'de, WL-MA(4) sisteme ait blok diyagram yer almaktadır. Burada  $x(k)$ , WL-MA(4) sistemin girişini  $y(k)$  ise WL-MA(4) sistemin çıkışını temsil etmektedir. Bu çalışmada kullanılan WL-MA(4) sistem, Denklem (4.7)'de yer almaktadır (Jahanchahi vd., 2014).

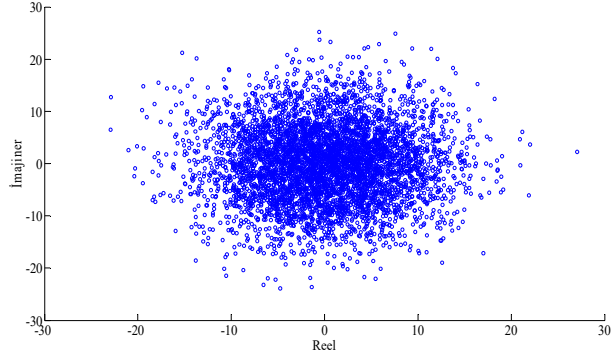
$$d(k) = b(0)x(k) + b(1)x(k-1) + b(2)x(k-2) + b(3)x(k-3) + \bar{b}(0)x^*(k) + \bar{b}(1)x^*(k-1) + \bar{b}(2)x^*(k-2) + \bar{b}(3)x^*(k-3) + n(k) \quad (4.7)$$

Burada WL-MA(4) sisteme ait katsayıları;  $b(0) = 6 - 6j$ ,  $b(1) = 0.5 + j$ ,  $b(2) = -2 + j$ ,  $b(3) = 2 + 3j$ ,  $\bar{b}(0) = 0.2 - 0.2j$ ,  $\bar{b}(1) = 0.1 + 0.1j$ ,  $\bar{b}(2) = 2$ ,  $\bar{b}(3) = 0.4j$  olarak belirlenmiştir.  $d(k)$ , WL-MA(4) sisteme ait gürültülü çıkış sinyalini temsil etmektedir. Ayrıca  $x(k)$  ve gürültü sinyali  $n(k)$ 'ya ait istatistiksel özellikler sırasıyla Denklem (4.8) ve (4.9)'da yer almaktadır (Jahanchahi vd, 2014).

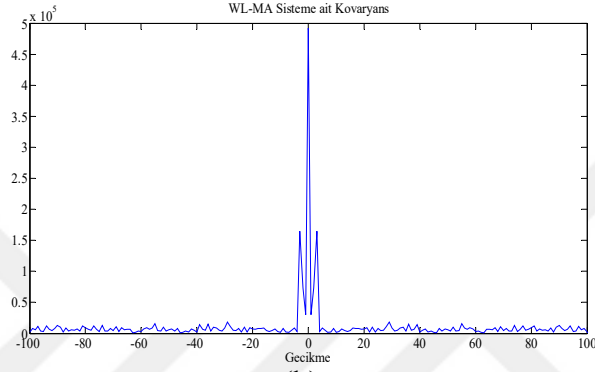
$$x \sim N(0,1) + jN(0,1) \quad (4.8)$$

$$n \sim N(0,0.1) + jN(0,0.1) \quad (4.9)$$

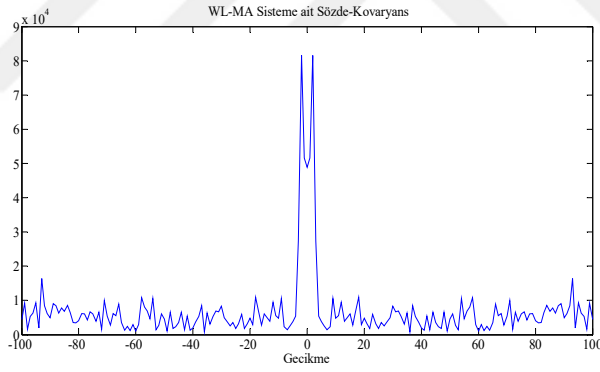
Burada hem  $x(k)$  hem de  $n(k)$  ikinci dereceden dairesel sinyalleri temsil etmektedir.



(a)



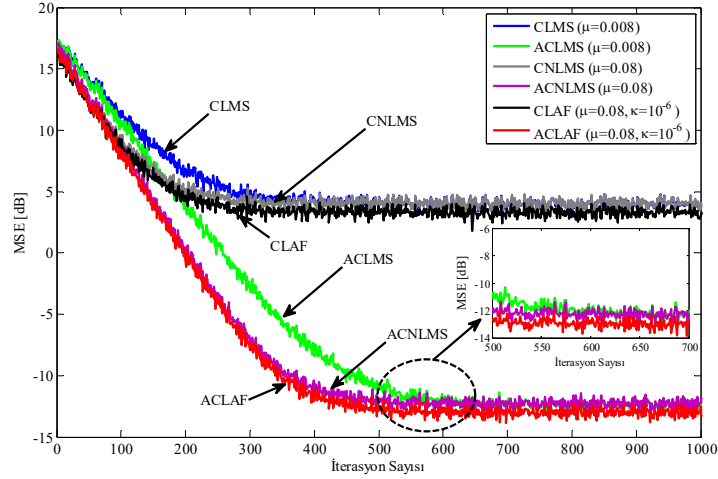
(b)



(c)

**Şekil 4.12.** a) WL-MA(4) sistemin çıkış sinyali ( $d(k)$ ) b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözd-kovaryans

WL-MA(4) sistemin gürültülü çıkış sinyali  $d(k)$ 'ya ait dairesellik derecesi  $r = 0.1425$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi bire yakın olduğundan bu sinyal, dairesel olmayan bir sinyaldir ve ayrıca sözd-kovaryans fonksiyonu sıfır değildir.



**Şekil 4.13.** WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE (dB) başarımı

Şekil 4.13’de WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için ACLAF, CLAF, ACNLMS CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına ait MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Yapılan çalışmada; ACLAF, CLAF, ACNLMS ve CNLMS algoritmalarına ait adım büyüklüğü  $\mu = 0.08$  seçilirken, ACLMS ve CLMS algoritmalarının adım büyüklüğü ise  $\mu = 0.008$  olarak seçilmiştir. Ayrıca ACLAF ve CLAF algoritmasına ait adaptasyon kazanç parametresi  $\kappa = 10^{-6}$  olarak belirlenmiş ve FIR filtrenin derecesi WL-MA(4) sistemin ağırlık katsayılarının sayısına eşit olacak şekilde ACLAF, ACNLMS ve ACLMS için  $M = 4$ , CLAF, CNLMS ve CLMS için  $M = 8$  olarak seçilmiştir. Şekil 4.13’de, daha iyi bir gösterim için 5000 verinin ilk 1000 verisine ait sonuçlar verilmiştir. Bahsedilen problem için geniş lineer model tabanlı ACLAF, ACNLMS ACLMS algoritmaları, kendilerinin lineer modeli olan CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmalarından daha yüksek bir MSE (dB) başarımı sergilemektedir. Ayrıca önerilen ACLAF algoritması, diğer algoritmalarından daha hızlı yakınsamaktadır ve bu algoritmanın kararlı durum cevabı yaklaşık olarak -12 dB seviyelerinde olup, kararlı durumda ACNLMS ve ACLMS algoritmalarıyla yaklaşık olarak benzer bir başarımla sergilemektedir.

Çizelge 4.9’da ise WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE başarımları yer almaktadır. Burada 5000 veri için bütün algoritmaların MSE başarımları elde edilmiştir. Burada algoritmalar sisteme ait gerçek ağırlık katsayılarını bulduğunda,

iterasyon boyunca ürettikleri hataların gürültünün varyansına yakın olması gerekir yani  $J_{\min} = \sigma_n^2 = 0.1$  olmalıdır. Çizelge 4.9’da, artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, lineer modellerine göre gürültü sinyalinin varyansına yakın değerler üretmişlerdir. Önerilen ACLAF algoritması ise 0.1022 MSE değeri üreterek gürültünün varyansına oldukça yakındır ve diğer algoritmalarından daha iyi bir başarımla sergilemiştir. Çizelge 4.10 ve 4.11’de ise algoritmalar tarafından bulunan WL-MA(4) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri yer almaktadır. Çizelge 4.10’de CLAF, CNLMS, CLMS algoritmalarının hem kestirdikleri ağırlık katsayılarına hem de MSD değerlerine bakıldığında, bu algoritmalar ilk dört katsayıyı doğru kestirirken, son dört katsayıyı hatalı kestirmektedir. Fakat Çizelge 4.11’de, hem önerilen ACLAF algoritması hem de ACNLMS ve ACLMS algoritmaları bütün ağırlık katsayılarını daha iyi kestirmektedir ve kestirilen ağırlık katsayıları WL-MA(4) sisteme ait gerçek ağırlık katsayılarına oldukça yakın olduğu MSD değerlerinden gözlemlenebilmektedir. Ayrıca ACLAF algoritmasının kestirdiği ağırlık katsayıları ve MSD değerleri incelendiğinde, ACNLMS ve ACLMS algoritmalarından daha iyi bir kestirim yaptığı Çizelge 4.11’den rahatlıkla görülebilmektedir.

**Çizelge 4.9.** WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE başarımları

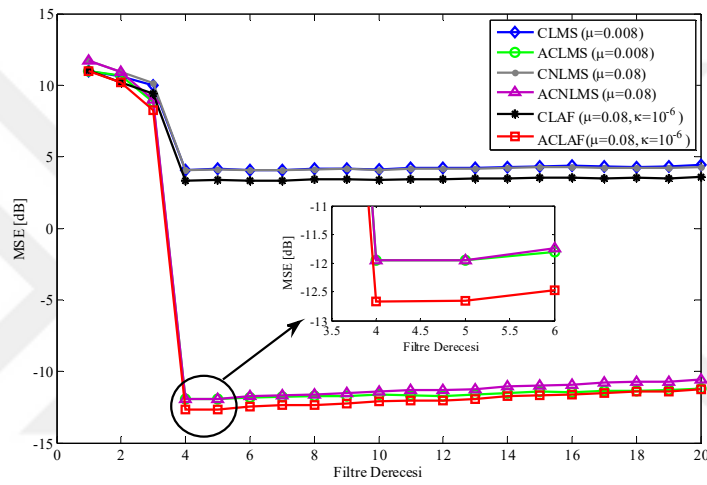
Algoritmalar		MSE $J_{\min} = \sigma_n^2 = 0.1$
Lineer	CLMS	5.0139 ( $\pm 2.762 \times 10^{-2}$ )
	CNLMS	4.9266 ( $\pm 4.450 \times 10^{-2}$ )
	CLAF	<b>4.5458</b> ( $\pm 3.809 \times 10^{-2}$ )
WL	ACLMS	0.1204 ( $\pm 1.951 \times 10^{-3}$ )
	ACNLMS	0.1100 ( $\pm 5.310 \times 10^{-3}$ )
	ACLAF	<b>0.1022</b> ( $\pm 4.419 \times 10^{-3}$ )

**Çizelge 4.10.** CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmaları tarafından bulunan WL-MA(4) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri

Sisteme ait gerçek ağırlık Katsayıları	Lineer		
	CLMS	CNLMS	CLAF
$b(0) = 6 - 6j$	5.9624 - 5.9296j	5.9512 - 5.9249j	<b>5.9513 - 5.9250j</b>
$b(1) = 0.5 + j$	0.3576 + 0.9382j	0.3663 + 0.9457j	<b>0.3663 + 0.9457j</b>
$b(2) = -2 + j$	-1.9684 + 1.0319j	-1.9924 + 1.0635j	<b>-1.9924 + 1.0630j</b>
$b(3) = 2 + 3j$	1.8718 + 2.9669j	1.8699 + 2.9727j	<b>1.8700 + 2.9728j</b>
$\bar{b}(0) = 0.2 - 0.2j$	-0.0556 + 0.0268j	-0.0653 + 0.0104j	<b>-0.0653 + 0.0104j</b>
$\bar{b}(1) = 0.1 + 0.1j$	-0.0240 - 0.0304j	-0.0058 - 0.0438j	<b>-0.0059 - 0.0438j</b>
$\bar{b}(2) = 2$	0.0281 - 0.0796j	-0.0554 - 0.0021j	<b>0.0435 - 0.0994j</b>
$\bar{b}(3) = 0.4j$	-0.0554 - 0.0021j	-0.0400 + 0.0408j	<b>-0.0399 + 0.0408j</b>
	<b>MSD<sub>CLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>CNLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>CLAF</sub></b>
	4.2586	4.5524	<b>4.1654</b>

**Çizelge 4.11.** ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları tarafından bulunan WL-MA(4) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri

Sisteme ait gerçek ağırlık Katsayıları	WL		
	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$b(0) = 6 - 6j$	$5.9827 - 5.9991j$	$5.9892 - 6.0007j$	<b><math>5.9893 - 6.0001j</math></b>
$b(1) = 0.5 + j$	$0.5096 + 0.9924j$	$0.5067 + 0.9924j$	<b><math>0.5061 + 0.9987j</math></b>
$b(2) = -2 + j$	$-2.0103 + 1.0065j$	$-2.0124 + 1.0064j$	<b><math>-2.0120 + 1.0059j</math></b>
$b(3) = 2 + 3j$	$1.9984 + 2.9978j$	$1.9975 + 2.9952j$	<b><math>1.9988 + 2.9981j</math></b>
$\bar{b}(0) = 0.2 - 0.2j$	$0.1985 - 0.1957j$	$0.1983 - 0.2028j$	<b><math>0.1987 - 0.2022j</math></b>
$\bar{b}(1) = 0.1 + 0.1j$	$0.0980 + 0.1114j$	$0.0941 + 0.1110j$	<b><math>0.0981 + 0.1103j</math></b>
$\bar{b}(2) = 2$	$1.9969 + 0.0015j$	$2.0020 + 0.0006j$	<b><math>2.0011 + 0.0006j</math></b>
$\bar{b}(3) = 0.4j$	$0.0065 + 0.4061j$	$0.0082 + 0.4057j$	<b><math>0.0023 + 0.4050j</math></b>
	<b>MSD<sub>ACLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>ACNLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>ACLAF</sub></b>
	$8.5177 \times 10^{-4}$	$7.1441 \times 10^{-4}$	<b><math>4.8534 \times 10^{-4}</math></b>



**Şekil 4.14.** WL-MA(4) sistem tanımlama probleminde algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları

Şekil 4.14'de WL-MA(4) sistem tanımlama problemi için algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Burada 4'üncü dereceden sonraki filtre derecelerinde bütün algoritmaların MSE (dB) başarımlarının azda olsa düşürmekte olduğu gözlemlenmiştir. Yapılan bu benzetimde; artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), bütün filtre dereceleri için kendilerinin lineer eşleniklerinden (CLAF, CNLMS ve CLMS) daha üstün bir MSE (dB) başarımları göstermişlerdir. Ayrıca ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmalarının  $M = 4$ 'de en iyi MSE (dB) başarımlarını göstermesinin temel sebebi ise FIR filtre derecesiyle WL sistemin derecesinin eşit olmasıdır. Sonuç olarak, önerilen ACLAF algoritması bütün filtre derecelerinde diğer algoritmalarla kıyaslandığında daha iyi bir MSE (dB) başarımlarını sergilediği Şekil 4.14'den rahatlıkla görülebilmektedir.

**Çizelge 4.12.** WL sistem tanımlama problemi için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	11.61 ( $\pm 0.045$ )	16.49 ( $\pm 0.050$ )	16.49 ( $\pm 0.050$ )	10.79 ( $\pm 0.051$ )	16.45 ( $\pm 0.050$ )	16.44 ( $\pm 0.049$ )
$\mu=0.0005$	5.669 ( $\pm 0.043$ )	13.56 ( $\pm 0.049$ )	13.58 ( $\pm 0.048$ )	-5.234 ( $\pm 0.096$ )	13.22 ( $\pm 0.047$ )	13.22 ( $\pm 0.046$ )
$\mu=0.001$	4.784 ( $\pm 0.045$ )	10.51 ( $\pm 0.057$ )	10.54 ( $\pm 0.058$ )	-8.837 ( $\pm 0.075$ )	9.176 ( $\pm 0.052$ )	9.168 ( $\pm 0.052$ )
$\mu=0.005$	4.138 ( $\pm 0.050$ )	5.423 ( $\pm 0.050$ )	5.350 ( $\pm 0.050$ )	-11.689 ( $\pm 0.055$ )	-6.557 ( $\pm 0.054$ )	-6.678 ( $\pm 0.053$ )
$\mu=0.008$	<b>4.127 (<math>\pm 0.043</math>)</b>	5.304 ( $\pm 0.043$ )	5.274 ( $\pm 0.042$ )	<b>-11.98 (<math>\pm 0.059</math>)</b>	-6.674 ( $\pm 0.057$ )	-6.714 ( $\pm 0.056$ )
$\mu=0.01$	4.158 ( $\pm 0.048$ )	4.606 ( $\pm 0.047$ )	4.527 ( $\pm 0.048$ )	-11.96 ( $\pm 0.050$ )	-9.566 ( $\pm 0.054$ )	-9.651 ( $\pm 0.053$ )
$\mu=0.02$	4.268 ( $\pm 0.048$ )	4.271 ( $\pm 0.045$ )	4.103 ( $\pm 0.044$ )	-11.94 ( $\pm 0.047$ )	-10.99 ( $\pm 0.052$ )	-11.16 ( $\pm 0.051$ )
$\mu=0.04$	4.625 ( $\pm 0.053$ )	4.132 ( $\pm 0.048$ )	3.787 ( $\pm 0.047$ )	-11.62 ( $\pm 0.053$ )	-11.66 ( $\pm 0.052$ )	-12.01 ( $\pm 0.051$ )
$\mu=0.06$	5.076 ( $\pm 0.056$ )	4.128 ( $\pm 0.045$ )	3.581 ( $\pm 0.044$ )	-11.17 ( $\pm 0.052$ )	-11.84 ( $\pm 0.051$ )	-12.37 ( $\pm 0.050$ )
$\mu=0.08$	5.588 ( $\pm 0.068$ )	<b>4.111 (<math>\pm 0.050</math>)</b>	<b>3.400 (<math>\pm 0.049</math>)</b>	-10.64 ( $\pm 0.055$ )	<b>-11.92 (<math>\pm 0.049</math>)</b>	<b>-12.84 (<math>\pm 0.047</math>)</b>
$\mu=0.1$	6.204 ( $\pm 0.079$ )	4.131 ( $\pm 0.046$ )	3.430 ( $\pm 0.045$ )	-9.985 ( $\pm 0.060$ )	-11.92 ( $\pm 0.046$ )	-12.83 ( $\pm 0.045$ )
$\mu=0.2$	14.76 ( $\pm 0.607$ )	4.282 ( $\pm 0.051$ )	4.281 ( $\pm 0.051$ )	1.776 ( $\pm 1.520$ )	-11.78 ( $\pm 0.056$ )	-11.78 ( $\pm 0.055$ )
$\mu=0.3$	Kararsız	4.477 ( $\pm 0.045$ )	4.472 ( $\pm 0.044$ )	Kararsız	-11.53 ( $\pm 0.043$ )	-11.57 ( $\pm 0.042$ )
$\mu=0.5$	Kararsız	4.987 ( $\pm 0.053$ )	4.976 ( $\pm 0.052$ )	Kararsız	-10.94 ( $\pm 0.046$ )	-10.94 ( $\pm 0.045$ )
$\mu=1$	Kararsız	6.658 ( $\pm 0.057$ )	6.623 ( $\pm 0.056$ )	Kararsız	-9.072 ( $\pm 0.055$ )	-9.094 ( $\pm 0.054$ )
$\mu=2$	Kararsız	37.26 ( $\pm 1.198$ )	24.35 ( $\pm 0.771$ )	Kararsız	23.34 ( $\pm 1.860$ )	22.07 ( $\pm 0.925$ )

Önerilen ACLAF algoritmasının başarımını daha iyi değerlendirebilmek için farklı  $\mu$  değerlerindeki MSE (dB) başarımları ayrıca Çizelge 4.12’de incelenmiştir. Yapılan çalışmada, filtre derecesi  $M = 4$ ’e sabitlenerek, farklı  $\mu$  değerleri için MSE (dB) başarımları elde edilmiştir. Ayrıca yapılan çalışmalar boyunca ACLAF ve CLAF algoritmalarının adaptasyon kazan oranı,  $\kappa = 10^{-6}$  olarak seçilmiştir.

Çizelge 4.12’de WL sistem tanımlama problemi için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Çizelgelerden görüldüğü gibi bütün algoritmaların MSE (dB) başarımları,  $\mu$  değişimden oldukça fazla etkilenmektedir. WL sistem tanımlama problemi için, ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları en iyi MSE (dB) başarımını yaklaşık olarak  $\mu = 0.08$  değerinde göstermektedir. Aksine ACLMS ve CLMS algoritmaları ise en iyi MSE (dB) başarımını yaklaşık olarak  $\mu = 0.008$  değerinde elde etmektedir.

Çizelge 4.12’den görüldüğü gibi önerilen ACLAF algoritması, WL sistem tanımlama problemi için diğer algoritmalarından daha iyi bir MSE (dB) başarımı sergilemektedir. Ayrıca burada ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları için teorik olarak yapılan ortalamada yakınsaklık analizinden elde edilen  $0 < \mu < 2$  kararlılık sınırlarının doğrulandığı görülebilmektedir. Çünkü bu algoritmalar  $\mu = 2$  değerinde yüksek MSE (dB) değerleri üretirler ve kararsız davranış sergilerler. ACLMS ve CLMS algoritmaları yüksek  $\mu$  değerlerinde, sırasıyla  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^a(k)]$  ve  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)]$

kararlılık sınırlarını sağlayamadıklarından (Çizelge 4.12'den gözlemlenebildiği gibi) dolayı kararsız durum sergilemektedirler. Çünkü bu bahsedilen algoritmaların kararlılıklarının sağlanması için gerekli olan üst sınır değeri, giriş vektörünün gücüne bağlıdır. Her iki algoritmada  $\mu \geq 0.3$  için kararsız davranış sergilediği yani çok yüksek MSE (dB) değeri ürettiği Çizelge 4.12'den gözlemlenebilmektedir. Ayrıca Çizelge 4.12'de bütün algoritmalar, kendilerine ait  $\mu$  kararlılık sınırlarının sağlanması durumunda düşük SS değeri göstermektedir. Fakat kararlılık için gerekli olan üst sınır değerinin aşılması durumunda ise daha yüksek SS değeri göstermektedirler.

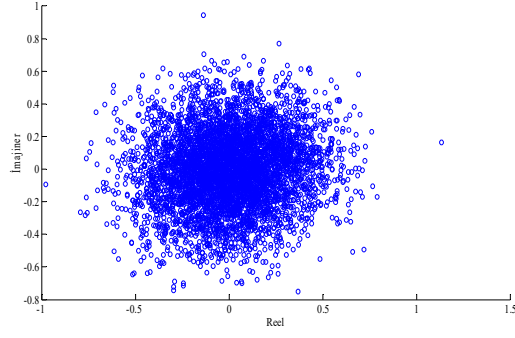
Sonuç olarak artırılmış istatistikler kullanılarak önerilen ACLAF algoritması, sadece tahmin probleminde iyi bir başarımla sergilememektedir aynı zamanda WL sistem tanımlama probleminde de iyi bir başarımla sergilemektedir.

#### 4.2.2 Kompleks değerli lineer sistem tanımlama problemi

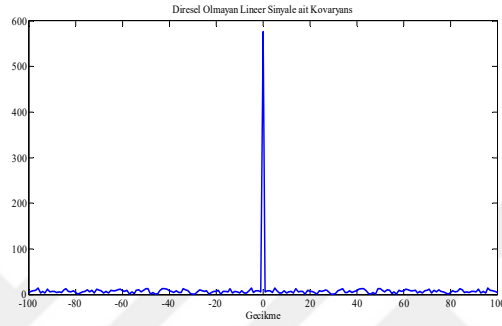
Benzetim çalışmasında 1'inci derecen lineer MA(1) sistemin katsayısı; ACLAF, CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmaları kullanılarak kestirildi. Algoritmaların sonuçları, bağımsız olarak 500 kez çalıştırılıp ortalaması alınarak elde edildi. Literatürde yaygın kullanılan lineer MA(1) sistem, Denklem (4.10)'da ki gibi ifade edilmektedir (Dini ve Mandic, 2013).

$$d(k) = x^*(k)w(0) + n(k) \quad (4.10)$$

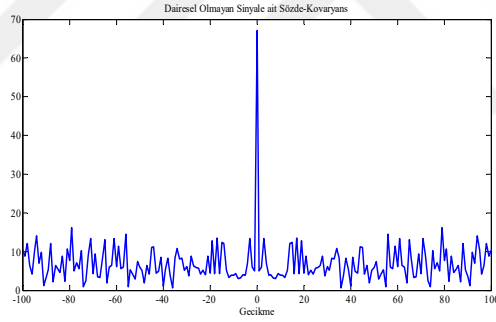
Eşitlik (4.8)'de yer alan MA(1) sistemin katsayısı;  $w(0) = 0.5 + j0.3$  olarak belirlenmiştir ve  $d(k)$  sinyali MA(1) sisteme ait gürültülü çıkış sinyalini temsil etmektedir (Dini ve Mandic, 2013). Ayrıca  $x(k)$ , dairesel olmayan ( $E\{x^2(k)\} = 0.9$ ) sıfır ortalamalı birim varyansa sahip kompleks beyaz süreçtir (Dini ve Mandic, 2013).  $n(k)$  ise sıfır ortalamalı ve varyansı 0.001 olan dairesel bir gürültü sinyalini temsil etmektedir (Dini ve Mandic, 2013).



(a)



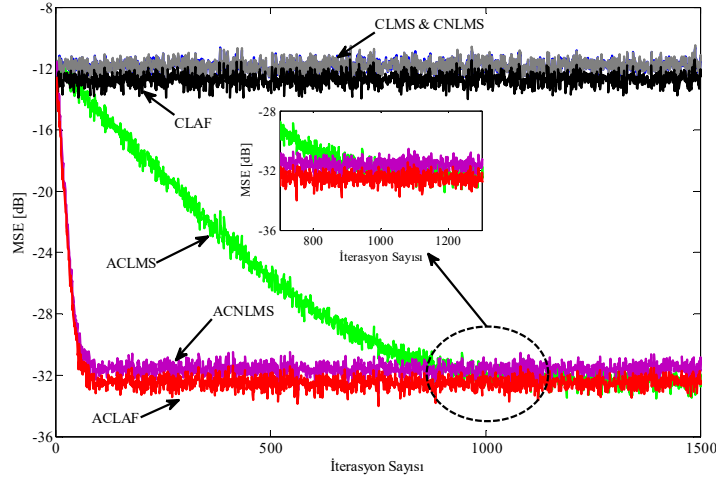
(b)



(c)

**Şekil 4.15.** a) Lineer MA(1) sistemin çıkış sinyali ( $d(k)$ ) b) Sinyale ait kovaryans c) Sinyale ait sözde-kovaryans

MA(1) sisteminin gürültülü çıkış sinyali  $d(k)$ 'nin dairesellik derecesi  $r = 0.1163$  olarak ölçülmüştür. Ölçülen dairesellik indeksi bire yakın olduğundan bu sinyal, dairesel olmayan kompleks değerli bir sinyaldir. Ayrıca Şekilde 4.15 (c)'den sinyale ait sözde-kovaryans fonksiyonunun sıfır olmadığı rahatlıkla görülebilmektedir.



**Şekil 4.16.** Linear MA(1) sistem tanımlama problemi için Algoritmaların MSE başarımı

Şekil 4.16’da MA(1) sistem tanımlama problemi için ACLAF, CLAF, ACNLMS CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına ait MSE (dB) başarımları yer almaktadır. ACLAF, CLAF, ACNLMS ve CNLMS algoritmalarına ait adım büyüklüğü  $\mu = 0.1$  seçilirken, ACLMS ve CLMS algoritmalarının adım büyüklüğü ise  $\mu = 0.01$  olarak seçilmiştir. Ayrıca ACLAF ve CLAF algoritmasına ait adaptasyon kazanç parametresi  $\kappa = 10^{-6}$  olarak belirlenmiş ve FIR filtrenin derecesi MA(1) sistemin ağırlık katsayılarının sayısına eşit olacak şekilde hem ACLAF, ACNLMS ve ACLMS için hem de CLAF, CNLMS ve ACLMS için  $M = 1$  olarak seçilmiştir. Fakat ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları kendi yapılarından dolayı CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmalarından iki kat daha fazla ağırlık katsayısı içermektedir. Bu yüzden artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, iki adet ağırlık katsayısı kullanarak MA(1) sisteminin ağırlık katsayılarını bulmaktadır. Ayrıca daha iyi bir gösterim için 5000 verinin ilk 1500 verisine ait sonuçlar Şekil 4.16’da verilmiştir.

Bahsedilen problem için geniş lineer model tabanlı ACLAF, ACNLMS ACLMS algoritmaları, kendilerinin lineer modeli olan CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmalarından daha yüksek bir MSE (dB) başarımı sergilemektedir. Ayrıca önerilen ACLAF algoritması, diğer algoritmalarından daha hızlı yakınsamaktadır ve bu algoritmanın kararlı durum cevabı yaklaşık olarak -32 dB seviyelerinde olup, kararlı durumda ACNLMS ve ACLMS algoritmalarıyla yaklaşık olarak benzer bir MSE (dB) başarımı sergilemektedir.

**Çizelge 4.13.** Lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE başarımları

Algoritmalar		MSE
		$J_{\min} = \sigma_n^2 = 0.001$
Lineer	CLMS	0.0219 ( $\pm 3.939 \times 10^{-4}$ )
	CNLMS	0.0239 ( $\pm 4.255 \times 10^{-4}$ )
	CLAF	<b>0.0214</b> ( $\pm 3.807 \times 10^{-4}$ )
WL	ACLMS	0.0073 ( $\pm 9.068 \times 10^{-5}$ )
	ACNLMS	0.0027 ( $\pm 8.303 \times 10^{-5}$ )
	ACLAF	<b>0.0023</b> ( $\pm 7.382 \times 10^{-5}$ )

**Çizelge 4.14.** CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmaları tarafından bulunan lineer MA(1) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri

Sisteme ait gerçek ağırlık Katsayıları	Lineer		
	CLMS	CNLMS	CLAF
$w(0) = 0.5 + 0.3j$	0.0506 + 0.03065j	0.0276 + 0.0022j	<b>0.0276 + 0.0023j</b>
	<b>MSD<sub>CLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>CNLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>CLAF</sub></b>
	2.7450x10 <sup>-1</sup>	3.1184x10 <sup>-1</sup>	<b>3.1178x10<sup>-1</sup></b>

**Çizelge 4.15.** ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları tarafından bulunan lineer MA(1) sisteme ait ağırlık katsayıları ve algoritmaların MSD değerleri

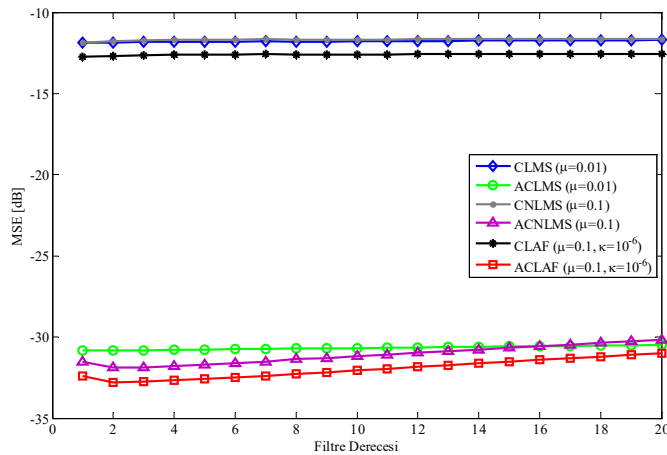
Sisteme ait gerçek ağırlık Katsayıları	WL		
	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$w(0) = 0.5 + 0.3j$	$h(k) = 0.0003 + 0.0003j$ $g(k) = 0.4992 + 0.2995j$	$h(k) = 0.0001 + 0.0010j$ $g(k) = 0.4999 + 0.3005j$	$h(k) = \mathbf{0.0001 + 0.0002j}$ $g(k) = \mathbf{0.4999 + 0.3001j}$
	<b>MSD<sub>ACLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>ACNLMS</sub></b>	<b>MSD<sub>ACLAF</sub></b>
	8.9000x10 <sup>-7</sup>	2.5999x10 <sup>-7</sup>	<b>1.9999x10<sup>-8</sup></b>

Çizelge 4.13’de, kompleks değerli lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için algoritmaların MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Burada 5000 veri için bütün algoritmaların MSE başarımları elde edilmiştir. Çizelge 4.13’de artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, lineer modellerine göre gürültü sinyalinin varyansına yakın değerler üretmektedirler. Önerilen ACLAF algoritması, 0.0023 MSE değeri üreterek gürültünün varyansına daha yakındır ve diğer algoritmalarından daha iyi bir başarımla sergilemektedir.

Çizelge 4.14 ve 4.15’de algoritmalar tarafından bulunan kompleks-değerli lineer MA(1) sistemine ait ağırlık katsayıları yer almaktadır. Filtre derecesinin  $M = 1$  olarak seçilmesi durumunda; lineer algoritmalar Çizelge 4.14’de olduğu gibi bir adet ağırlık katsayısı içerirken, artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar ise Çizelge 4.15’de yer aldığı gibi iki adet ağırlık katsayısı içermektedir. Çünkü artırılmış istatistik tabanlı algoritmalara ait

artırılmış ağırlık vektörü  $\mathbf{w}^a(k)$ ; içerisinde hem standart ağırlık katsayısı  $h(k)$ 'yi hem de eşlenik ağırlık katsayısı  $g(k)$ 'yi içermektedir.

Denklem (4.10)'da yer alan MA(1) sistemin çıkışı  $d(k) = x^*(k)w(0) + n(k)$ , sadece eşlenik giriş sinyali  $x^*(k)$  kullanılarak üretilmiştir. ACLAF, ACNLMS, ACLMS algoritmalarına ait filtre çıkış sinyali  $y(k) = x(k)h(k) + x^*(k)g(k)$ 'da eşlenik giriş  $x^*(k)$  kullanıldığından dolayı sadece eşlenik ağırlık katsayısı  $g(k)$ , MA(1) sisteminin ağırlık katsayısı  $w(0) = 0.5 + j0.3$ 'e yakınsarken, standart ağırlık katsayısı  $h(k)$  ise giriş sinyali  $x(k)$ 'nin etkisini yok etmek için sıfıra yakınsar (Çizelge 4.15'den görüldüğü gibi). Fakat CLAF, CNLMS, CLMS algoritmalarına ait filtre çıkış sinyali  $y(k) = x(k)w(k)$ 'da ise sadece giriş sinyali  $x(k)$  kullanıldığından dolayı ağırlık katsayısı  $w(k)$ , MA(1) sistemin ait ağırlık katsayısı  $w(0) = 0.5 + j0.3$ 'e doğru bir şekilde yakınsayamamaktadır. Ayrıca lineer algoritmalar, lineer MA(1) sistemin ağırlık katsayısını doğru kestiremediğinden dolayı yüksek MSD değeri üretirken, artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, ağırlık katsayısını doğru bir şekilde kestirdiklerinden dolayı çok düşük MSD değeri üretirler. Algoritmalar tarafından kestirilen ağırlık katsayıları ve elde edilen MSD değerleri incelendiğinde, önerilen ACLAF algoritması diğer algoritmalarından daha iyi bir kestirim yaptığı Çizelge 4.15'den rahatlıkla görülebilmektedir.



**Şekil 4.17.** Linear MA(1) sistem tanımlama probleminde algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları

Şekil 4.17’de kompleks değerli lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için algoritmaların filtre derecesinin değişimine bağlı olarak MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Burada  $M = 2$ ’den sonraki filtre derecelerinde artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS) MSE (dB) başarımının çok azda olsa düşüş olduğu gözlemlenmektedir. Fakat artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS) bütün filtre derecelerinde, kendilerinin lineer eşleniklerinden (CLAF, CNLMS ve CLMS) daha üstün bir MSE (dB) başarımları sergilediği açık bir şekilde görülmektedir. Ayrıca belirtmek gerekir ki önerilen ACLAF algoritması, diğer algoritmalarından daha üstün bir MSE (dB) başarımları sergilediği bütün filtre dereceleri için gözlemlenmiştir.

Önerilen ACLAF algoritmasının başarımını daha iyi değerlendirebilmek için farklı  $\mu$  değerlerindeki MSE (dB) başarımları ayrıca Çizelge 4.16’da incelenmiştir. Yapılan bu çalışmada, filtre derecesi  $M = 1$ ’e sabitlenerek, farklı  $\mu$  değerleri için MSE (dB) başarımları elde edilmiştir. Ayrıca ACLAF ve CLAF algoritmalarının adaptasyon kazanç oranı,  $\kappa = 10^{-6}$  olarak seçilmiştir.

**Çizelge 4.16.** Lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları

$\mu$	Lineer			WL		
	CLMS	CNLMS	CLAF	ACLMS	ACNLMS	ACLAF
$\mu=0.0001$	-11.59 ( $\pm 0.084$ )	-10.78 ( $\pm 0.085$ )	-11.79 ( $\pm 0.085$ )	-12.53 ( $\pm 0.078$ )	-12.05 ( $\pm 0.085$ )	-12.06 ( $\pm 0.084$ )
$\mu=0.0005$	-11.60 ( $\pm 0.071$ )	-10.90 ( $\pm 0.070$ )	-11.80 ( $\pm 0.070$ )	-15.47 ( $\pm 0.055$ )	-13.13 ( $\pm 0.071$ )	-13.14 ( $\pm 0.070$ )
$\mu=0.001$	-11.62 ( $\pm 0.083$ )	-11.01 ( $\pm 0.082$ )	-11.82 ( $\pm 0.082$ )	-18.98 ( $\pm 0.075$ )	-14.49 ( $\pm 0.083$ )	-14.50 ( $\pm 0.082$ )
$\mu=0.005$	-11.65 ( $\pm 0.085$ )	-11.02 ( $\pm 0.083$ )	-11.87 ( $\pm 0.083$ )	-29.14 ( $\pm 0.102$ )	-23.62 ( $\pm 0.080$ )	-23.66 ( $\pm 0.079$ )
$\mu=0.01$	<b>-11.79 (<math>\pm 0.079</math>)</b>	-11.11 ( $\pm 0.081$ )	-11.91 ( $\pm 0.081$ )	<b>-30.78 (<math>\pm 0.083</math>)</b>	-27.96 ( $\pm 0.083$ )	-28.04 ( $\pm 0.082$ )
$\mu=0.02$	-11.73 ( $\pm 0.074$ )	-11.39 ( $\pm 0.076$ )	-11.97 ( $\pm 0.076$ )	-30.54 ( $\pm 0.092$ )	-30.20 ( $\pm 0.082$ )	-30.36 ( $\pm 0.082$ )
$\mu=0.04$	-11.63 ( $\pm 0.083$ )	-11.38 ( $\pm 0.079$ )	-12.13 ( $\pm 0.080$ )	-30.43 ( $\pm 0.096$ )	-31.27 ( $\pm 0.080$ )	-31.61 ( $\pm 0.079$ )
$\mu=0.06$	-11.50 ( $\pm 0.078$ )	-11.44 ( $\pm 0.074$ )	-12.28 ( $\pm 0.074$ )	-30.36 ( $\pm 0.083$ )	-31.60 ( $\pm 0.080$ )	-32.13 ( $\pm 0.079$ )
$\mu=0.08$	-11.38 ( $\pm 0.088$ )	-11.51 ( $\pm 0.080$ )	-12.42 ( $\pm 0.080$ )	-30.28 ( $\pm 0.074$ )	-31.73 ( $\pm 0.081$ )	-32.44 ( $\pm 0.080$ )
$\mu=0.1$	-11.22 ( $\pm 0.070$ )	<b>-11.65 (<math>\pm 0.071</math>)</b>	<b>-12.56 (<math>\pm 0.071</math>)</b>	-30.17 ( $\pm 0.086$ )	<b>-31.77 (<math>\pm 0.082</math>)</b>	<b>-32.67 (<math>\pm 0.081</math>)</b>
$\mu=0.2$	-10.41 ( $\pm 0.097$ )	-11.45 ( $\pm 0.065$ )	-11.46 ( $\pm 0.065$ )	-30.03 ( $\pm 0.083$ )	-31.72 ( $\pm 0.084$ )	-32.61 ( $\pm 0.080$ )
$\mu=0.3$	-9.312 ( $\pm 0.139$ )	-11.23 ( $\pm 0.095$ )	-11.24 ( $\pm 0.094$ )	-29.85 ( $\pm 0.114$ )	-31.51 ( $\pm 0.076$ )	-31.59 ( $\pm 0.075$ )
$\mu=0.5$	-5.195 ( $\pm 0.407$ )	-10.76 ( $\pm 0.082$ )	-10.78 ( $\pm 0.082$ )	-25.12 ( $\pm 0.531$ )	-30.91 ( $\pm 0.087$ )	-30.93 ( $\pm 0.086$ )
$\mu=1$	Kararsız	-9.029 ( $\pm 0.090$ )	-9.068 ( $\pm 0.090$ )	Kararsız	-29.07 ( $\pm 0.099$ )	-29.09 ( $\pm 0.100$ )
$\mu=2$	Kararsız	16.59 ( $\pm 1.075$ )	8.302 ( $\pm 0.501$ )	Kararsız	-2.689 ( $\pm 0.868$ )	-2.925 ( $\pm 0.863$ )

Çizelge 4.16’da kompleks değerli lineer MA(1) sistem tanımlama problemi için farklı  $\mu$  değerlerine bağlı olarak algoritmaların MSE (dB) başarımları yer almaktadır. Çizelgelerden görüldüğü gibi bütün algoritmaların başarımı,  $\mu$  değişimden oldukça fazla etkilenmektedir. Bu problem için ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları en iyi MSE (dB) başarımını yaklaşık olarak  $\mu = 0.1$  elde etmektedir.

Aksine ACLMS ve CLMS algoritmaları ise en iyi MSE (dB) başarımını yaklaşık olarak  $\mu = 0.01$  değerinde elde etmektedir. Önerilen ACLAF algoritması, diğer sistem tanımlama probleminde olduğu gibi bu problem içinde diğer algoritmalarından daha iyi bir MSE (dB) başarımı sergilemektedir.

Ayrıca Çizelge 4.16'da; ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları için teorik olarak yapılan ortalamada yakınsaklık analizinden elde edilen  $0 < \mu < 2$  kararlılık sınırlarını doğrulayan sonuçların elde edildiği rahatlıkla gözlemlenebilmektedir. Çünkü bu algoritmalar,  $\mu = 2$  değerinde yüksek MSE değeri üretirler ve kararsız davranışlar sergilerler.

ACLMS ve CLMS algoritmaları ise yüksek  $\mu$  değerlerinde sırasıyla  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^{at}(k)\mathbf{x}^a(k)]$  ve  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)]$  kararlılık sınırlarını sağlayamadıklarından (Çizelge 4.16'dan gözlemlenebildiği gibi) kararsız davranış sergilemektedirler. Çünkü bu bahsedilen algoritmaların kararlılıklarının sağlanması için gerekli olan üst sınır değeri, giriş vektörünün gücüne bağlıdır. Her iki algoritmada  $\mu \geq 1$  için kararsız davranış sergilediği ve çok yüksek MSE (dB) değeri ürettikleri Çizelge 4.16'da gözlemlenmektedir. Ayrıca Çizelge 4.16'da bütün algoritmalar, kendilerine ait kararlılık sınırlarının sağlanması durumunda düşük SS değeri gösterirken üst sınır değerinin aşılması durumunda daha yüksek SS değeri göstermişlerdir.

### 4.3 ACLAF ve CLAF Algoritmasının Hesap Yüğü

Bu bölümde önerilen ACLAF ve CLAF algoritmasının bir iterasyon için hesap yükleri yer almaktadır.

**Çizelge 4.17:** Algoritmaların bir iterasyon için hesap yükleri

Algoritmalar		Çarpma	Toplama	Bölme
Lineer	CLMS	2M+1	2	-
	CNLMS	3M+1	3	-
	CLAF	4M+3	4	1
WL	ACLMS	4M+1	4	1
	ACNLMS	6M+1	6	1
	ACLAF	8M+3	8	1

Tablo 4.17'den görüldüğü gibi artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), kendilerinin lineer eşleniklerinden (CLAF, CNLMS ve CLMS) daha fazla çarpma, toplama ve bölme işlemi gerektirirler. Çünkü artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, lineer eşleniklerinden iki kat daha fazla ağırlık katsayısı kullanarak filtreleme işlemi yapmaktadırlar. Ayrıca dairesel olmayan sinyallerin işlenebilmesi için önerilen ACLAF algoritması, diğer algoritmalarından daha fazla hesap yükü gerektirdiği Tablo 4.17'den açık bir şekilde görülmektedir.



## BÖLÜM V

### SONUÇ

Bu çalışmada; Lyapunov kararlılık teorisinin (LKT) sağladığı avantajlar ve artırılmış istatistiklerin dairesel olmayan sinyaller için sunduğu başarımlar kullanılarak, adım büyüklüğüne sahip artırılmış kompleks değerli Lyapunov kararlılık teorisi tabanlı adaptif filtre (ACLAF)) algoritması tasarlanmıştır.

ACLAF algoritmasının tasarımı için öncelikle bir Lyapunov fonksiyonu belirlenmiştir. Bu çalışmada; Lyapunov fonksiyonu  $V(k) = |e(k)|$  olarak seçilmiştir. Belirlenen bu Lyapunov fonksiyonu ile sistemin kararlılığının garanti edilebilmesi için  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  özelliğinin çözüm kümesinin bütün  $k$  değerleri için sağlanması gerekmektedir. Bu yüzden  $\Delta V(k) = V(k) - V(k-1) < 0$  eşitsizliği, önerilen filtre tasarımına ait eniyileme probleminin eşitsizlik kısıtına yerleştirilmiştir. Böylece önerilen reel değerli eniyileme problemine ait maliyet ve kısıt fonksiyonları, hem artırılmış istatistikler hem de LKT göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur. Bu eniyileme problemi ise Lagrange çarpanlar metodu kullanılarak çözülmüştür. Fakat tasarım aşamasında oluşturulan eniyileme problemine ait Lagrange fonksiyonu kompleks değişkenlerin reel değerli bir fonksiyonu olduğundan Cauchy-Riemann şartlarını sağlayamamış ve bu fonksiyonun doğrudan kompleks düzlemde türevi alınamamıştır. Bu yüzden kompleks değişkenlerin reel değerli Lagrange fonksiyonununun kompleks değişkenlere göre türevi, literatürde yaygın kullanılan  $\mathbb{C}\mathbb{R}$  analiz yardımıyla alınmıştır. Böylece Lyapunov kararlılık teorisin sağladığı avantajlar ve artırılmış istatistiklerin dairesel olmayan sinyaller için sunduğu başarımlar kullanılarak, ACLAF algoritması tasarlanmıştır. Bahsedilen adaptif filtre algoritmasının tasarımı gerçekleştirildikten sonra hem ACLAF hem de CLAF algoritması için Lyapunov analizi yapılmış olup, Lyapunov anlamında kararlı olduğu ve tek çözümü garanti ettiği teorik olarak ispatlanmıştır. Ayrıca her iki algoritmanın adım büyüklüğüne ait kararlılık sınırları hem teorik hem de istatistiksel olarak iki farklı yaklaşımla belirlenmiştir. Son olarak da her iki algoritmanın durağan sinyaller için Wiener çözüme yakınsadığı istatistiksel olarak gösterilmiştir.

Önerilen ACLAF algoritması, tahmin ve sistem tanımlama problemleri üzerinde test edilmiştir. (i) Tahmin probleminde, hem literatürde yaygın kullanılan kompleks değerli sentetik sinyallerin hem de tek tur gerçek ölçümlerden oluşan kompleks değerli rüzgar sinyallerinin bir adım sonrasının tahmini gerçekleştirilmiştir. (ii) WL sistem tanımlama probleminde ise WL-MA(4) ve lineer MA(1) sistemlerinin bilinmeyen ağırlık katsayıları bulunmuştur.

Benzetim çalışmasında, önerilen ACLAF algoritmasının başarımı; kendisinin lineer karşılığı CLAF, CNLMS, ACNLMS, CLMS, ACLMS algoritmalarının başarımı ile karşılaştırılmıştır. Tahmin probleminde algoritmaların başarımını ölçmek için hem MSE hem de tahmin kazancı  $R_p$  (dB) ifadeleri kullanılmıştır. Fakat sistem tanımlama probleminde ise MSE ve MSD ifadeleri kullanılmıştır. Ayrıca algoritmaların başarımları, filtre derecesinin ve adım büyüklüğü parametresinin değişimine göre de incelenmiştir.

Algoritmaların başarımını değerlendirmeden önce hem adaptif tahmin hem de sistem tanımlama problemlerinde kullanılan kompleks değerli sinyallerin dairesel veya dairesel olmama durumları incelenmiştir. Sonuç olarak, her hangi bir kompleks değerli sinyalin için hem ikinci dereceden istatistiksel özelliklerin tamamına (kovaryans ve sözde-kovaryans fonksiyonları) bakılarak hem de dairesellik derecesi ölçülerek dairesel olup olmadığı bilgisine ulaşılmıştır.

Bölüm 4.1’de yer alan adaptif tahmin probleminde, algoritmaların başarımlarını değerlendirmek için literatürde yaygın kullanılan kompleks değerli AR(4), ARMA(4,1), Ikeda sinyalleri ve gerçek veri seti olan üç farklı rüzgar sinyali kullanılmıştır. Hem ikinci dereceden istatistiklerin tamamına bakılarak hem de dairesellik derecesi ölçülerek, AR(4) sinyalinin dairesel bir kompleks sinyal olduğu, fakat diğer beş sinyalin dairesel olmayan kompleks sinyaller olduğu bu bölümde gösterilmiştir. Benzetim sonuçlarından görüldüğü gibi önerilen ACLAF algoritması; dairesel olmayan sinyallerin tahmininde, CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına göre tahmin kazancı  $R_p$  (dB) cinsinden daha yüksek bir başarımla sergilemiştir. Fakat dairesel olan AR(4) sinyal için artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların (ACLAF, ACLMS ve ACNLMS) başarımları; sinyale ait sözde-kovaryans bilgisinin olmamasından ve artırılmış istatistiğin

algoritmalarla getirmiş olduğu iki kat filtre derecesi yükünden dolayı lineer tabanlı algoritmalarla (CLAF, CLMS ve CNLMS) göre düşmüştür.

Ayrıca algoritmaların tahmin kazancı  $R_p$  (dB) başarımlarının yanı sıra MSE (dB) başarımları da incelenmiştir. Burada ise dairesel AR(4) sinyali için artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), kendilerinin lineer modeli (CLAF, CNLMS ve CLMS) olan algoritmalarla daha düşük bir MSE başarımları sergilemiştir. AR(4) sinyali dairesel bir sinyal olduğundan dolayı bu beklenen bir başarımdır. Dairesel olmayan ARMA(4,1) ve Ikeda sinyallerinde ise geniş lineer model tabanlı algoritmalar (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS), kendilerinin lineer eşleniklerinden (CLAF, CNLMS ve CLMS) daha yüksek bir MSE (dB) başarımları göstermiştir. Önerilen ACLAF algoritması ise her iki dairesel olmayan sinyal içinde CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmalarına göre daha iyi bir MSE (dB) başarımları sergilediği açık bir şekilde gözlemlenmiştir. Yapılan bu çalışmada, rüzgar sinyalleri tek tur ölçüm olduğundan algoritmaların MSE (dB) başarımları açık bir şekilde gözlemlenememiş ve bu yüzden rüzgar sinyalleri için algoritmaların MSE (dB) grafiklerine yer verilmemiştir.

Ayrıca adaptif tahmin probleminde kullanılan bu altı adet kompleks değerli sinyal için algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre  $R_p$  (dB) başarımları incelenmiştir. Sonuç olarak; filtre derecesinin belirli bir filtre derecesinden sonraki artışı, dairesel sinyallerin tahmininde bütün algoritmalarla  $R_p$  (dB) başarımlarının düşümüne sebep olurken, dairesel olmayan sinyallerin tahmininde ise sadece artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımlarının düşmesine sebep olduğu sonucuna varılmıştır. WL model tabanlı yani artırılmış istatistik kullanılarak tasarlanan algoritmaların (ACLAF, ACNLMS ve ACLMS) başarımlarının, kendilerinin eşleniklerinin (CLAF, CNLMS ve CLMS) başarımlarına yaklaşması veya düşük olmasının temel sebebi ise bu algoritmaların, lineer eşleniklerinden iki kat daha fazla ağırlık katsayısı kullanarak filtreleme işlemi yapmış olmalarıdır. Bu yüzden artırılmış istatistik tabanlı algoritmaların ortalama kare hataları lineer eşleniklerine göre daha fazla olmaktadır. Önerilen ACLAF algoritmasının başarımlarını daha iyi değerlendirebilmek için adım büyüklüğü  $\mu$  değişimin, algoritmaların  $R_p$  (dB) başarımlarına nasıl etki ettiği ayrıca incelenmiştir. Yapılan

çalışmada, algoritmaların başarımları,  $\mu$  değişimden oldukça fazla etkilendiği gözlemlenmiştir. Hem ACLAF ve CLAF algoritmalarının bu tez çalışmasında yer alan kararlık analizlerinde hem de ACNLMS, ACLMS, CNLMS ve CNLMS algoritmaları için literatürde yer alan kararlılık analizlerinde, adım büyüklüğü  $\mu$  parametresinin algoritmaların yakınsama hızını ve kararlılığını kontrol ettiği ortaya konulmuştur. Önerilen ACLAF algoritması belirli  $\mu$  değerlerinde, dairesel olmayan kompleks değerli ARMA(4,1), Ikeda ve rüzgar sinyalleri için diğer algoritmalarından daha yüksek bir  $R_p$  (dB) kazancı elde etmiştir. Ayrıca belirtmek gerekir ki ACLAF, ACNLMS, CLAF ve CNLMS algoritmaları için teorik olarak yapılan ortalamada yakınsaklık analizlerini doğrulayan sonuçlar elde edilmiştir yani bu bahsedilen algoritmaların kararlılığını garanti eden  $0 < \mu < 2$  kararlılık sınırlarının doğrulandığı gözlemlenmiştir. Çünkü bu algoritmalar,  $\mu = 2$  değerinde kararsız davranışlar (yani  $R_p < 0$ ) göstermiştir. Fakat ACLMS ve CLMS algoritmaları; yüksek  $\mu$  değerlerinde, sırasıyla  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^{aT}(k)\mathbf{x}^a(k)]$  ve  $0 < \mu < 2 / [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)]$  kararlılık sınırlarını sağlayamadıklarından kararsız bir durum serilemişlerdir.

Bölüm 4.2’de ise önerilen ACLAF algoritmasının başarımları, WL-MA(4) ve lineer MA(1) sistem tanımlama problemleri üzerinde karşılaştırmalı olarak test edilmiş ve yorumlanmıştır. Bölüm 4.2.1’de 4’üncü derecen WL-MA(4) sistemin katsayıları, Bölüm 4.2.2’de ise 1’inci derecen lineer MA(1) sistemin katsayısı; ACLAF, CLAF, ACNLMS, CNLMS, ACLMS ve CLMS algoritmaları kullanılarak kestirilmiştir. Öncelikle WL-MA(4) ve lineer MA(1) sistemin hem kovaryans ve sözde-kovaryans fonksiyonlarına bakılarak hem de dairesellik derecesi ölçülmüş olup, bu sistemlerin dairesel olmayan sistemler olduğu belirlenmiştir. Yapılan benzetim çalışmalarında, algoritmaların MSE (dB) başarımları her iki problem için de incelendiğinde, geniş lineer model tabanlı ACLAF, ACNLMS ACLMS algoritmaları, kendilerinin lineer modeli olan CLAF, CNLMS ve CLMS algoritmalarından daha yüksek bir MSE (dB) başarımları sergilemiştir. Ayrıca önerilen ACLAF algoritması her iki sistem tanımlama problemi içinde, MSE (dB) anlamında diğer algoritmalarından daha hızlı yakınsamıştır. Bu algoritmanın kararlı durum cevabı ise ACNLMS ve ACLMS algoritmalarıyla yaklaşık olarak benzer bir başarımları göstermiştir. Aynı zamanda, hem WL-MA(4) hem de lineer MA(1) sistem için artırılmış istatistik yani WL model tabanlı algoritmalar, lineer modellerine göre gürültü sinyalinin

varyansına yakın değerler üretmiştir. Önerilen ACLAF algoritması; WL-MA(4) için 0.1022 MSE, linear MA(1) için 0.0023 MSE değeri üreterek gürültünün varyansına oldukça yakındır. Her iki sistem tanımlama problemi için de ACLAF algoritması, diğer algoritmalarından daha iyi bir başarıyı sergilemiştir.

WL-MA(4) sistem tanımlama probleminde; CLAF, CNLMS, CLMS algoritmaları, ilk dört katsayıyı doğru kestirirken, son dört katsayıyı hatalı kestirmektedir. Fakat hem önerilen ACLAF algoritması hem de ACNLMS ve ACLMS algoritmaları bütün ağırlık katsayılarını daha iyi kestirmektedir ve bu kestirilen ağırlık katsayıları, WL-MA(4) sisteme ait gerçek ağırlık katsayılarına oldukça yakındır. ACLAF algoritmasının kestirdiği ağırlık katsayıları ve MSD değeri incelendiğinde ise ACNLMS ve ACLMS algoritmalarından daha iyi bir kestirim yaptığı benzetim sonuçlarından gözlemlenmiştir.

Linear MA sistem tanımlama probleminde ise FIR filtrenin derecesi MA(1) sistemin ağırlık katsayılarının sayısına eşit olacak şekilde hem ACLAF, ACNLMS ve ACLMS için hem de CLAF, CNLMS ve ACLMS için  $M = 1$  olarak seçilmiştir. Fakat ACLAF, ACNLMS ve ACLMS algoritmaları kendi yapılarından dolayı CLAF, CNLMS ve ACLMS algoritmalarından iki kat daha fazla ağırlık katsayısı içermektedir. Bu yüzden artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar, iki adet ağırlık katsayısı kullanarak MA(1) sisteminin ağırlık katsayılarını bulmuştur. Çünkü artırılmış istatistik tabanlı algoritmalar ait artırılmış ağırlık vektörü  $w^a(k)$ ; içerisinde standart ağırlık katsayısı  $h(k)$ 'yi ve eşlenik ağırlık katsayısı  $g(k)$ 'yi içermektedir. MA(1) sistemin çıkışı  $d(k) = x^*(k)w(0) + n(k)$ , sadece eşlenik giriş sinyali  $x^*(k)$  kullanılarak üretilmiştir. ACLAF, ACNLMS, ACLMS algoritmalarına ait filtre çıkış sinyali  $y(k) = x(k)h(k) + x^*(k)g(k)$ 'de eşlenik giriş  $x^*(k)$  kullanıldığından dolayı sadece eşlenik ağırlık katsayısı  $g(k)$ , MA(1) sisteminin ağırlık katsayısı  $w(0) = 0.5 + j0.3$ 'e yakınsarken, standart ağırlık katsayısı  $h(k)$  ise giriş sinyali  $x(k)$ 'nin etkisini yok etmek için sıfıra yakınsamıştır. Fakat CLAF, CNLMS, CLMS algoritmalarına ait filtre çıkış sinyali  $y(k) = x(k)w(k)$ 'de ise sadece giriş sinyali  $x(k)$  kullanıldığından dolayı ağırlık katsayısı  $w(k)$ , MA(1) sistemin ait ağırlık katsayısı  $w(0) = 0.5 + j0.3$ 'e doğru bir şekilde yakınsayamamıştır. ACLAF algoritmasının kestirdiği ağırlık katsayısı ve MSD değeri incelendiğinde ise ACNLMS ve ACLMS algoritmalarından daha kestirim yaptığı benzetim sonuçlarından gözlemlenmiştir.

WL-MA(4) ve lineer MA(1) sistem tanımlama problemleri için algoritmaların filtre derecesinin değişimine göre MSE (dB) başarımları karşılaştırıldığında ise önerilen ACLAF algoritması bütün filtre derecelerinde diğer algoritmalarından daha iyi bir MSE (dB) başarımları sergilediği açık bir şekilde gözlemlenmiştir. Fakat WL algoritmaların lineer eşlenikleri, sistemin ağırlık katsayılarını doğru kestiremediklerinden dolayı bütün filtre derecelerinde çok yüksek MSE (dB) değerleri üretmişlerdir. Benzer sonuçlar, farklı  $\mu$  değerlerine göre algoritmaların MSE (dB) başarımları incelendiğinde görülmüştür. Adaptif tahmin probleminde olduğu gibi sistem tanımlama probleminde de bütün algoritmaların teorik olarak yapılan kararlılık sınırları yapılan benzetim çalışmaları vasıtasıyla doğrulanmıştır.

Sonuç olarak önerilen ACLAF algoritması; hem LKT hem de artırılmış istatistikleri yapısında bulundurarak, dairesel olmayan kompleks değerli sinyallerin işlenmesinde başarımları dikkate değer bir şekilde artırmıştır. Önerilen tasarımda, LKT sayesinde algoritmanın hem Lyapunov anlamında asimptotik kararlılığı sağlamış hem de yakınsama hızı artırılmıştır. Artırılmış istatistikler sayesinde ise önerilen tasarımın içerisine ikinci dereceden istatistiksel bilgiler yerleştirilerek dairesel olmayan sinyallerin adaptif filtrelenmesi sağlanmıştır. Benzetim sonuçları, önerilen ACLAF algoritmasının hem adaptif tahmin hem de sistem tanımlama problemleri için tahmin kazancı  $R_p$  (dB), MSE, MSD ve yakınsama hızı anlamında diğer algoritmalarından daha başarılı olduğunu göstermiş ve önerilen algoritma için yapılan analizleri ayrıca doğrulamıştır.

Yapılan çalışmalar neticesinde elde ettiğimiz öngörülere dayanarak, önerilen ACLAF algoritmasının dairesel olmayan sinyallerin mevcut olduğu diğer mühendislik uygulamalarında da etkin bir şekilde kullanılabileceği öngörülmektedir.

## KAYNAKLAR

Acir, N., and Mengüç, E.C., “A new approach to adaptive noise cancellation in synthetic auditory evoked potentials”, In *IEEE 13th International Conference on Bioinformatics and Bioengineering (BIBE)* (pp. 1–3), 2013.

Acir, N., and Mengüç, E.C., “Lyapunov theory based adaptive learning algorithm for multilayer neural networks”, *Neural Network World: International Journal on Non-Standard Computing and Artificial Intelligence* 24(6), 619–636, 2014.

Adali, T., Schreier, P.J., and Scharf, L.L., “Complex-valued signal processing: The proper way to deal with impropriety”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 59(11), 5101–5125, 2011.

Apolinario, J.A., and Netto, S.L., QRD-RLS adaptive filtering. (ed: Apolinario, J.A.) Springer Science & Business Media, 2009.

Buzzi, S., Lops, M., and Sardellitti, S., “Widely linear reception strategies for layered space-time wireless communications”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 54(6), 2252–2262, 2006.

Chevalier, P., and Blin, A., “Widely linear MVDR beamformers for the reception of an unknown signal corrupted by noncircular interferences”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 55(11), 5323–5336, 2007.

Chevalier, P., Delmas, J.-P., and Oukaci, A., “Optimal widely linear MVDR beamforming for noncircular signals”, In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009* (pp. 3573–3576), 2009.

Comon, P., Course on higher-order statistics, Technical report, School of Theoretical Physics at Les Houches, France, 1993.

Dahir H.D., and Mandic D.P., “Exploiting sparsity in widely linear estimation”, In *10th International symposium on Wireless Communication Systems* (pp. 808–812), 2013.

Douglas, S.C., “Widely-linear recursive least-squares algorithm for adaptive beamforming”, In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP 2009* (pp. 2041–2044), 2009.

Douglas, S.C., and Mandic, D.P., “Performance analysis of the conventional complex LMS and augmented complex LMS algorithms”, In *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)* (pp. 3794–3797), 2010.

Gelli, G., Paura, L., and Ragozini, A.R.P., “Blind widely linear multiuser detection”, *IEEE Communications Letters* 4(6), 187–189, 2000.

Gerstacker, W.H., Schober, R., and Lampe, A., “Receivers with widely linear processing for frequency-selective channels”, *IEEE Transactions on Communications* 51(9), 1512–1523, 2003.

Goh, S.L., and Mandic, D.P., “An augmented extended kalman filter algorithm for complex-valued recurrent neural networks”, In *2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* (Vol. 5, pp. V–V), 2006.

Goh, S.L., and Mandic, D.P., “An augmented CRTRL for complex-valued recurrent neural networks” *Neural Networks* 20(10), 1061–1066, 2007.

Hayes, M., *Statistical digital signal processing and modelling*, John Wiley & Sons, 1996.

Haykin, S., *Adaptive filter theory*, Prentice-Hall, 2002.

Jahanchahi, C., Kanna, S., and Mandic, D., “Complex dual channel estimation: Cost effective widely linear adaptive filtering”, *Signal Processing* 104, 33–42, 2014.

Javidi, S., Pedzisz, M.S., Goh, P. and Mandic, D.P. “The augmented complex least mean square algorithm with application to adaptive prediction problems”, In *The Cognitive Information Processing Systems Conference*, (pp. 54–57), 2008.

Javidi, S., Jelfs, B., and Mandic, D.P., “Blind extraction of noncircular complex signals using a widely linear predictor”, In *IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing, 2009. SSP '09* (pp. 501–504), 2009.

Javidi, S., Mandic, D.P., and Cichocki, A., “Complex blind source extraction from noisy mixtures using second-order statistics”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 57(7), 1404–1416, 2010.

Javidi, S., Mandic, D.P., Took, C.C, and Cichocki, A., S. “Kurtosis based blind source extraction of complex noncircular signals with application in EEG artefact removal in real-time”, *Frontiers in Neuroscience* 5(105), 1–18, 2011.

Jelfs, B., , Mandic, D.P., and Douglas, S.C. “An adaptive approach for the identification of improper complex signals”, *Signal Processing* 92(2), 335-344, 2012.

Jeon, J.-J., Andrews, J.G., and Sung, K.-M., “The blind widely linear minimum output energy algorithm for DS-CDMA systems”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 54(5), 1926–1931, 2006.

Khalil, H.K., *Nonlinear systems*, Macmillan, New York, 1992.

Li, H., Correa, N.M., Rodriguez, P.A., Calhoun, V.D., and Adali, T., “Application of independent component analysis with adaptive density model to complex-valued fMRI data”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 58(10), 2794–2803, 2011.

Man, Z., Wu, H. R., Lai, W., and Nguyen, T., “Design of adaptive filters using Lyapunov stability theory, “ In *The 6th IEEE International Workshop Intelligence Signal Processing Communication Systems* (pp. 304–308), 1998.

Mandic, D.P., and Chambers, J.A., “relationships between the a priori and a posteriori errors in nonlinear adaptive neural filters”, *Neural Computation* 12(6), 1285–1292, 2000.

Mandic, D.P., and Goh, V.S.L., *Complex Valued Nonlinear Adaptive Filters: Noncircularity, Widely Linear and Neural Models*. John Wiley & Sons, 2009.

Mandic, D.P., Javidi, S., Goh, S.L., Kuh, A., and Aihara, K., “Complex-valued prediction of wind profile using augmented complex statistics”, *Renewable Energy* 34, 196–201, 2009.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A novel adaptive filter algorithm for tracking of chaotic time series”, In *19th IEEE Conference on Signal Processing and Communications Applications (SIU)* (pp. 490–493), 2011.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A novel nonlinear adaptive filter design and its implementation with FPGA”, In *20th IEEE Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)*, (pp. 1–4), 2012a.

Mengüç, E.C., ve Acır, N., “Lyapunov kararlılık teorisi tabanlı hızlı sonsuz darbe cevaplı adaptif filtre tasarımı”, In *Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi 2012 Ulusal Toplantısı (TOK 2012)* (pp. 768–772), 2012b.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “Lyapunov stability theory based adaptive filter algorithm for noisy measurements”, In *UKSim 15th International Conference on Computer Modelling and Simulation (UKSim)* (pp. 451–454), 2013.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A modified neural filtering algorithm for tracking of chaotic signals”, In *UKSim-AMSS 16th International Conference on Computer Modelling and Simulation (UKSim)* (pp. 265–268), 2014a.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “Lyapunov stability theory based complex valued adaptive filter design”, In *22nd IEEE Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)* (pp. 240–243), 2014b.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A novel adaptive filter design using Lyapunov stability theory”, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences* 23(3), 719–728, 2015a.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A new approach to channel equalization problem”, In *23th IEEE Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)*, 2015b.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A complex-valued adaptive filter algorithm for system identification problem”, In *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO 2015)*, 2015c.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “Real-time implementation of Lyapunov stability theory-based adaptive filter on FPGA”, *IEICE Transactions on Electronics*, E99–C(1), 129–137, 2016.

Miller, K.S., *Complex stochastic processes: An introduction to theory and application*, Addison-Wesley, 1974.

Mirbagheri, A., Plataniotis, K.N., and Pasupathy, S., “An enhanced widely linear CDMA receiver with OQPSK modulation”, *IEEE Transactions on Communications* 54(2), 261–272, 2006.

Neeser, F.D., and Massey, J.L., “Proper complex random processes with applications to information theory”, *IEEE Transactions on Information Theory* 39(4), 1293–1302, 1993.

Neto, F.G.A., Nascimento, V.H., and Silva, M.T.M., “Reduced-complexity widely linear adaptive estimation”, In *7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, 399–403, 2010.

Paleologu, C., Ciochina, S., and Benesty, J., “Variable step-size NLMS algorithm for under-modeling acoustic echo cancellation”, *IEEE Signal Processing Letters* 15, 5–8, 2008.

Paleologu, C., Benesty, J., and Ciochina, S., (ed: Benesty, J., and Kellermann, W.) *Speech Processing in Modern Communication: Challenges and Perspectives*. Springer Science & Business Media, 2009.

Park, C., Took, C.C., and Mandic, D.P., “Augmented complex common spatial patterns for classification of noncircular EEG from motor imagery tasks”, *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 22(1), 1–10, 2014.

Pavon, M., “A new formulation of stochastic mechanics”, *Physics Letters A* 209(3–4), 143–149, 1995.

Picinbono, B., “On circularity”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 42(12), 3473–3482, 1994.

Picinbono, B., “Second-order complex random vectors and normal distributions”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(10), 2637–2640, 1996.

Picinbono, B., and Bondon, P., “Second-order statistics of complex signals”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 45(2), 411–420, 1997.

Picinbono, B., and Chevalier, P., “Widely linear estimation with complex data”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 43(8), 2030–2033, 1995.

Schober, R., Gerstacker, W.H., and Lampe, L.H.-J., “Data-aided and blind stochastic gradient algorithms for widely linear MMSE MAI suppression for DS-CDMA”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 52(3), 746–756, 2004.

Schreier, P.J., and Scharf, L.L., “Second-order analysis of improper complex random vectors and processes”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 51(3), 714–725, 2003.

Schreieri, P. J. and Scharf., L. L. *Statistical Signal Processing of Complex-Valued Data*, Cambridge University Press, 2010.

Seng, K.P., Man, Z., and Wu, H.R., “Lyapunov-theory-based radial basis function networks for adaptive filtering”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 49(8), 1215–1220, 2002.

Song, N., Alokozai, W.U., de Lamare, R.C., and Haardt, M., “Adaptive widely linear reduced-rank beamforming based on joint iterative optimization”, *IEEE Signal Processing Letters* 21(3), 265–269, 2014.

Tarighat, A., and Sayed, A.H., “Least mean-phase adaptive filters with application to

communications systems”, *IEEE Signal Processing Letters* 11(2), 220–223, 2004.

The wind data, [http://www.commsp.ee.ic.ac.uk/~mandic/research/WL\\_Complex\\_Stuff.htm](http://www.commsp.ee.ic.ac.uk/~mandic/research/WL_Complex_Stuff.htm). (Erişim 24 Mayıs 2015).

Van Den Bos, A., “The multivariate complex normal distribution-a generalization”, *IEEE Transactions on Information Theory* 41(2), 537–539, 1995.

Widrow, B., McCool, J., and Ball, M., “The complex LMS algorithm”, *Proceedings of the IEEE* 63(4), 719–720, 1975.

Wooding, R. A.. “The multivariate distribution of complex normal variables”. *Biometrika* 43(1-2), 212–215, 1956.

Xia, Y., Douglas, S.C., and Mandic, D.P., “Widely linear adaptive frequency estimation in three-phase power systems under unbalanced voltage sag conditions”, In *The 2011 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)* (pp. 1700–1705), 2011a.

Xia, Y., Douglas, S.C., and Mandic, D.P., “Adaptive frequency estimation in smart grid applications: exploiting noncircularity and widely linear adaptive estimators”, *IEEE Signal Processing Magazine* 29(5), 44–54, 2012.

Xia, Y., Javidi, S., and Mandic, D.P., “A regularised normalised augmented complex least mean square algorithm”, In *2010 7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)* (pp. 355–359), 2010.

Xia, Y., and Mandic, D.P., “Widely linear adaptive frequency estimation of unbalanced three-phase power systems”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 61(1), 74–83, 2012.

Xia, Y., Mandic, D.P., and Sayed, A.H., “An adaptive diffusion augmented CLMS algorithm for distributed filtering of noncircular complex signals”, *IEEE Signal Processing Letters* 18(11), 659–662, 2011b.

Xu, D., Huang, L., Xu, X., and Ye, Z., “Widely linear MVDR beamformers for noncircular signals based on time-averaged second-order noncircularity coefficient estimation”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 62(7), 3219–3227, 2013.

Yoon, Y., and Kim, H.-M., “An efficient blind multiuser detection for improper DS/CDMA signals”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 55(2), 572–582, 2006.

Zarzoso, V., and Comon, P., “Robust independent component analysis by iterative maximization of the kurtosis contrast with algebraic optimal step size”, *IEEE Transactions on Neural Networks* 21(2), 248–261, 2010.



## ÖZ GEÇMİŞ

Engin Cemal MENGÜÇ 20.02.1987 tarihinde Kayseri’de doğdu. İlk, orta ve lise öğretimini Kayseri’de tamamladı. 2005 yılında girdiği Niğde Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü’nden Haziran 2009’da mezun oldu. 2009 yılında Niğde Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde yüksek lisansa başladı. 2010-2011 Öğretim yılında bölüme Niğde Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü’ne araştırma görevlisi olarak atandı ve Temmuz 2011’de yüksek lisans öğrenimini tamamladı. O tarihten itibaren aynı bölümde araştırma görevlisi olarak çalışmakta ve doktora öğrenimine devam etmektedir. Bilim dalındaki ilgi alanı devreler ve sistemler, adaptif sinyal işleme, reel/kompleks değerli adaptif filtre tasarımıdır.

## TEZ ÇALIŞMASI BOYUNCA ÜRETİLEN ESERLER

Bu tez çalışması boyunca 3 (üç) adet uluslararası makale ile 3 (üç) adet ulusal ve 4 (dört) adet uluslararası bildiri üretilmiştir. Bu üretilen çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

Acır N. and Mengüç, E.C., “Lyapunov theory based adaptive learning algorithm for multilayer neural networks”, *Neural Network World: International Journal on Non-Standard Computing and Artificial Intelligence*, 24, 6, 619-636, 2014.

Mengüç, E.C. and Acır N., “A novel adaptive filter design using Lyapunov stability theory”, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 23, 3, 719-728, 2015.

Mengüç, E.C. and Acır N., “Real-time implementation of Lyapunov stability theory based adaptive filter on FPGA”, *IEICE Transactions on Electronics*, E99-C, 1, 129-137, 2016.

Mengüç, E.C. and Acır, N., “Lyapunov stability theory based adaptive filter algorithm for noisy measurements”, *UKSim-AMSS 15th International Conference on Modelling and Simulation*, Cambridge, 451-454, 2013.

Acır, N. and Mengüç, E.C., “A new approach to adaptive noise cancellation in synthetic auditory evoked potentials”, *13th IEEE International Conference on BioInformatics and BioEngineering (BIBE 2013)*, Greece, 1- 4, 2013.

Mengüç, E.C. and Acır, N., “A modified neural filtering algorithm for tracking of chaotic signals”, *UKSim-AMSS 16th International Conference on Modelling and Simulation*, Cambridge, 2014.

Mengüç, E.C. ve Acır, N., “Lyapunov kararlılık teorisi tabanlı hızlı sonsuz darbe cevaplı adaptif filtre tasarımı”, *Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi 2012 Ulusal Toplantısı (TOK 2012)*, Niğde, 2012.

Mengüç, E.C. ve Acır, N., “Lyapunov stability theory based complex valued adaptive filter design”, *IEEE 22. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SIU)*, Trabzon, 2014.

Mengüç, E.C. ve Acır, N., “A new approach to channel equalization problem”, *IEEE 23. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SIU)*, Malatya, 2015.

Mengüç, E.C., and Acır, N., “A complex-valued adaptive filter algorithm for system identification problem”, *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO 2015)*, Bursa, 2015.

